



প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC 27

গণিত

রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ • অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা • ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও
সম্পাদ্য

বহুনির্বাচনি ২৫টি • সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ৫০টি • সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫টি

BATCH
SSC 27

SUBJECT
গণিত (Mathematics)

CHAPTER
অধ্যায় ৬, ১৪ ও ১৫

QUESTION TYPES
MCQ • SQ • CQ

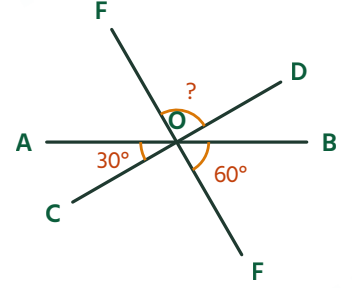
৭২ চিত্রে $\angle DOF =$ কত?

ক) 90° ✓

গ) 150°

খ) 60°

ঘ) 160°



ব্যাখ্যা

বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

$\therefore \angle BOE = \angle AOF = 60^\circ$ [বিপরীত কোণ]

আবার, $\angle AOC = \angle BOD = 30^\circ$ [বিপরীত কোণ]

এখন, $\angle AOB$ সরল কোণের ক্ষেত্রে,

$\angle AOB = 180^\circ$ [$\because$ সরলকোণ = 180°]

বা, $\angle AOF + \angle DOF + \angle BOD = 180^\circ$.

বা, $60^\circ + \angle DOF + 30^\circ = 180^\circ$

বা, $\angle DOF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle DOF = 90^\circ$

৭৬ $180^\circ - x^\circ$ কোণের সম্পূরক কোণ কত ডিগ্রি?

ক) 90°

গ) 180°

খ) x° ✓

ঘ) $x^\circ + 90^\circ$

ব্যাখ্যা

ধরি, $180^\circ - x^\circ$ এর সম্পূরক কোণ = A

যেহেতু সম্পূরক কোণের ক্ষেত্রে, ২টি কোণের পরিমাপের যোগফল 180° ।

$\therefore 180^\circ - x^\circ + A = 180^\circ$

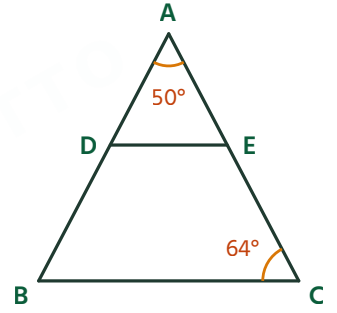
বা, $A = 180^\circ - 180^\circ + x^\circ$

$\therefore A = x^\circ$

$\therefore 180^\circ - x^\circ$ এর সম্পূরক কোণ x°

৭৪

চিত্রে, $DE \parallel BC$ হলে $\angle ADE$ এর মান কত?

ক) 50° খ) 64° গ) 66° ✓ঘ) 114° 

ব্যাখ্যা

$DE \parallel BC$ এবং AC তাদের ছেদক।

$\therefore \angle AED = \angle ECB$ [অনুরূপ কোণ]

বা, $\angle AED = 64^\circ$

এখন, $\triangle ADE$

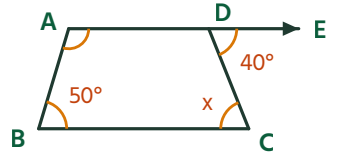
$\angle ADE + \angle DAE + \angle AED = 180^\circ$

$\angle ADE + 50^\circ + 64^\circ = 180^\circ$

$\angle ADE = 66^\circ$

৭৫

ABCD চতুর্ভুজ $\angle x =$ কত?

ক) 30° খ) 40° ✓গ) 50° ঘ) 60° 

ব্যাখ্যা

চিত্রে, AE ও BC পরস্পর সমান্তরাল রেখা এবং CD তাদের ছেদক।

$\therefore$ উৎপন্ন একান্তর কোণদ্বয় সমান হবে।

$\therefore \angle DCB = \angle EDC = 40^\circ$

৭৬

চিত্রে $PQ \parallel RS$ হলে

- i. $\angle ACQ =$ অনুরূপ $\angle CDS$
- ii. $\angle PCD =$ একান্তর $\angle CDS$
- iii. $\angle QCD + \angle CDS =$ দুই সমকোণ

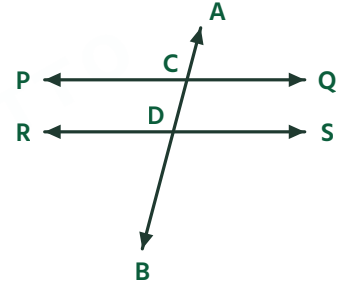
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

**ব্যাখ্যা**

দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার একই ছেদক দ্বারা উৎপন্ন-

(ক) প্রত্যেক জোড়া অনুরূপ কোণ সমান হবে।

(খ) প্রত্যেক জোড়া একান্তর কোণ সমান হবে।

(গ) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটি পরস্পর সম্পূরক তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ হবে।

i. চিত্রে, $PQ \parallel RS$ এবং AB ছেদক। $\therefore \angle ACQ =$ অনুরূপ $\angle CDS$ ii. চিত্রে, $PQ \parallel RS$ এবং CD ছেদক। $\therefore \angle PCD =$ একান্তর $\angle CDS$ iii. চিত্রে, ছেদক AB এর একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটি হলো $\angle QCD$ ও $\angle CDS =$ দুই সমকোণ

৭৭

AB রেখার উপর CO রেখা O বিন্দুতে মিলিত হলে-

- i. $\angle AOC + \angle BOC = 1$ সরলকোণ
- ii. $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ পরস্পরের সম্পূরক কোণ
- iii. $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ প্রত্যেকটি স্থূলকোণ

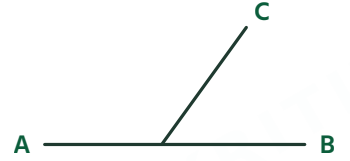
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii ✓

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

**ব্যাখ্যা**(i) সত্য। কারণ, $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB = 1$ সরলকোণ(ii) সত্য। কারণ, দুইটি কোণের ডিগ্রি পরিমাপের সমষ্টি 180° হলে, কোণ দুইটিকে একে অপরের সম্পূরক কোণ বলে।এখানে, $\angle AOC + \angle BOC = 1$ সরলকোণ $= 180^\circ$ (iii) সত্য নয়। কারণ, চিত্র থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, $\angle AOC >$ এক সমকোণ, তাই $\angle AOC$ একটি স্থূলকোণ।আবার, $\angle COB <$ এক সমকোণ, তাই $\angle COB$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

৭৮

চিত্রের বহুভুজটির মোট কোণের মান কত?

ক) 4 সমকোণ

খ) 6 সমকোণ

গ) 8 সমকোণ ✓

ঘ) 10 সমকোণ



ব্যাখ্যা

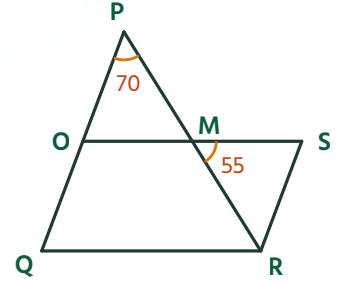
B, F এবং C, E যোগ করি বহুভুজটি তিনটি ক্ষেত্রে বিভক্ত হয়।

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ

এবং চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি 4 সমকোণ

 $\therefore$ বহুভুজের মোট কোণ = $\triangle ABF$ এর মোট কোণ + $BCEF$ এর মোট কোণ + $\triangle CDE$ এর মোট কোণ $= (2 + 4 + 2)$ সমকোণ $= 8$ সমকোণ,

৭৯

OQ $\parallel$ RS এবং OM $\parallel$ QR $\angle OQR + \angle RSM =$ কত?ক) 110° ✓খ) 125° গ) 140° ঘ) 180° 

ব্যাখ্যা

OQ $\parallel$ RS বা PQ $\parallel$ RS

এবং PR তাদের ছেদক

 $\angle QPR = \angle PRS$ [একান্তর কোণ] $\therefore \angle PRS = 70^\circ$ [$\because \angle QPR = 70^\circ$]বা, $\angle MRS = 70^\circ$ $\triangle MRS$ এ $\angle MRS + \angle RMS + \angle RSM = 180^\circ$

[ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $70^\circ + 55^\circ + \angle RSM = 180^\circ$ বা, $\angle RSM = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ OQ $\parallel$ RS এবং OM $\parallel$ QR বা OS $\parallel$ QR

সুতরাং, OQRS একটি সামান্তরিক সামান্তরিকের বিপরীত কোণ জোড়া পরস্পর সমান

 $\therefore \angle OQR = \angle OSR$ বা, $\angle OQR = \angle RSM = 55^\circ$ $\therefore \angle OQR + \angle RSM = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$

৮০

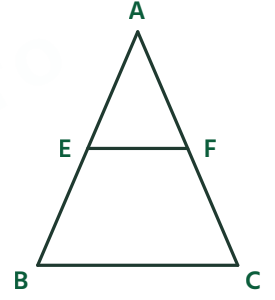
চিত্রে E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $AB \parallel AC$

খ) $AB = BC$

গ) $BC = EF$

ঘ) $BC = 2EF$ ✓



ব্যাখ্যা

উপপাদ্য-৬৫ অনুসারে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক। এখানে, চিত্রে $\triangle ABE$ -এ, E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং EF হলো E, F এর সংযোজক রেখাংশ। $\triangle ABE$ এর অপর বাহুটি হল BC

অর্থাৎ $EF = \frac{1}{2} BC$, $\therefore BC = 2EF$

৮১

$\triangle ABE$ এর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c হলে কোনটি সঠিক?

ক) $a + b > c$ এবং $b + c > a$ এবং $c + a < b$

খ) $a + b > c$ অথবা $b + c > a$ অথবা $c + a > b$ ✓

গ) $a + b < c$ এবং $b + c < a$ এবং $c + a < b$

ঘ) $a + b < c$ অথবা $b + c < a$ অথবা $c + a < b$

৮২

চিত্রে $PE = EQ$, $PF = FR$, PD , $\angle QPR$ এর সমদ্বিখণ্ডক হলে-

i. $QR = 2EF$

ii. $\frac{QD}{DR} = \frac{QE}{RF}$

iii. $EF \parallel QR$

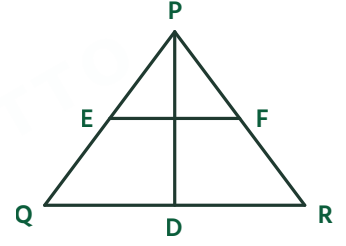
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓



ব্যাখ্যা

চিত্রে $PE = EQ$

অর্থাৎ E, PQ এর মধ্যবিন্দু

এবং $PF = FR$

সুতরাং F, PR এর মধ্যবিন্দু।

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও তার অর্ধেক।

$\therefore EF \parallel QR$

এবং $EF = \frac{1}{2} QR$

$\therefore QR = 2EF$

আবার, ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore QD : DR = QP : RP$

বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{QP}{RP}$ বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{2QE}{2RF}$

$\therefore \frac{QD}{DR} = \frac{QE}{RF}$

৮৩

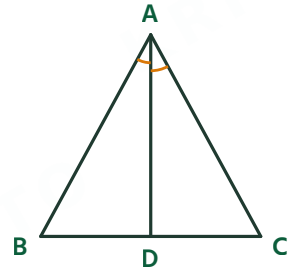
চিত্রানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $AB : AC = BD : CD$ ✓

খ) $AB : AC = BD : AD$

গ) $AB : AC = CD : AD$

ঘ) $AB : AC = AD : AC$



ব্যাখ্যা

ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। চিত্রানুসারে, ABC

ত্রিভুজের A কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক AD; বিপরীত বাহু BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় AB ও AC

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ বা, $AB : AC = BD : CD$

৮৪

$\triangle PQR$ এ $PR > PQ$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে O বিন্দুতে ছেদ করলে-

- $\angle POR = \angle PQO + \angle OPR$
- $\triangle POQ : \triangle POR = QO : OR^2$
- $PQ : PR = QO : OR$

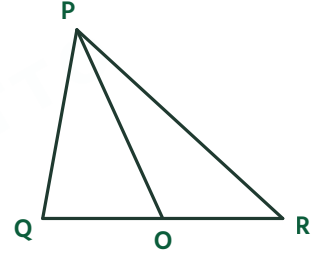
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

গ) ii ও iii

খ) i ও iii ✓

ঘ) i, ii ও iii



ব্যাখ্যা

$$\therefore \angle POR = \angle PQO + \angle OPQ$$

আবার, $\angle OPQ + \angle OPR$

(ii) $\triangle POQ$ ও $\triangle POR$ সদৃশ নয় বলে এটি সত্য নয়।

(iii) ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে

$$PQ : PR = QO : OR$$

৮৫

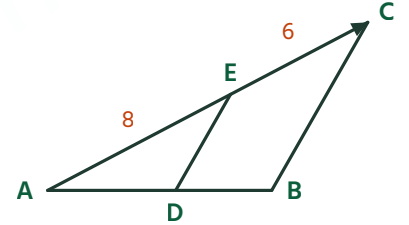
চিত্রে $ED \parallel BC$ এবং $AF : FC = 8 : 6$ যদি, $AD = 4$ মি. হয় $BD =$ কত?

ক) 4 মি.

গ) 5 মি.

খ) 3 মি. ✓

ঘ) 4.5 মি.



ব্যাখ্যা

ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে। চিত্রে ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল ED সরলরেখা ABC ত্রিভুজের অপর দুই বাহু AB ও AC কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে AB ও AC বাহুদ্বয় যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে সমান অনুপাতে বিভক্ত হয়।

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\text{বা, } \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{BD} = \frac{8}{6}$$

$$\therefore BD = 4 \times \frac{6}{8} = 3 \text{ মিটার}$$

৮৬

$\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর উচ্চতা যথাক্রমে h ও k সে.মি. এবং এদের ভূমি h সে.মি. হলে, $\triangle$ ক্ষেত্র $ABC : \triangle$ ক্ষেত্র $DEF =$ কত?

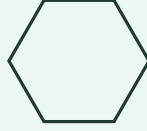
ক) $k : h$ গ) $b : k$ খ) $h : k$ ✓ঘ) $b : h$

ব্যাখ্যা

এখানে $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর উচ্চতা যথাক্রমে h ও k সে.মি. এবং এদের ভূমি সে.মি.। আমরা জানি, দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।

সুতরাং $\triangle$ ক্ষেত্র $ABC : \triangle$ ক্ষেত্র $DEF = h : k$

নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য করো এবং ৮৭ ও ৮৮ প্রশ্নের উত্তর দাও



বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি।

৮৭ বহুভুজটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

ক) ৩টি

গ) ৭টি

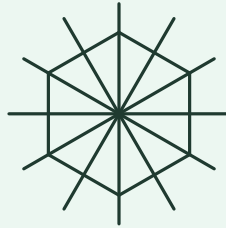
খ) ৬টি ✓

ঘ) অসংখ্য

ব্যাখ্যা

বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. হওয়ায় চিত্রের বহুভুজটি সুসম ষড়ভুজ। সুসম যেকোন বহুভুজের প্রতিসাম্য রেখা হবে এর বাহুর সংখ্যার সমান।

মোট প্রতিসাম্য রেখা ৬টি।



৮৮ বহুভুজটির-

i. ঘূর্ণন মাত্রা 4

ii. ঘূর্ণন কোণ 60°

iii. প্রতিটি কোণ সমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

গ) ii ও iii ✓

খ) i ও iii

ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা

i. বহুভুজটি রেখা প্রতিসমতা ৬ বলে ঘূর্ণন প্রতিসমতাও ৬ হবে।

ii. ঘূর্ণন কোণ = $\frac{\text{একবার ঘূর্ণনে উৎপন্ন কোণ}}{\text{রেখা প্রতিসমতার সংখ্যা}} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

iii. সুসম বহুভুজের সকল বাহু ও কোণ পরস্পর সমান

৮৯

নিচের কোন বর্ণটির প্রতিসমতা নেই?

ক) Z ✓

খ) X

গ) O

ঘ) M

ব্যাখ্যা

এখানে, M এর একটি X এর দুইটি O এর অসংখ্য প্রতিসাম্য রেখা আছে। কিন্তু এর কোনো প্রতিসাম্য রেখা নেই।

৯০

নিচের কোন জ্যামিতিক চিত্রটির বৈখিক প্রতিসমতা নাও থাকতে পারে?

ক) বৃত্ত

খ) রম্বস

গ) আয়ত

ঘ) ট্র্যাপিজিয়াম ✓

ব্যাখ্যা

বৃত্তের অসংখ্য প্রতিসাম্য রেখা বিদ্যমান। যেমন- রম্বসের ক্ষেত্রে ২টি ও আয়তের ক্ষেত্রে ২টি প্রতিসাম্য রেখা আছে। কিন্তু ট্র্যাপিজিয়ামের ক্ষেত্রে নাও থাকতে পারে।

৯১

সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?

ক) 1

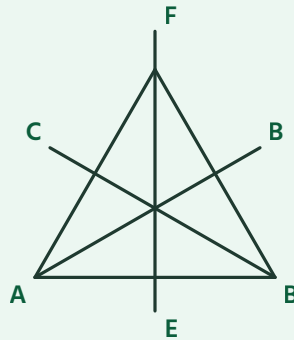
খ) 2

গ) 3 ✓

ঘ) 3

ব্যাখ্যা

ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ। সমবাহু ত্রিভুজ হলো তিন বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ। সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ও কোণগুলো সমান। সুতরাং, সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি প্রতিসাম্য রেখা থাকা সম্ভব। চিত্রে প্রতিসাম্য রেখাগুলো দেখানো হলো-



চিত্রে AB, CB ও B হলো তিনটি প্রতিসাম্য রেখা।

৯২

সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা 6 cm হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

ক) $12\sqrt{3}$

গ) $6\sqrt{3}$

খ) $4\sqrt{3}$ ✓

ঘ) $24\sqrt{3}$

ব্যাখ্যামনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = BC = AC = a$ cmএবং উচ্চতা $AD = 6$ cm

সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$$\therefore BD = DC = \frac{a}{2} \text{ cm}$$

 $AD \perp BC$ হওয়ায় $\angle ADB =$ এক সমকোণ। $\triangle ABD$ সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \text{ [AB অতিভুজ]}$$

বা. $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 6^2$

বা, $a^2 - \frac{a^2}{4} = 36$

বা, $\frac{4a^2 - a^2}{4} = 36$

বা, $\frac{3a^2}{4} = 36$

বা, $a^2 = 36 \times \frac{4}{3}$

বা, $a^2 = 48$

বা, $a^2 = 16 \times 3$

বা, $a = \sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$$\therefore a = 4\sqrt{3}$$

৯৩

কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

ক) $\frac{1}{4}$

গ) $\frac{1}{3}$

খ) $\frac{1}{2}$ ✓

ঘ) 2

ব্যাখ্যাকোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ গুণ।

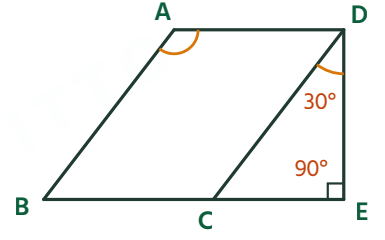
৯৪ চিত্রে $\angle A =$ কত?

ক) 120° ✓

খ) 100°

গ) 140°

ঘ) 130°



ব্যাখ্যা

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

$\triangle CDE$ হতে,

$$\angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle C = 180^\circ - \angle D - \angle E$$

$$\text{বা, } \angle C = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$$

আবার, $\angle BCE = 180^\circ$ [$\because$ এক সরল কোণ]

$$\text{বা, } \angle BCD + \angle DCE = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BCD = 180^\circ - \angle DCE$$

$$\text{বা, } \angle BCD = 180^\circ - 60^\circ [\because \angle DCE = \angle C = 60^\circ]$$

$$\angle BCD = 120^\circ$$

আবার, সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।

ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রে

$$\angle A = \angle BCD = 120^\circ$$

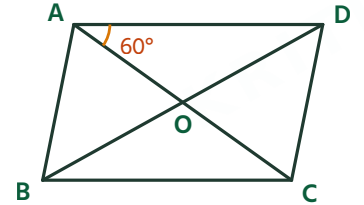
৯৫ চিত্রে, ABCD একটি রম্বস। AC, BD দুইটি কর্ণ। $\angle CAD = 60^\circ$, $\angle ADB =$ কত?

ক) 60°

খ) 30° ✓

গ) 10°

ঘ) 20°



ব্যাখ্যা

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = \angle BOC = \angle AOB = 90^\circ$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

$$\text{এখন } \triangle AOD \text{ এ } \angle ADO + \angle OAD + \angle AOD = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle ADB = 180^\circ - \angle AOD - \angle OAD [\because \angle ADO = \angle ADB]$$

$$\text{বা, } \angle ADB = 180^\circ - 90^\circ - \angle OAD [\because \angle OAD = \angle CAD]$$

$$= 90^\circ - 60^\circ [\because \angle CAD = 60^\circ]$$

$$= 30^\circ \therefore \angle ADB = 30^\circ$$

৯৬

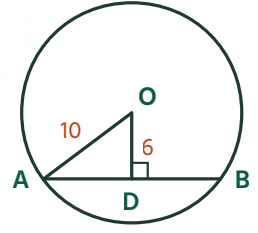
চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত একক?

ক) ৪

খ) ১২

গ) ১৬ ✓

ঘ) ২০

**ব্যাখ্যা**

দেওয়া আছে.

 $AD = BD$ এবং $OD \perp AB$ $\triangle ODA$ হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই, $OA^2 = AD^2 + OD^2$ [$\because$ OA অতিভুজ]বা, $AD^2 = OA^2 - OD^2$ বা, $AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2}$ $= \sqrt{100 - 36}$ $= \sqrt{64} = 8$ একক $\therefore AB = AD + BD = AD + AD$ [$\because AD = BD$] $= 2AD$ $= 2 \times 8 = 16$ একক

অধ্যায় ৬: রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

প্রশ্ন ১। ত্রিভুজ কাকে বলে? ত্রিভুজ কত প্রকার ও কী কী?

উত্তর:

তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্রকে ত্রিভুজ বলে।

বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার। যথা: সমবায়ু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু।

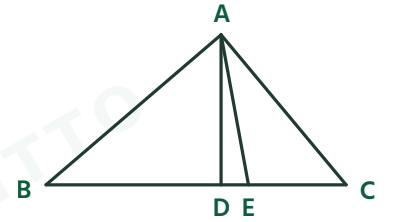
আবার, কোণভেদেও ত্রিভুজ তিন প্রকার। যথা: সূক্ষ্মকোণী, স্থূলকোণী ও সমকোণী।

প্রশ্ন ২। চিত্রসহ ত্রিভুজের মধ্যমা ও উচ্চতার সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত অঙ্কিত রেখাংশকে মধ্যমা বলে। আবার, যেকোনো শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর লম্ব-দূরত্বই ত্রিভুজের উচ্চতা।

চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AE মধ্যমা এবং AD উচ্চতা।



প্রশ্ন ৩। বাহু ও কোণের সর্বসমতা বলতে কী বোঝায়?

উত্তর:

দুইটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুইটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি রেখাংশ সর্বসম হলে এদের দৈর্ঘ্য সমান। দুইটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুইটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি কোণ সর্বসম হলে এদের পরিমাপও সমান।

প্রশ্ন ৪। ত্রিভুজের সর্বসমতা ব্যাখ্যা কর।

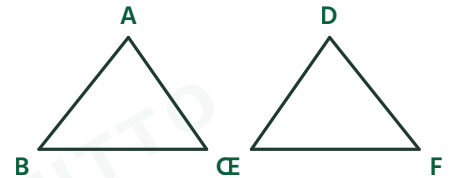
উত্তর:

একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি

সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বায়ু ও

অনুরূপ কোণগুলো সমান।

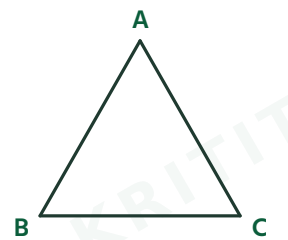
চিত্রে $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সর্বসম।



প্রশ্ন ৫। চিত্রসহ সমবাহু ত্রিভুজের সংজ্ঞা লেখ।

উত্তর:

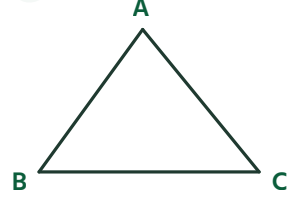
সমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তা সমবাহু ত্রিভুজ। পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের $AB = BC = CA$ অর্থাৎ বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য সমান। সুতরাং ABC ত্রিভুজটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ।



প্রশ্ন ৬। বিষমবাহু ত্রিভুজ বলতে কী বুঝ?

উত্তর:

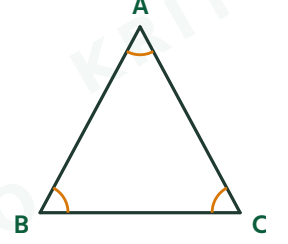
বিষমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান তা বিষমবাহু ত্রিভুজ। পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB, BC, CA বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান।
সুতরাং ABC ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।



প্রশ্ন ৭। সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

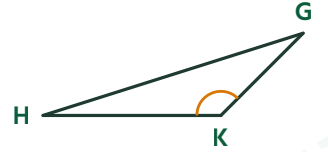
সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। চিত্রে, ABC ত্রিভুজে $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$ কোণ তিনটির প্রত্যেকটি সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ 90° অপেক্ষা কম।
সুতরাং $\triangle ABC$ একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



প্রশ্ন ৮। স্থূলকোণী ত্রিভুজ কাকে বলে?

উত্তর:

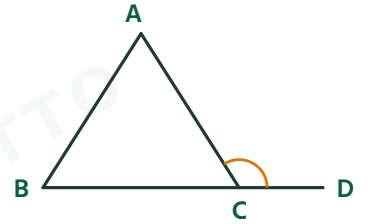
স্থূলকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ, তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ। পাশের চিত্রে GHK ত্রিভুজে $\angle GKH$ একটি স্থূলকোণ, অপর কোণ দুইটি $\angle GHK$ ও $\angle H GK$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ।
সুতরাং $\triangle GHK$ একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।



প্রশ্ন ৯। ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ বলতে কী বোঝায়?

উত্তর:

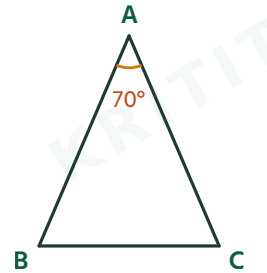
কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তা ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। এই কোণের সন্নিহিত কোণটি ছাড়া ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণকে এই বহিঃস্থ কোণের বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলে।
চিত্রে, $\triangle ABC$ এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। $\angle ACD$ ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। $\angle BAC$ ও $\angle ABC$ হচ্ছে বহিঃস্থ $\angle ACD$ এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ।
 $\angle ABC$, $\angle BAC$ ও $\angle ACB$ ত্রিভুজটির তিনটি অন্তঃস্থ কোণ।



প্রশ্ন ১০। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC এর $AB = AC$, কোণ $BAC = 70^\circ$ হলে, কোণ ACB এর মান নির্ণয় করা।

উত্তর:

ত্রিভুজ ABC-এ,
 $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$
বা, $\angle ACB + \angle ACB + 70^\circ = 180^\circ$
[যেহেতু $AB = AC$ অতএব $\angle ACB = \angle ABC$]
বা, $2 \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ$
বা, $2 \angle ACB = 110^\circ$
অতএব $\angle ACB = 55^\circ$
নির্ণয়ে $\angle ACB$ এর মান 55° ।



প্রশ্ন ১১। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$ হলে, দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

উত্তর:

এখানে, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $= 1 : 1 : \sqrt{2}$

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

অতএব ত্রিভুজের বাহু তিনটি হলো $a = x$ একক, $b = x$ একক এবং $c = \sqrt{2}x$ একক

এখন, $a^2 + b^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 = (\sqrt{2}x)^2 = c^2$

অতএব $a^2 + b^2 = c^2$

ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী হয়।

যেহেতু $a^2 + b^2 = c^2$ এবং দুইটি বাহুর অনুপাত সমান।

সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত $5 : 12 : 13$ হলে দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

উত্তর:

এখানে, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত $= 5 : 12 : 13$

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

অতএব ত্রিভুজের বাহু তিনটি হলো $a = 5x$ একক, $b = 12x$ একক এবং $c = 13x$ একক

এখন, $a^2 + b^2 = (5x)^2 + (12x)^2 = 25x^2 + 144x^2 = 169x^2 = (13x)^2 = c^2$

অতএব $a^2 + b^2 = c^2$

ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী হয়।

যেহেতু ত্রিভুজটিতে $a^2 + b^2 = c^2$

সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩। প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ।

উত্তর:

মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$ । প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ।

অর্থাৎ, $\angle A + \angle C = 90^\circ$

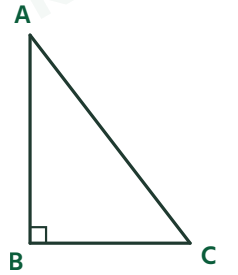
প্রমাণ: ত্রিভুজ ABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [যেহেতু ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle A + \angle C = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 90^\circ$

অতএব $\angle A + \angle C = 90^\circ$

অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। (প্রমাণিত)



প্রশ্ন ১৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x^\circ$ ও $2x^\circ$ হলে, ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাপ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x^\circ$ ও $2x^\circ$ । সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি এক সমকোণ বা 90° ।

$$\text{অর্থাৎ } 4x^\circ + 2x^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } 6x^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } x^\circ = \frac{90^\circ}{6} = 15^\circ$$

$$\text{অতএব ক্ষুদ্রতম কোণ} = 2x^\circ = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$$

$$\text{অতএব সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাপ } 30^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম কোণ } 30^\circ$$

প্রশ্ন ১৫। PQR সমবাহু ত্রিভুজের QR বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, PQR সমবাহু ত্রিভুজের QR বাহুকে উভয় দিকে S ও T পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। ফলে

কোণ PQS ও কোণ PRT দুটি বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হলো।

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60°

$$\therefore \text{PQR ত্রিভুজে } \angle PQR = \angle PRQ = \angle QPR = 60^\circ$$

$$\text{বহিঃস্থ } \angle PQS = \text{বিপরীত অন্তঃস্থ } (\angle QPR + \angle PRQ)$$

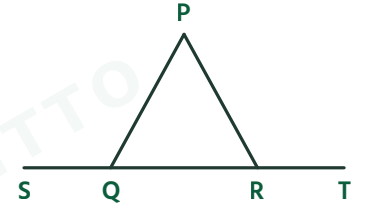
$$\therefore \angle PQS = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{আবার, বহিঃস্থ } \angle PRT = \text{বিপরীত অন্তঃস্থ } (\angle PQR + \angle QPR)$$

$$\therefore \angle PRT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \text{বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল} = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল } 240^\circ$$



প্রশ্ন ১৬। ত্রিভুজ ABC এ কোণ B ও কোণ C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। কোণ A = 50° হলে 2 কোণ BOC এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

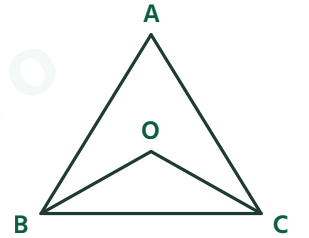
এখানে, ত্রিভুজ ABC এ

$\angle A = 50^\circ$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক BQ ও CO পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

আমরা জানি, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

$$\therefore 2 \angle BOC = 180^\circ + \angle A = 180^\circ + 50^\circ = 230^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় } 2 \angle BOC = 230^\circ$$



প্রশ্ন ১৭। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 8° হলে, বৃহত্তম কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 8°

ধরি, সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ x°

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রতম কোণ} = x^\circ - 8^\circ$$

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি 90°

$$\therefore x^\circ + x^\circ - 8^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } 2x^\circ = 90^\circ + 8^\circ$$

$$\text{বা, } x^\circ = \frac{98^\circ}{2}$$

$$\therefore x^\circ = 49^\circ$$

নির্ণেয় বৃহত্তম কোণ 49° ।

প্রশ্ন ১৮। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 6° হলে, ক্ষুদ্রতম কোণ কত হবে?

উত্তর:

দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 6°

ধরি, সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ x°

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রতম কোণ} = x^\circ - 6^\circ$$

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি 90°

$$\therefore x^\circ + x^\circ - 6^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } 2x^\circ = 90^\circ + 6^\circ$$

$$\text{বা, } x^\circ = \frac{96^\circ}{2} = 48^\circ$$

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রতম কোণ} = x^\circ - 6^\circ = 48^\circ - 6^\circ = 42^\circ$$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম কোণ 42° ।

প্রশ্ন ১৯। ABC ত্রিভুজে AB = AC এবং AD একটি মধ্যমা হলে, প্রমাণ কর যে, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

উত্তর:

মনে করি, $\triangle ABC$ -এ AB = AC এবং AD মধ্যমা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

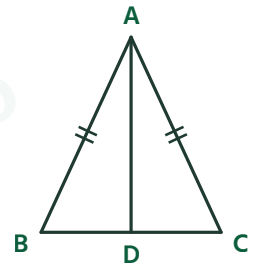
প্রমাণ: $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ -এ

$$AB = AC \text{ [দেওয়া আছে]}$$

$$AD = AD \text{ [সাধারণ বাহু]}$$

$$BD = CD \text{ [D, BC এর মধ্যবিন্দু]}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD. \text{ (প্রমাণিত)}$$



প্রশ্ন ২০। সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ৩ সে.মি. হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা, AD = ৩ সে.মি.

ধরি, বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

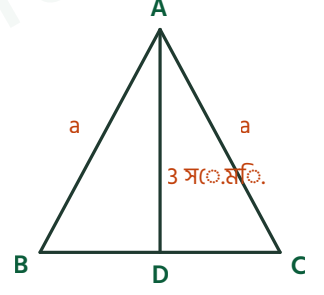
∴ আমরা জানি, $AD = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

বা, $3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

বা, $\sqrt{3}a = 3 \times 2$

বা, $a = \frac{3 \times 2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

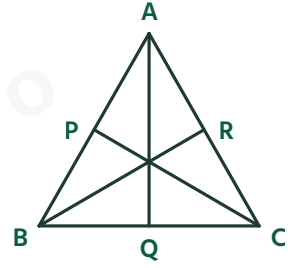
নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সে.মি.।



প্রশ্ন ২১। Δ ABC এর AB, BC এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R হলে, মধ্যমাসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

উত্তর:

চিত্রে Δ ABC এর AB, BC ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q ও R এবং AQ, BR ও CP এর তিনটি মধ্যমা।



অধ্যায় ১৪: অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা

প্রশ্ন ১। অনুপাত ও সমানুপাতের তিনটি ধর্ম লেখ।

উত্তর:

অনুপাত ও সমানুপাতের তিনটি ধর্ম হলো:

(i) $a : b = x : y$ এবং $c : d = x : y$ হলে, $a : b = c : d$ হবে।

(ii) $a : b = b : a$ হলে, $a = b$ হবে।

(iii) $a : b = c : d$ হলে, $ad = bc$ (আড়গুণন)।

প্রশ্ন ২। অনুপাত ও সমানুপাতের যোজন-বিয়োজন সম্পর্কিত ধর্ম লেখ।

উত্তর:

অনুপাত ও সমানুপাতের যোজন বিয়োজন সম্পর্কিত ধর্ম হলো:

(i) $a : b = x : y$ হলে, $a + b : b = x + y : y$ হবে (যোজন)

এবং $a - b : b = x - y : y$ হবে (বিয়োজন)।

(ii) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (যোজন ও বিয়োজন)।

প্রশ্ন ৩। অনুপাত ও সমানুপাতের ব্যস্তকরণ ও একান্তরকরণ সম্পর্কিত ধর্ম লেখ।

উত্তর:

অনুপাত ও সমানুপাতের ব্যস্তকরণ ধর্মটি হলো:

ব্যস্তকরণ: $a : b = x : y$ হলে, $b : a = y : x$ হবে।

একান্তরকরণ: $a : b = x : y$ হলে, $a : x = b : y$ হবে।

প্রশ্ন ৪। দুইটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে তাদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি কেমন হবে?

উত্তর:

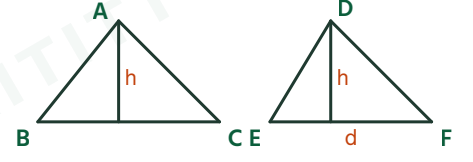
মনে করি, ত্রিভুজদ্বয় ABC ও DEF এর ভূমি যথাক্রমে $BC = a$, $EF = d$ এবং উভয় ক্ষেত্রে উচ্চতা h .

সুতরাং, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times h$

ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times d \times h$

অতএব, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times h : \frac{1}{2} \times d \times h = a : d = BC : EF$.

সুতরাং, দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক হবে।



প্রশ্ন ৫। চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে BC ও EF এর অনুপাত নির্ণয় করা।

উত্তর:

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।

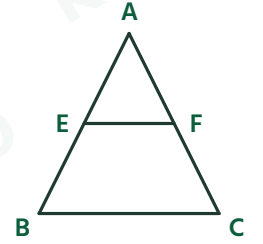
অর্থাৎ $EF = \frac{1}{2} BC$

বা, $2EF = BC$

বা, $\frac{BC}{EF} = \frac{2}{1}$

$\therefore BC : EF = 2 : 1$

নির্ণেয় অনুপাত 2 : 1.



প্রশ্ন ৬। ΔABC এ $PQ \parallel BC$ হলে, $AP : PB =$ কত?

উত্তর:

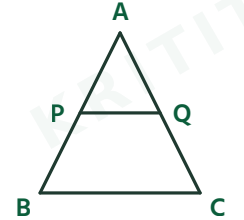
আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

চিত্রে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল PQ সরলরেখা AB ও AC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

বা, $AP : PB = AQ : QC$.

নির্ণেয় $AP : PB = AQ : QC$.



প্রশ্ন ৭। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি. এবং AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে, ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

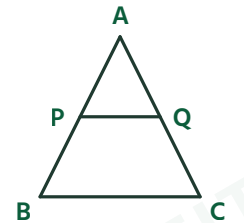
দেওয়া আছে, ΔABC -এর ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি.।

চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু P ও Q.

$\therefore \Delta APQ$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4} \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{4} \times 48$ বর্গ সে.মি. = 12 বর্গ সে.মি.

নির্ণেয় ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি.।



প্রশ্ন ৮। ত্রিভুজ ABC-এ DE $\parallel$ BC, AD = 3 মিটার এবং AE = 2 মিটার হলে, AB : AC = কত?

উত্তর:

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজকে অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\text{চিত্র হতে পাই, } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\text{বা, } \frac{BD}{AD} = \frac{EC}{AE} \text{ [ব্যস্তকরণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{BD + AD}{AD} = \frac{EC + AE}{AE} \text{ [যোজন করে]}$$

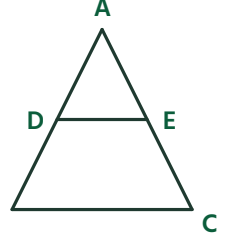
$$\text{বা, } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} \text{ [একান্তরকরণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}$$

$$\text{অতএব, } AB : AC = 3 : 2.$$

$$\text{নির্ণেয় } AB : AC = 3 : 2.$$



প্রশ্ন ৯। ত্রিভুজ ABC এর BC বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ AB ও AC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। AB : AP = 15 : 14 এবং AC = 60 মিটার হলে, CQ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে,

$$AB : AP = 15 : 14 \text{ এবং } AC = 60 \text{ মিটার}$$

যেহেতু ত্রিভুজ ABC এ PQ $\parallel$ BC

$$\text{সুতরাং } \frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ}$$

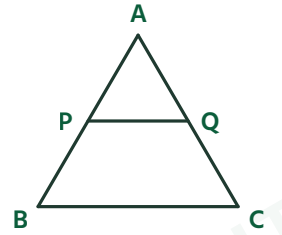
$$\text{বা, } \frac{15}{14} = \frac{60}{AQ}$$

$$\text{বা, } AQ = \frac{60 \times 14}{15}$$

$$\text{অতএব, } AQ = 56$$

$$\text{অতএব, } CQ = AC - AQ = (60 - 56) = 4 \text{ মিটার}$$

$$\text{নির্ণেয় } CQ \text{ এর মান } 4 \text{ মিটার।}$$



প্রশ্ন ১০। ত্রিভুজ PMN এর ক্ষেত্রফল 16 বর্গ সে.মি. এবং $\frac{MR}{MN} = \frac{3}{4}$ হলে, ত্রিভুজ PMR এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর:

$$\text{এখানে, ত্রিভুজ PMN এর ক্ষেত্রফল} = 16 \text{ বর্গ সে.মি. এবং } \frac{MR}{MN} = \frac{3}{4}.$$

আবার, ΔPMR এবং ΔPMN এর উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

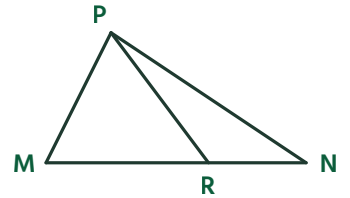
$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\Delta PMR}{\Delta PMN} = \frac{MR}{MN}$$

$$\text{বা, } \frac{\Delta PMR}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \Delta PMR = \frac{3 \times 16}{4}$$

$$\text{অতএব, } \Delta PMR = 12$$

$$\text{নির্ণেয় } \Delta PMR \text{ এর ক্ষেত্রফল } 12 \text{ বর্গ সে.মি.।}$$



প্রশ্ন ১১। $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. এবং $\triangle ACD$ এর ক্ষেত্রফল 80 বর্গ সে.মি. হলে, $BC : CD =$ কত?

উত্তর:

এখানে, $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. এবং $\triangle ACD$ এর ক্ষেত্রফল 80 বর্গ সে.মি.।

আবার, $\triangle ABC$ ও $\triangle ACD$ এর উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

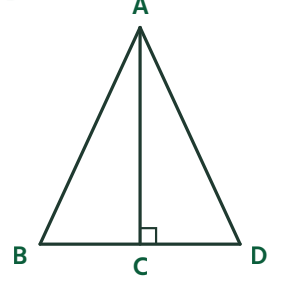
$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\triangle ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{32}{80} = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{BC}{CD} = \frac{2}{5}$$

অতএব, $BC : CD = 2 : 5$

নির্ণেয় অনুপাত 2 : 5.



প্রশ্ন ১২। $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 100 বর্গ সে.মি. ও 120 বর্গ সে.মি.। উচ্চতা সমান হলে ভূমির অনুপাত কত?

উত্তর:

এখানে, $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং $\triangle DEF$ এর ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি.।

ধরি, $\triangle ABC$ ত্রিভুজের ভূমি a এবং $\triangle DEF$ ত্রিভুজের ভূমি b.

উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{100}{120} = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{5}{6}$$

অতএব, $a : b = 5 : 6$

নির্ণেয় ভূমির অনুপাত 5 : 6.

প্রশ্ন ১৩। $\triangle PQR$ ও $\triangle XYZ$ এর উচ্চতা একই এবং ভূমি যথাক্রমে 7 ও 8 সে.মি. হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, $\triangle PQR$ এর ভূমি $QR = 7$ সে.মি. এবং $\triangle XYZ$ এর ভূমি $YZ = 8$ সে.মি.।

উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\triangle PQR}{\triangle XYZ} = \frac{QR}{YZ}$$

$$\text{বা, } \frac{\triangle PQR}{\triangle XYZ} = \frac{7}{8}$$

অতএব, $\triangle PQR : \triangle XYZ = 7 : 8$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত 7 : 8.

অধ্যায় ১৫: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

প্রশ্ন ১। সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলতে কী বোঝ?

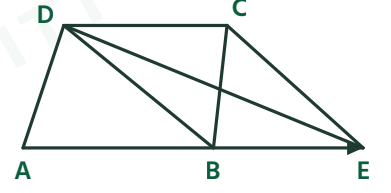
উত্তর:

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতলক্ষেত্রের নির্দিষ্ট পরিমাপ রয়েছে যাকে ক্ষেত্রফল বলে। এই ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। যেমন, যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার তার ক্ষেত্রফল হবে এক বর্গ সেন্টিমিটার।

প্রশ্ন ২। একটি ত্রিভুজ আঁক যার ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

উত্তর:

চিত্রে, DAE অঙ্কিত ত্রিভুজ যার ক্ষেত্রফল ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



প্রশ্ন ৩। পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ।

উত্তর:

পিথাগোরাসের উপপাদ্য: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

প্রশ্ন ৪। কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

উত্তর:

মনে করি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক

বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ একক

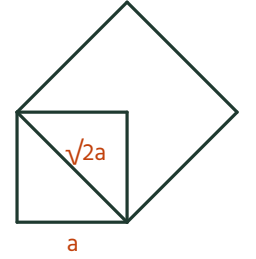
$\therefore$ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল

$= (\sqrt{2}a)^2$ বর্গ একক

$= 2a^2$ বর্গ একক

$= 2 \times$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।



প্রশ্ন ৫। ত্রিভুজ PQR এ, $\angle Q = 90^\circ$, PQ = 5 সে.মি., QR = 12 সে.মি. হলে, PR এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, ত্রিভুজ PQR এ, $\angle PQR = 90^\circ$ ।

PQ = 5 সে.মি. এবং QR = 12 সে.মি.।

পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে,

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$= (5)^2 + (12)^2$$

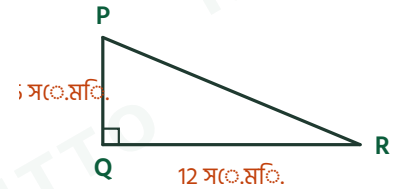
$$= 25 + 144$$

$$= 169$$

$$\text{বা, } PR = \sqrt{169}$$

$$PR = 13$$

অতএব, PR এর মান 13 সে.মি.।



প্রশ্ন ৬। কোনো ত্রিভুজ ও সামান্তরিক একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মাঝে অবস্থিত হলে দেখাও যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

উত্তর:

চিত্রে, ABCD একটি সামান্তরিক।

সামান্তরিকের বাহু AB = বাহু CD এবং বাহু AD = বাহু BC।

প্রমাণ করতে হবে যে: Δ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD

প্রমাণ: Δ ABC ও Δ ADC-এ,

AB = CD [দেওয়া আছে]

BC = AD [দেওয়া আছে]

এবং AC = AC [সাধারণ বাহু]

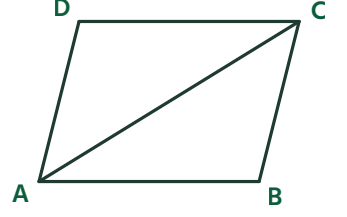
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$

$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD = Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র ADC

= Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র ABC

= 2 Δ ক্ষেত্র ABC

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{2} \times$ সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD. (দেখানো হলো)



প্রশ্ন ৭। ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ মি. হলে, Δ ABE এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

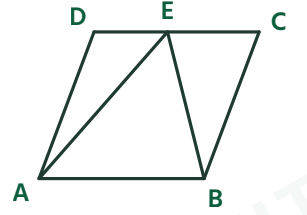
আমরা জানি, কোনো সামান্তরিক ও ত্রিভুজ একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

$\therefore \Delta$ ABE এর ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{2} \times$ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{2} \times 120$ বর্গ মিটার = 60 বর্গমিটার

নির্ণেয় Δ ABE এর ক্ষেত্রফল 60 বর্গমিটার।



প্রশ্ন ৮। Δ ABC-এ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে, $\angle B$ এর মান কত?

উত্তর:

Δ ABC-এ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী Δ ABC-এ অতিভুজ হচ্ছে AC

সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°

নির্ণেয় $\angle B$ এর মান 90° ।

প্রশ্ন ৯। যদি Δ ABC-এর $AB^2 + BC^2 = AC^2$ হয়, তবে $\angle A + \angle C =$ কত?

উত্তর:

Δ ABC-এ, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী Δ ABC-এ অতিভুজ হচ্ছে AC

সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°

$\therefore$ বাহু AC এর বিপরীত কোণ $\angle B = 90^\circ$

আমরা জানি, ত্রিভুজের সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর দুই কোণের সমষ্টি 90°

$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ$ ।

প্রশ্ন ১০। ΔPQR -এ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ এবং $\angle P = 50^\circ$ হলে, $\angle R$ এর মান নির্ণয় করা।

উত্তর:

$$\Delta PQR\text{-এ, } PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী ΔPQR -এ অতিভুজ হচ্ছে PR

সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°

$$\text{অর্থাৎ, } \angle Q = 90^\circ$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

$$\therefore \angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 50^\circ + 90^\circ + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 140^\circ + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle R = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\therefore \angle R = 40^\circ$$

নির্ণেয় $\angle R$ এর মান 40° ।

প্রশ্ন ১১। ৪০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে, ΔAXY এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

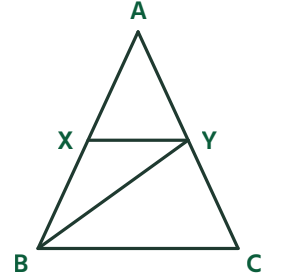
দেওয়া আছে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ৪০ বর্গমিটার

$$Y, AC \text{ এর মধ্যবিন্দু বলে, } \Delta \text{ ক্ষেত্র } ABY = \frac{1}{2} \times \Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC$$

$$\text{এবং } X, AB \text{ এর মধ্যবিন্দু বলে, } \Delta \text{ ক্ষেত্র } AXY = \frac{1}{2} \times \Delta \text{ ক্ষেত্র } ABY$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC = \frac{1}{4} \times \Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC = \frac{1}{4} \times 40 = 10 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \Delta AXY \text{ এর ক্ষেত্রফল } 10 \text{ বর্গমিটার।}$$



প্রশ্ন ১২। ΔABC এর ক্ষেত্রফল ১৪৪ বর্গ সে.মি. এবং AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P , Q হলে, ΔABQ এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

দেওয়া আছে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ১৪৪ বর্গ সে.মি.

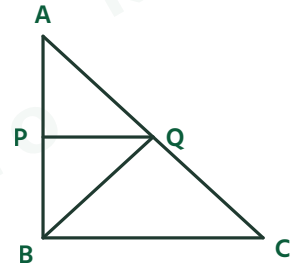
Q , AC এর মধ্যবিন্দু বলে, ΔABQ এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times 144 \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 72 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \Delta ABQ \text{ এর ক্ষেত্রফল } 72 \text{ বর্গমিটার।}$$



প্রশ্ন ১৩। ΔABC -এ, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 12$ সে.মি. ও $AB = 5$ সে.মি. হলে, $BC =$ কত সে.মি.?

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 12$ সে.মি. এবং $AB = 5$ সে.মি.

$$\text{চিত্র হতে, } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

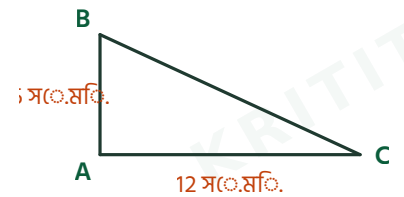
$$\text{বা, } BC^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = 25 + 144$$

$$\text{বা, } BC^2 = 169$$

$$\therefore BC = \sqrt{169} = 13$$

নির্ণেয় মান: $BC = 13$ সে.মি.।



প্রশ্ন ১৪। একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল তার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

উত্তর:

ধরি, সরলরেখার দৈর্ঘ্য x একক

$\therefore$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল, $a_1 = x^2$ বর্গ একক

আবার, সরলরেখার অর্ধেকের দৈর্ঘ্য $= \frac{x}{2}$ একক

$\therefore$ অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল, $a_2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2$ বর্গ একক $= \frac{x^2}{4}$ বর্গ একক

এখন, $a_1 : a_2 = x^2 : \frac{x^2}{4} = 1 : \frac{1}{4} = 4 : 1$

$\therefore a_1$ এর ক্ষেত্রফল a_2 এর ক্ষেত্রফলের চারগুণ।

অর্থাৎ সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল তার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের চারগুণ।

প্রশ্ন ১৫। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 144 বর্গ একক এবং ভূমি 12 একক হলে, ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?

উত্তর:

দেওয়া আছে,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 144 বর্গ একক এবং ভূমি = 12 একক

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

বা, $144 = \frac{1}{2} \times 12 \times$ উচ্চতা

$\therefore$ উচ্চতা $= \frac{144}{6} = 24$

নির্ণেয় উচ্চতা 24 একক।

প্রশ্ন ১৬। চিত্রে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং $AD \perp BC$, $BD = 5$ সে.মি. হলে, AD এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তর:

যেহেতু ABC ত্রিভুজটি সমবাহু সেহেতু $AB = BC = AC$.

আবার, $AD \perp BC$. সুতরাং $BC = 2 \times BD = 2 \times 5 = 10$ সে.মি.।

অর্থাৎ $AB = BC = 10$ সে.মি.।

ΔABD এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

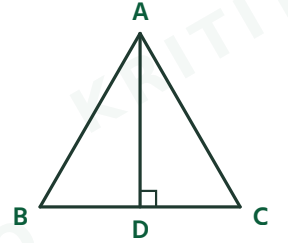
বা, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$

$= \sqrt{10^2 - 5^2}$

$= \sqrt{100 - 25}$

$= \sqrt{75} = 8.66$ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় BD এর দৈর্ঘ্য 8.66 সে.মি. (প্রায়)।



অধ্যায় ৬: রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

১

ঢাকা বোর্ড ২০২৪

ABC একটি ত্রিভুজের $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

(ক) প্রমাণ কর যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। ৪

(গ) F, BC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AF$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় $\angle ACD$ বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.

অঙ্কন: C বিন্দু দিয়ে BA-এর সমান্তরাল CF অঙ্কন করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. AB ও CF সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক।

$\therefore \angle BAC = \angle ACF$ [একান্তর কোণ]

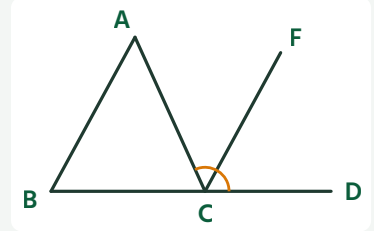
ধাপ ২. আবার, BA ও CF সমান্তরাল এবং BCD ছেদক।

$\therefore \angle ABC = \angle FCD$ [অনুরূপ কোণ]

ধাপ ৩. অতএব, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACF + \angle FCD$. [(১) ও (২) থেকে]

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ [$\angle ACD = \angle ACF + \angle FCD$]

$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. (প্রমাণিত)



(খ) ৪

মনে করি, $\triangle ABC$ এ $\angle ABE$ এবং $\angle ACD$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABE + \angle ACD > দুই সমকোণ$ ।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle ABC$ -এ

বহিঃস্থ $\angle ABE =$ বিপরীত অন্তঃস্থ ($\angle ACB + \angle BAC$)

$\therefore \angle ABE = \angle ACB + \angle BAC$

ধাপ ২. $\triangle ABC$ -এ

বহিঃস্থ $\angle ACD =$ বিপরীত অন্তঃস্থ ($\angle ABC + \angle BAC$)

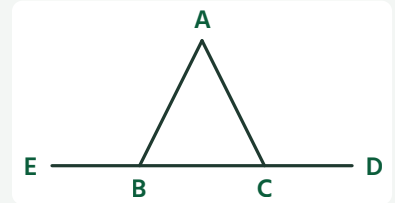
$\therefore \angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

ধাপ ৩. (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $\angle ABE + \angle ACD = \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC + \angle BAC$

বা, $\angle ACD + \angle ABE = (\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC) + \angle BAC$

বা, $\angle ACD + \angle ABE = 2$ সমকোণ + $\angle BAC$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণের সমান]

$\therefore \angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। (প্রমাণিত)



(গ) ৪

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু F । A, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AF$.

অঙ্কন: AF কে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $AF = FG$ হয়। G, C যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle ABF$ এবং $\triangle GCF$ -এ,

$BF = CF$ [$\because F, BC$ -এর মধ্যবিন্দু]

$AF = GF$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle AFB = \angle GFC$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle GCF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = GC$

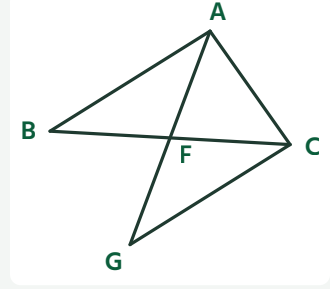
ধাপ ২. এখন, $\triangle AGC$ -এ,

$AC + GC > AG$ [$\because$ ত্রিভুজের দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AF + FG$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $AB + AC > AF + AF$

$\therefore AB + AC > 2AF$. (প্রমাণিত)



২

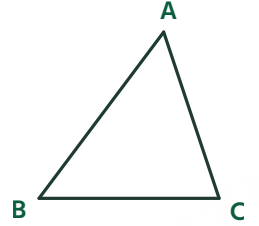
কুমিল্লা বোর্ড ২০২৪

চিত্রে $AB > AC$

(ক) কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

(খ) M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$. ৪

(গ) $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। ৪



২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

শর্তমতে, $\pi r^2 = 100$

বা, $r^2 = \frac{100}{\pi} = \frac{100}{3.1416} = 31.83$

বা, $r = \sqrt{31.83} = 5.641$

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫.৬৪১ সে.মি. (প্রায়)

(খ) ৪

মনে করি, $\triangle ABC$ ত্রিভুজে ($AB > AC$) M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel BC$ ।

অঙ্কন: M, N যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $MN = NF$ হয়। C, F যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১: $\triangle AMN$ ও $\triangle CNF$ -এ

$AN = CN$ [N, AC এর মধ্যবিন্দু]

$MN = NF$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle ANM = \angle CNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \triangle AMN \cong \triangle CNF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$AM = CF$ বা, $BM = CF$ [$\because AM = BM$]

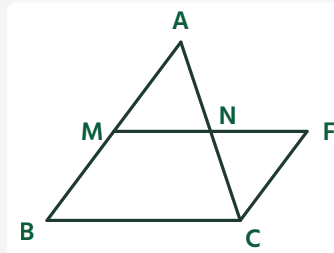
$\angle AMN = \angle NFC$ [একান্তর কোণ]

$\therefore AM \parallel CF$ বা, $BM \parallel CF$

$\therefore BCFM$ একটি সামান্তরিক

$\therefore MF \parallel BC$

অর্থাৎ $MN \parallel BC$. (প্রমাণিত)



(গ) ৪

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ।

অঙ্কন: AB বাহু হতে AC -এর সমান AE অংশ কাটি এবং P, E যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle AEP$ ও $\triangle ACP$ -এ, $AE = AC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AP = AP$ [সাধারণ বাহু]

$\angle PAE = \angle CAP$ [$\because AP, \angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\therefore \triangle AEP \cong \triangle ACP$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle APE = \angle APC$

সুতরাং $\angle APB > \angle APE$ [$\because \angle APE, \angle APB$ -এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle APB > \angle APC$ [$\because \angle APC = \angle APE$]

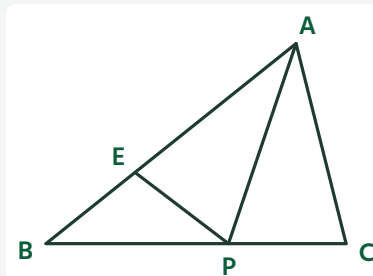
$\therefore \angle APB$ স্থূলকোণ।

[$\because \angle APB$ ও $\angle APC$ -এর সমষ্টি এক সরলকোণ।]

যেহেতু $\angle APB$ এবং $\angle APC$ সন্নিহিত কোণ

$\therefore \angle APC < 90^\circ$

$\therefore \angle APC$ সূক্ষ্মকোণ (প্রমাণিত)



৩

সিলেট বোর্ড ২০২৪

$\triangle ABC$ -এ AD, BF ও CE তিনটি মধ্যমা।

(ক) $AB = AC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$. ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ এবং AD মধ্যমা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

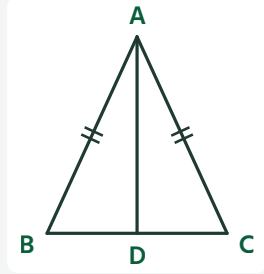
প্রমাণ: $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ -এ

$AB = AC$ [দেওয়া আছে]

$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

$BD = CD$ [D , BC এর মধ্যবিন্দু]

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$. (প্রমাণিত)



(খ) ৪

মনে করি, $\triangle ABC$ -এর AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু E এবং F . প্রমাণ করতে হবে যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন: E , F যোগ করি এবং Q পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EF = FQ$ হয়। Q এবং C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle AEF$ এবং $\triangle CFQ$ এর মধ্যে

$EF = FQ$ [অঙ্কনানুসারে]

$AF = CF$ [$\therefore AC$ এর মধ্যবিন্দু F]

এবং $\angle AFE = \angle CFQ$ [বিশ্তীপ কোণ]

সুতরাং $\triangle AEF \cong \triangle CFQ$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $AE = CQ$ এবং $\angle EAF = \angle QCF$

আবার E , AB এর মধ্যবিন্দু বলে $AE = BE$

ফলে, $BE = CQ$

আবার, $\angle EAF = \angle QCF$ বলে $AE \parallel CQ$ বা $AB \parallel CQ$

অর্থাৎ $BE \parallel CQ$

এখন, $BCQE$ চতুর্ভুজে BE ও CQ পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে EQ ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হবে।

সুতরাং $EF \parallel BC$

আবার, $EQ = BC$

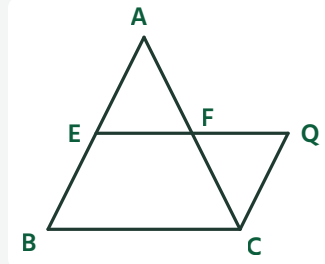
বা, $EF + FQ = BC$ [$\therefore EQ = EF + FQ$]

বা, $EF + EF = BC$ [$\therefore FQ = EF$]

বা, $2EF = BC$

$\therefore EF = \frac{1}{2} BC$

অতএব $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$. (প্রমাণিত)



(গ) ৪

মনে করি, $\triangle ABC$ এর AD , BF , CE তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$.

অঙ্কন: AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $AD = DG$ হয়। C , G যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle ABD$ ও $\triangle CDG$ -এ

$BD = CD$ [$\because D$, BC এর মধ্যবিন্দু]

$AD = DG$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDG$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = CG$

ধাপ ২. $\triangle ACG$ -এ,

$AC + CG > AG$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DG$

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DG = AD$]

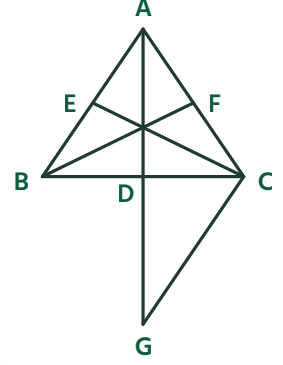
$\therefore AB + AC > 2AD$

একইভাবে, $AB + BC > 2BF$ এবং $BC + AC > 2CE$

ধাপ ৩. $2(AB + BC + AC) > 2(AD + BF + CE)$ [ধাপ (২) হতে]

বা, $AB + BC + AC > AD + BF + CE$

$\therefore AD + BF + CE < AB + BC + AC$. (প্রমাণিত)



৪

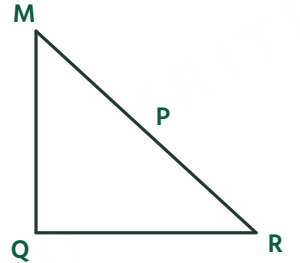
চিত্রে $PM = PR$.

(ক) প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

(খ) L , MQ এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2} QR = LP$. ৪

(গ) $PQ = PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle MQR = 90^\circ$. ৪

বরিশাল বোর্ড ২০২৪



৪ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABDC$ একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > CD$. অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

অঙ্কন: O , C এবং O , D যোগ করি।

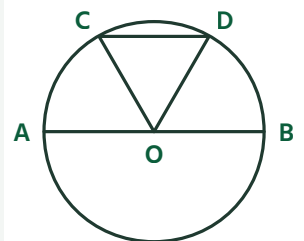
প্রমাণ: $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, $\triangle OCD$ -এ, $OC + OD > CD$

[$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $OA + OB > CD$ [$\because OA = OB = OC = OD$]

$\therefore AB > CD$. অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। (প্রমাণিত)



(খ) 8

এখানে $\triangle MQR$ -এ L ও P যথাক্রমে MQ এবং MR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}QR = LP$.

$QR = LP$.

অঙ্কন: L, P যোগ করি। LP কে N পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $LP = PN$ হয়। N, R যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle MLP$ ও $\triangle PNR$ এর মধ্যে

$PM = PR$ [দেওয়া আছে]

$LP = PN$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle MPL = \angle RPN$ [বিপরীত কোণ]

$\therefore \triangle MLP \cong \triangle PNR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$ML = RN$ এবং $\angle MLP = \angle PNR$

আবার, $\angle LMP = \angle NRP$ [একান্তর কোণ]

$ML \parallel RN$ বা, $MQ \parallel RN$ অর্থাৎ $LQ \parallel RN$

আবার, $LQ = ML = RN$ এবং $LQ \parallel RN$

সুতরাং $LQRN$ একটি চতুর্ভুজ।

$\therefore LN \parallel QR$ বা $LP \parallel QR$

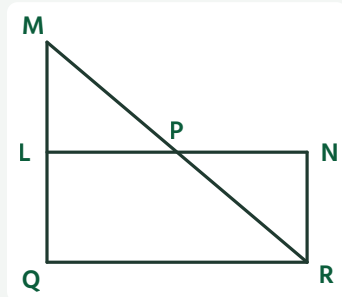
আবার, $LN = QR$

বা, $LP + PN = QR$

বা, $LP + LP = QR$

বা, $2LP = QR$ বা, $LP = \frac{1}{2} QR$

$\therefore \frac{1}{2} QR = LP$. (প্রমাণিত)



(গ) 8

দেওয়া আছে, $\triangle MQR$ - $PQ = PR$

প্রমাণ করতে হবে যে $\angle MQR = 90^\circ$

প্রমাণ:

$\triangle PQR$ এ $PQ = PR$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle PRQ = \angle PQR$

অর্থাৎ $\angle MRQ = \angle PQR$

$PQ = PM$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \angle PMQ = \angle PQM$

অর্থাৎ $\angle RMQ = \angle PQM$

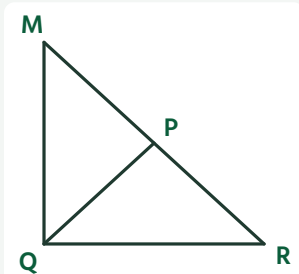
$\triangle MQR$ এ, $\angle MQR + \angle MRQ + \angle RMQ = 180^\circ$

বা, $\angle MQR + \angle PQR + \angle PQM = 180^\circ$

বা, $\angle MQR + \angle MQR = 180^\circ$

বা, $2\angle MQR = 180^\circ$

$\therefore \angle MQR = 90^\circ$ (প্রমাণিত)



$\triangle ABC$ ত্রিভুজের $AB > AC$ এবং AD , BE এবং CF তিনটি মধ্যমা।

(ক) সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ৩ সে.মি. হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. ৪

(গ) $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP হলে, প্রমাণ কর $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা, $AD = 3$ সে.মি.

ধরি, বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

$\therefore$ আমরা জানি, $AD = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

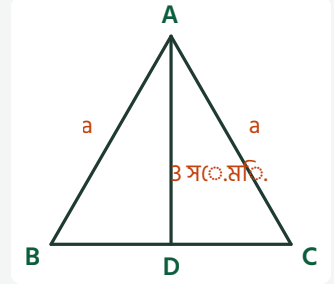
বা, $3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

বা, $\sqrt{3}a = 3 \times 2$

বা, $a = \frac{3 \times 2}{\sqrt{3}}$

$\therefore a = 2\sqrt{3}$

নির্ণয় বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সে.মি.



(খ) ৪

মনে করি, $\triangle ABC$ এর AD , BE , CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$.

অঙ্কন: AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $AD = DG$ হয়। C , G যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle ABD$ ও $\triangle CDG$ -এ

$BD = CD$ [$\because D$, BC এর মধ্যবিন্দু]

$AD = DG$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDG$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = CG$

ধাপ ২. $\triangle ACG$ -এ,

$AC + CG > AG$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DG$

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DG = AD$]

$\therefore AB + AC > 2AD$

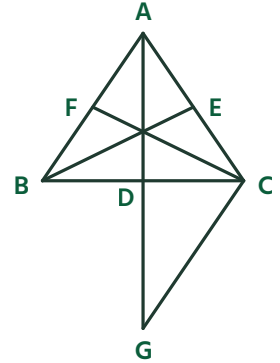
একইভাবে, $AB + BC > 2BE$

এবং $BC + AC > 2CF$

ধাপ ৩. $2(AB + BC + AC) > 2(AD + BE + CF)$ [ধাপ (২) হতে]

বা, $AB + BC + AC > AD + BE + CF$

$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$. (প্রমাণিত)



(গ) ৪

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP , BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APB$ স্থূলকোণ।

অঙ্কন: AB বাহু হতে AC -এর সমান AE অংশ কাটি এবং P , E যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle AEP$ ও $\triangle ACP$ -এ, $AE = AC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AP = AP$ [সাধারণ বাহু]

$\angle PAE = \angle CAP$ [$\because AP$, $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

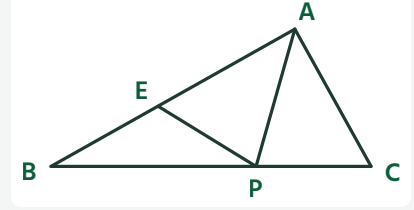
$\therefore \triangle AEP \cong \triangle ACP$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle APE = \angle APC$

সুতরাং $\angle APB > \angle APE$ [$\because \angle APE$, $\angle APB$ -এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle APB > \angle APC$ [$\because \angle APC = \angle APE$]

$\therefore \angle APB$ স্থূলকোণ। [$\because \angle APB$ ও $\angle APC$ -এর সমষ্টি এক সরলকোণ।] (প্রমাণিত)



৬

কুমিল্লা বোর্ড ২০২০

$\triangle MNP$ এর Q , R ও S যথাক্রমে MN , MP এবং NP এর মধ্যবিন্দু।

(ক) ৪ সে.মি. বাহুর দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন করা। [বিবরণ প্রয়োজন নেই] ২

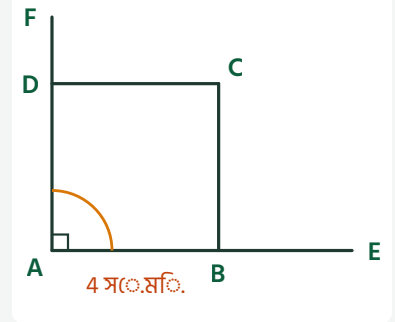
(খ) প্রমাণ কর যে, $MS + NR + PQ < MN + NP + MP$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $QR = \frac{1}{2} NP$ এবং $QR \parallel NP$. ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

$ABCD$ বর্গ অঙ্কন করা হলো যার বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = BC = CD = AD = 4$ সে.মি.।



(খ) 8

এখানে, $\triangle MNP$ এর Q , R ও S যথাক্রমে MN , MP এবং NP এর মধ্যবিন্দু। M , S ; N , R এবং Q , P যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MS + NR + PQ < MN + NP + MP$.

অঙ্কন: MS কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $MS = SD$ হয়। P , D যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১: $\triangle MNS$ ও $\triangle SPD$ এ

$NS = SP$ [$\because$ NP এর মধ্যবিন্দু S]

$MS = SD$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং $\angle MSN = \angle PSD$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \triangle MNS \cong \triangle SPD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore MN = PD$

ধাপ ২: $\triangle MPD$ -এ,

$MP + PD > MD$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $MP + MN > MS + SD$ [$\because PD = MN$ এবং $MD = MS + SD$]

বা, $MP + MN > MS + MS$ [$\because MS = SD$]

বা, $MP + MN > 2MS$

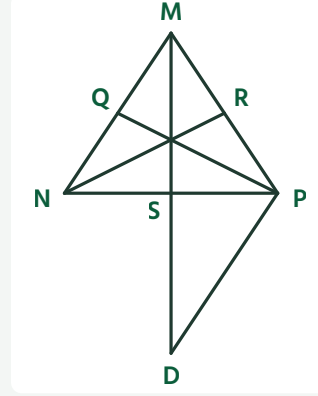
একইভাবে, $MN + NP > 2NR$

এবং $NP + MP > 2PQ$

ধাপ ৩: $2(MN + NP + MP) > 2(MS + NR + PQ)$ [ধাপ ২ হতে]

বা, $MN + NP + MP > MS + NR + PQ$

$\therefore MS + NR + PQ < MN + NP + MP$. (প্রমাণিত)



(গ) 8

এখানে, $\triangle MNP$ এর MN ও MP এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও R । Q ও R যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR = \frac{1}{2} NP$ এবং $QR \parallel NP$ ।

অঙ্কন: QR কে A পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $QR = RA$ হয়। A এবং P যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle MQR$ এবং $\triangle APR$ এর মধ্যে

$QR = AR$ [অঙ্কনানুসারে]

$MR = PR$ [$\because$ MP এর মধ্যবিন্দু R]

এবং $\angle MRQ = \angle ARP$ [বিপ্রতীপ কোণ]

সুতরাং $\triangle MQR \cong \triangle APR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $MQ = AP$ এবং $\angle QMR = \angle APR$

আবার Q , MN এর মধ্যবিন্দু বলে $MQ = NQ$

ফলে, $NQ = AP$

আবার, $\angle QMR = \angle APR$ বলে $MQ \parallel PQ$

বা $MN \parallel PA$

অর্থাৎ $NQ \parallel PA$

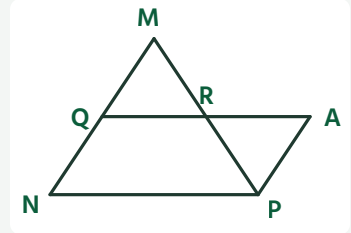
এখন, $NPAQ$ চতুর্ভুজে NQ ও PA পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে $QA \parallel NP$ হবে।

সুতরাং $QR \parallel NP$

আবার, $QA = NP$

বা, $QR + AR = NP$

বা, $QR + QR = NP$ [$\because QR = AR$]



বা, $2QR = NP$

$$\therefore QR = \frac{1}{2} NP$$

অতএব $QR = \frac{1}{2} NP$ এবং $QR \parallel NP$. (প্রমাণিত)

৭

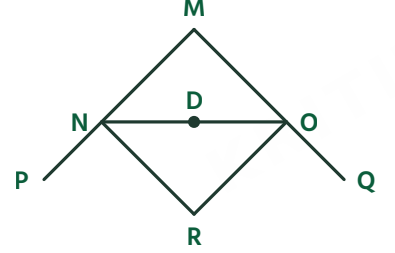
বরিশাল বোর্ড ২০২০

চিত্রে, $ND = OD$, $\angle PNR = \angle ONR$ এবং $\angle QOR = \angle NOR$.

(ক) যদি $\angle PNR = 55^\circ$ এবং $MN = MO$ হয়, তবে $\angle NMO$ এর মান নির্ণয় কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $MN + MO > 2MD$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $2\angle NRO + \angle NMO = 180^\circ$. ৪



৭ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

দেওয়া আছে, $\angle PNR = \angle ONR = 55^\circ$

$$\therefore \angle PNO = \angle PNR + \angle ONR = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$$

আবার, $\angle MNP = 180^\circ$ [এক সরলকোণ]

$$\text{বা, } \angle MNO + \angle PNO = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle MNO + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle MNO = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

আবার, $\triangle MNO$ হতে,

$$\angle MNO + \angle MON + \angle NMO = 180^\circ [\because \text{ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি } 180^\circ]$$

$$\text{বা, } \angle MNO + \angle MNO + \angle NMO = 180^\circ [MN = MO \text{ হওয়ায় } \angle MNO = \angle MON]$$

$$\text{বা, } 2\angle MNO + \angle NMO = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 2 \times 70^\circ + \angle NMO = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 140^\circ + \angle NMO = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle NMO = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

নির্ণেয় $\angle NMO$ এর মান: 40° .

(খ) ৪

এখানে, $\triangle MNO$ এ $ND = OD$ । M, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN + MO > 2MD$.

অঙ্কন: MD কে C পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $MD = CD$ হয়। C, O যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১: $\triangle MND$ ও $\triangle COD$ -এ,

$$ND = OD [\text{দেওয়া আছে}]$$

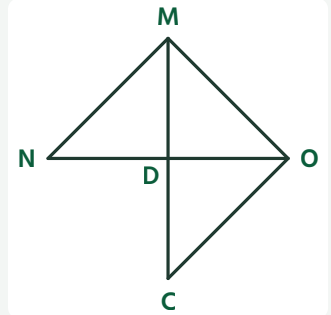
$$MD = CD [\text{অঙ্কনানুসারে}]$$

$$\angle MDN = \angle CDO [\text{বিপরীত কোণ}]$$

$$\therefore \triangle MND \cong \triangle COD [\text{বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য}]$$

$$\therefore MN = CO$$

$$\text{আবার, } MC = MD + CD$$



ধাপ ২: এখন, $\triangle MCO$ -এ

$MO + CO > MC$ [$\because$ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $MO + MN > MD + CD$ [ধাপ (৬) হতে]

বা, $MN + MO > MD + MD$ [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore MN + MO > 2MD$. (প্রমাণিত)

(গ) ৪

এখানে, $\angle PNR = \angle ONR$ এবং $\angle QOR = \angle NOR$

প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle NRO + \angle NMO = 180^\circ$.

প্রমাণ: ধাপ ১: $\triangle MNO$ -এ,

$\angle NMO + \angle MON + \angle ONM = 180^\circ$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

$\triangle MNO$ -এর বহিঃস্থ $\angle PNO = \angle NMO + \angle MON$

[$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।]

অনুরূপভাবে, $\angle QON = \angle NMO + \angle ONM$

ধাপ ২: এখন, $\triangle NRO$ -এ,

$\angle NRO + \angle RNO + \angle NOR = 180^\circ$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle PNO + \frac{1}{2}\angle QON = 180^\circ$

[$\because \angle PNR = \angle ONR$ এবং $\angle QOR = \angle NOR$]

বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}(\angle NMO + \angle MON) + \frac{1}{2}(\angle NMO + \angle ONM) = 180^\circ$ [ধাপ (৬) হতে]

বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}(\angle NMO + \angle MON + \angle NMO + \angle ONM) = 180^\circ$

বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}(180^\circ + \angle NMO) = 180^\circ$ [ধাপ (৬) হতে]

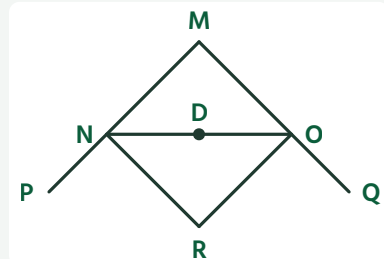
বা, $\angle NRO + 90^\circ + \frac{1}{2}\angle NMO = 180^\circ$

বা, $\angle NRO = 180^\circ - 90^\circ - \frac{1}{2}\angle NMO$

বা, $\angle NRO = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle NMO$

বা, $2\angle NRO = 180^\circ - \angle NMO$

$\therefore 2\angle NRO + \angle NMO = 180^\circ$. (প্রমাণিত)



অধ্যায় ১৪: অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা

১

ঢাকা বোর্ড ২০২০

$\triangle PQR$ ও $\triangle XYZ$ -এ, $\angle P = \angle X$, $\angle Q = \angle Y$, $\angle R = \angle Z$.

(ক) একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক) ২

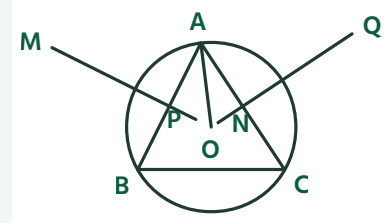
(খ) প্রমাণ করো যে, $\frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$. ৪

(গ) $\triangle PQR$ এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং QR এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ PQ ও PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করো যে, $QD : DR = QM : RN$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।



(খ) ৪

মনে করি, ΔPQR ও ΔXYZ -এ $\angle P = \angle X$, $\angle Q = \angle Y$ এবং $\angle R = \angle Z$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$ ।

অঙ্কন: ΔPQR ও ΔXYZ এর অনুরূপ বাহুগুলো অসমান বিবেচনা করি। PQ বাহু থেকে S বিন্দু ও PR বাহু থেকে T বিন্দু নিই যেন $PS = XY$ ও $PT = XZ$ হয়। S, T যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ ১ : ΔPST ও ΔXYZ -এ,

$$\angle P = \angle X, PS = XY, PT = XZ$$

$$\therefore \Delta PST \cong \Delta XYZ \text{ [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]}$$

$$\therefore \angle PST = \angle XYZ = \angle PQR$$

$$\text{এবং } \angle PTS = \angle XZY = \angle PRQ$$

কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ। ST রেখাংশ ও QR বাহুকে PQ ও PR বাহু ছেদ করায় অনুরূপ কোণযুগল সমান হয়েছে।

$$\therefore ST \parallel QR$$

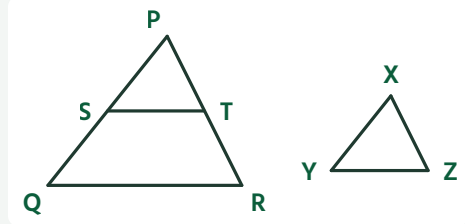
$$\therefore \frac{PQ}{PS} = \frac{PR}{PT}$$

$$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ}$$

ধাপ ২: অনুরূপভাবে PQ বাহু ও QR বাহু থেকে যথাক্রমে XY রেখাংশ ও YZ রেখাংশের সমান রেখাংশ কেটে নিয়ে দেখানো যায়,

$$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ}$$

$$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ} \text{ (প্রমাণিত)}$$



(গ) ৪

মনে করি, ΔPQR -এ $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে। QR এর সমান্তরাল MN রেখাংশ PQ ও PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে।

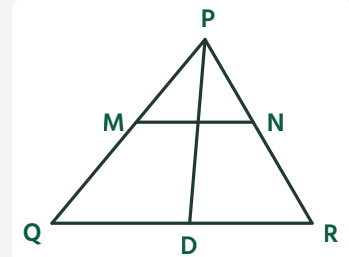
প্রমাণ করতে হবে যে, $QD : DR = QM : RN$ ।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPQR -এ $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PD, QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore QD : DR = PQ : PR$ [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

$$\text{বা, } \frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PR}$$



ধাপ ২: $MN \parallel QR$ হওয়ায় $\frac{PM}{QM} = \frac{PN}{RN}$ [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো-বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

বা, $\frac{PM + QM}{QM} = \frac{PN + RN}{RN}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{PQ}{QM} = \frac{PR}{RN}$

[$\because PM + QM = PQ$ এবং $PN + RN = PR$]

বা, $\frac{PQ}{PR} = \frac{QM}{RN}$

ধাপ ৩: ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই, $\frac{QD}{DR} = \frac{QM}{RN}$

$\therefore QD : DR = QM : RN$. (প্রমাণিত)

২

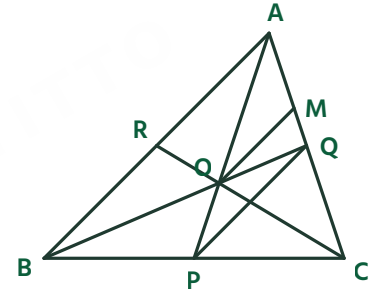
সিলেট বোর্ড ২০১৯

চিত্রে, $\triangle ABC$ এর AP , BQ এবং CR মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। আবার $OM \parallel PQ$

(ক) $\triangle XYZ$ এ $\angle Y = 90^\circ$ এবং $YT \perp XZ$ প্রমাণ কর যে, $\triangle XYZ$ এবং $\triangle XYT$ সদৃশ। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AP$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $AC = 6MQ$. ৪



২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

এখানে, $\triangle XYZ$ এ $\angle Y = 90^\circ$ বা এক সমকোণ এবং $YT \perp XZ$
প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle XYZ$ এবং $\triangle XYT$ সদৃশ।

প্রমাণ:

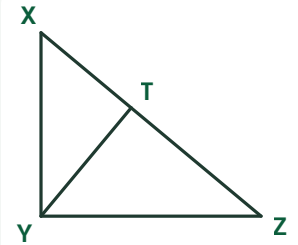
$\triangle XYZ$ এবং $\triangle XYT$ এ,

$\angle XYZ = \angle XTY$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

এবং $\angle YXZ = \angle YXT$ [সাধারণ কোণ]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle XZY =$ অবশিষ্ট $\angle XYT$ [অবশিষ্ট কোণ]

$\therefore \triangle XYZ$ এবং $\triangle XYT$ সদৃশ। (প্রমাণিত)



(খ) ৪

এখানে, $\triangle ABC$ -এর BC বাহুর উপর মধ্যমা AP । A , P যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AP$.

অঙ্কন: AP কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $AP = PE$ হয়। E , C যোগ করি।

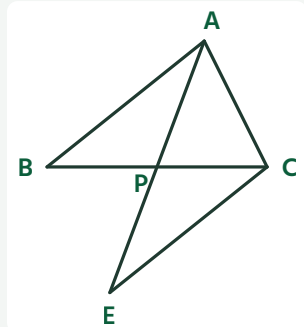
প্রমাণ:

ধাপ ১: $\triangle ABP$ এবং $\triangle ECP$ -এ

$BP = CP$ [$\because P$, BC -এর মধ্যবিন্দু]

$AP = EP$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle APB = \angle EPC$ [বিপ্রতীপ কোণ]



$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ECP$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = EC$

ধাপ ২: এখন, $\triangle AEC$ -এ,

$AC + EC > AE$

[$\because$ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AP + PE$ [(৬) থেকে]

বা, $AB + AC > AP + AP$

$\therefore AB + AC > 2AP$. (প্রমাণিত)

(গ) ৪

এখানে, $\triangle ABC$ -এ AP ও BQ মধ্যমা দ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $PQ \parallel OM$

প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6MQ$.

প্রমাণ:

ধাপ ১: $\triangle ABC$ এর AP ও BQ মধ্যমাদ্বয়ের ছেদবিন্দু O ।

$\therefore AO : OP = 2 : 1$ [$\because$ ত্রিভুজের মধ্যমাদ্বয়ের ছেদবিন্দু এদের $2 : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

বা, $\frac{AO}{OP} = \frac{2}{1}$

$\therefore AO = 2OP$

ধাপ ২: $\triangle APQ$ -এ, $PQ \parallel OM$

$\therefore \frac{AO}{OP} = \frac{AM}{MQ}$

বা, $\frac{2GD}{GD} = \frac{AM}{QM}$ [ধাপ (১) হতে]

বা, $\frac{AM}{MQ} = 2$

বা, $AM = 2QM$

ধাপ ৩: এখানে, $AQ = AM + QM$

$= 2QM + QM$ [ধাপ (২) হতে]

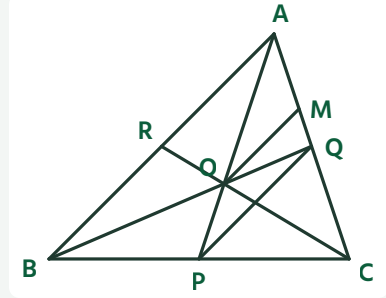
$= 3QM$

ধাপ ৪: আবার, $AC = 2AQ$

[$\because$ AC রেখার Q বিন্দুতে BQ মধ্যমা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়।]

বা, $AC = 2 \times 3QM$ [ধাপ (৩) হতে]

$\therefore AC = 6MQ$. (প্রমাণিত)



৩

কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭

দুইটি সদৃশকোণী $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর BC এবং EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব।

(ক) উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক। **২**

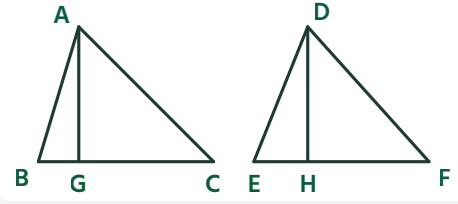
(খ) প্রমাণ কর যে, $AG : DH = AB : DE$. **৪**

(গ) প্রমাণ কর যে, $\triangle ABC : \triangle DEF = BC^2 : EF^2$. **৪**

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

চিত্রে ABC ও DEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং এদের BC ও EF বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে AG ও DH.



(খ) ৪

মনে করি, ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের BC ও EF এর উপর লম্ব যথাক্রমে AG ও DH প্রমাণ করতে হবে যে, $AG : DH = AB : DE$.

প্রমাণ:

ধাপ ১: $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সদৃশকোণী ত্রিভুজে $\angle ABC = \angle DEF$

এখন, $\triangle ABG$ ও $\triangle DEH$ -এ,

$\angle AGB = \angle DHE$ [$\because$ এক সমকোণ]

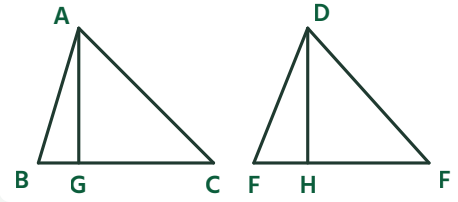
এবং $\angle ABG = \angle DEH$ [$\because \angle ABC = \angle DEF$]

ধাপ ২: অতএব, অবশিষ্ট $\angle BAG =$ অবশিষ্ট $\angle EDH$

অর্থাৎ, $\triangle ABG$ ও $\triangle DEH$ সদৃশকোণী ও সদৃশ।

$\therefore \frac{AG}{DH} = \frac{AB}{DE}$ [$\because$ অনুরূপ বাহুর অনুপাত সমান]

$\therefore AG : DH = AB : DE$. (প্রমাণিত)



(গ) ৪

মনে করি, ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের BC ও EF এর উপর লম্ব যথাক্রমে AG ও DH প্রমাণ করতে হবে যে,

$\triangle ABC : \triangle DEF = BC^2 : EF^2$

প্রমাণ: ধাপ ১: $\triangle ABC = \frac{1}{2} BC \times AG$

এবং $\triangle DEF = \frac{1}{2} EF \times DH$

$\therefore \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{(\frac{1}{2} BC \times AG)}{(\frac{1}{2} EF \times DH)} = \frac{(BC \times AG)}{(EF \times DH)} = (\frac{BC}{EF}) \times (\frac{AG}{DH})$

ধাপ ২: $\triangle ABG$ ও $\triangle DEH$ ত্রিভুজে $\angle B = \angle E$

$\angle AGB = \angle DHE$ [$\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সদৃশকোণী]

$\therefore \angle BAG = \angle EDH$

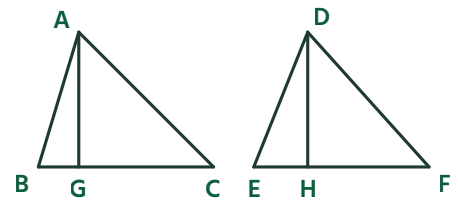
$\therefore \triangle ABG$ ও $\triangle DEH$ সদৃশকোণী, তাই সদৃশ। [প্রত্যেকে ৬ সমকোণ]

ধাপ ৩: $\therefore \frac{AG}{DH} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ [$\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সদৃশ]

$\therefore \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = (\frac{BC}{EF}) \times (\frac{BC}{EF})$ [ধাপ (৬) হতে]

বা, $\frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\therefore \triangle ABC : \triangle DEF = BC^2 : EF^2$. (প্রমাণিত)



ΔPQR ও ΔABC দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ।

(ক) একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত কর। ২

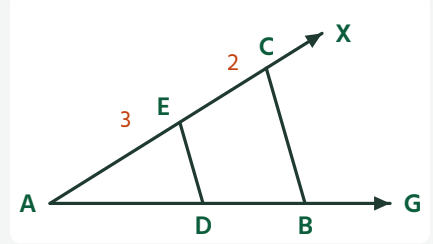
(খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$ । 8

(গ) প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$ । 8

8 নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

AB রেখাংশকে D বিন্দুতে 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করা হলো।



(খ) 8

মনে করি, ΔPQR ও ΔABC সদৃশ ত্রিভুজের $\angle P = \angle A$, $\angle Q = \angle B$ এবং $\angle R = \angle C$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$.

অঙ্কন: ΔPQR ও ΔABC ত্রিভুজের প্রত্যেক অনুরূপ বাহুগুলি অসমান বিবেচনা করি। PQ বাহুতে E বিন্দু এবং PR বাহুতে F বিন্দু নিই যেন $PE = AB$ এবং $PF = AC$ হয়। E, F যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPEF ও ΔABC এর $PE = AB$, $PF = AC$, এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle P =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle A$ ।

অতএব, $\Delta PEF \cong \Delta ABC$ [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং, $\angle PEF = \angle ABC = \angle PQR$

এবং $\angle PFE = \angle ACB = \angle PRQ$

অর্থাৎ, EF রেখাংশ ও QR বাহুকে, PQ বাহু ও PR বাহু ছেদ করায় অনুরূপ কোণযুগল সমান হয়েছে।

$\therefore EF \parallel QR$

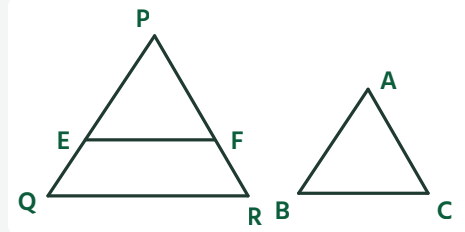
$$\therefore \frac{PQ}{PE} = \frac{PR}{PF}$$

$$\text{বা, } \frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC}$$

ধাপ ২: একইভাবে QP বাহু ও QR বাহু থেকে যথাক্রমে BA রেখাংশ ও BC রেখাংশের সমান রেখাংশ কেটে নিয়ে দেখানো যায় যে,

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$$

$$\therefore \frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC} \text{ (প্রমাণিত)}$$



(গ) ৪

মনে করি, ΔPQR ও ΔABC ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং তাদের দুইটি অনুরূপ বাহু QR ও BC । প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$

প্রমাণ: ধাপ ১: $\Delta PQR = \frac{1}{2} QR \times PM$

[$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

এবং $\Delta ABC = \frac{1}{2} BC \times AN$

[$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

$$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{\frac{1}{2} QR \times PM}{\frac{1}{2} BC \times AN} = \frac{QR \times PM}{BC \times AN}$$

ধাপ ২: ΔPQM এবং ΔABN ত্রিভুজদ্বয়ের

$\angle Q = \angle B$ [$\therefore \Delta PQR$ ও ΔABC সদৃশ]

$\angle PMQ = \angle ANB$ [প্রত্যেককে এক সমকোণ]

ΔPQM ও ΔABN সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

ধাপ ৩: $\frac{PM}{AN} = \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$ [$\therefore \Delta PQR$ ও ΔABC সদৃশ]

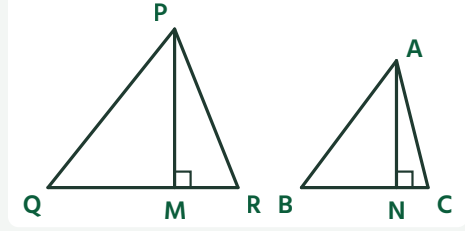
$$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \left(\frac{QR}{BC}\right) \times \left(\frac{QR}{BC}\right) = \frac{QR^2}{BC^2}$$

ধাপ ৪: $\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$

[$\therefore \Delta PQR$ ও ΔABC ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ]

$$\text{বা, } \frac{PQ^2}{AB^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{QR^2}{BC^2}$$

$$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2} \text{ [ধাপ (৩) হতে] (প্রমাণিত)}$$



অধ্যায় ১৫: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

১

রাজশাহী বোর্ড ২০২৪

ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD মধ্যমা।

(ক) প্রমাণ করো যে, AD , $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। ২

(খ) প্রমাণ করো যে, $AB + AC > 2AD$. ৪

(গ) প্রমাণ করো যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ: $\triangle ABD$ এবং $\triangle ACD$ -এ,

$AB = AC$ [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজ]

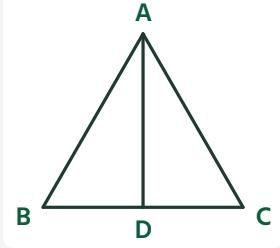
$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

$BD = CD$ [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$

অতএব, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। (প্রমাণিত)



(খ) ৪

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। A, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$ ।

অঙ্কন: AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $AD = DE$ হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. $\triangle ABD$ এবং $\triangle ECD$ -এ,

$BD = CD$ [$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু]

$AD = ED$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle ADB = \angle EDC$ [বিপরীত কোণ]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = EC$

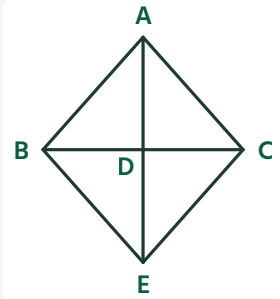
ধাপ ২. এখন, $\triangle AEC$ -এ,

$AC + EC > AE$ [$\because$ ত্রিভুজের দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DE$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $AB + AC > AD + AD$

$\therefore AB + AC > 2AD$. (প্রমাণিত)



(গ) ৪

মনে করি, ABC ত্রিভুজে $AB = BC = CA$ । AD, সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর মধ্যমা বলে D, BC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ।

প্রমাণ: সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ও উচ্চতা একই। তাই $AD \perp BC$

$\therefore \triangle ABD$ সমকোণী

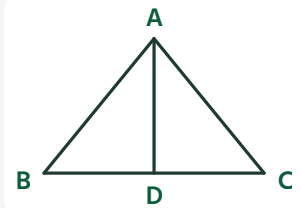
$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

$= AB^2 - \left(\frac{1}{2} BC\right)^2$

$= AB^2 - \frac{1}{4} BC^2$

$= \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$



$$\text{বা, } AD^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4} [\because AB = BC]$$

$$\text{বা, } AD^2 = \frac{3AB^2}{4}$$

$$\therefore 4AD^2 = 3AB^2. \text{ (প্রমাণিত)}$$

২

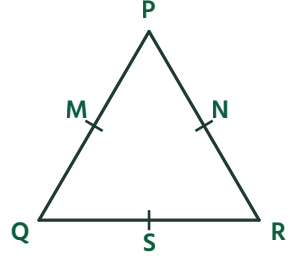
যশোর বোর্ড ২০২৪

PQ, PR এবং QR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N, S.

(ক) প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। ২

(খ) দেখাও যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪



২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$ । প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ।

অর্থাৎ, $\angle A + \angle C = 90^\circ$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ -এ,

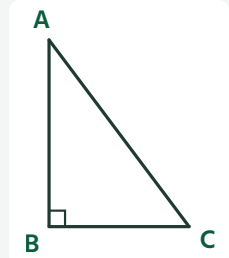
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [$\because$ ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle A + \angle C = 180^\circ - \angle B$

বা, $\angle A + \angle C = 180^\circ - 90^\circ$

$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ$

অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। (প্রমাণিত)



(খ) ৪

এখানে, $\triangle PQR$ এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel$

QR এবং $MN = \frac{1}{2} QR$.

অঙ্কন: M ও N যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $NF = MN$ হয়।

প্রমাণ: ধাপ ১: $\triangle PMN$ ও $\triangle RNF$ এর মধ্যে

$PN = NR$ [PR এর মধ্যবিন্দু N]

$MN = NF$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle PNM = \angle RNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\triangle PMN \cong \triangle RNF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

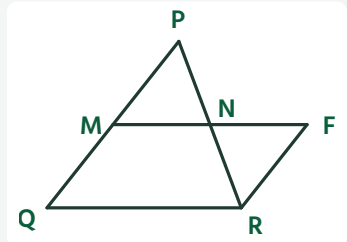
$\therefore \angle PMN = \angle NFR$

এবং $\angle MPN = \angle NRF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore MP \parallel RF$ বা, $PQ \parallel RF$

আবার, $QM = PM = RF$ এবং $QM \parallel RF$

সুতরাং QMFR একটি সামান্তরিক।



∴ MF ∥ QR বা MN ∥ QR

ধাপ ২: আবার, MF = QR

বা, MN + NF = QR [∵ MF = MN + NF]

বা, MN + MN = QR [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2MN = QR বা, MN = $\frac{1}{2}$ QR

সুতরাং MN ∥ QR এবং MN = $\frac{1}{2}$ QR. (দেখানো হলো)

(গ) 8

মনে করি, ΔPQR-এ S, QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$$

অঙ্কন: PS যোগ করি এবং P বিন্দু থেকে QR এর ওপর PL লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPSL সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ PS [∵ ∠PLS = এক সমকোণ]

ΔPSL সমকোণী ত্রিভুজে,

$$PL^2 + LS^2 = PS^2 \text{ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]}$$

$$\text{বা, } PL^2 = PS^2 - LS^2$$

ধাপ ২: ΔPQL সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$PQ^2 = PL^2 + QL^2 \text{ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]}$$

$$= PS^2 - LS^2 + QL^2 \text{ [(১) হতে]}$$

$$= PS^2 - LS^2 + (QS + LS)^2 \text{ [∵ QL = QS + SL]}$$

$$= PS^2 - LS^2 + QS^2 + LS^2 + 2QS.LS$$

$$= PS^2 + QS^2 + 2QS.LS$$

$$\therefore PQ^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.LS$$

ধাপ ৩: আবার, ΔPLR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$PR^2 = PL^2 + LR^2 \text{ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]}$$

$$= PS^2 - LS^2 + LR^2 \text{ [(১) হতে]}$$

$$= PS^2 - LS^2 + (SR - LS)^2$$

$$[\because LR = SR - LS]$$

$$[\because S, QR \text{ এর মধ্যবিন্দু; সেহেতু } QS = RS]$$

$$= PS^2 - LS^2 + (QS - LS)^2$$

$$= PS^2 - LS^2 + QS^2 - 2LS.QS + LS^2$$

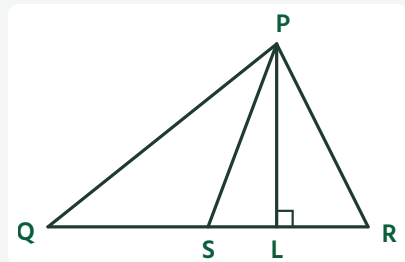
$$= PS^2 + QS^2 - 2LS.QS$$

$$\therefore PR^2 = PS^2 + QS^2 - 2QS.LS$$

ধাপ ৪: $PQ^2 + PR^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.LS + PS^2 + QS^2 - 2QS.LS$ [(২) ও (৩) হতে]

$$\text{বা, } PQ^2 + PR^2 = 2PS^2 + 2QS^2$$

সুতরাং $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. (প্রমাণিত)



ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C । আবার DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। A , EF এর উপর যেকোনো বিন্দু।

(ক) উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন কর। ২

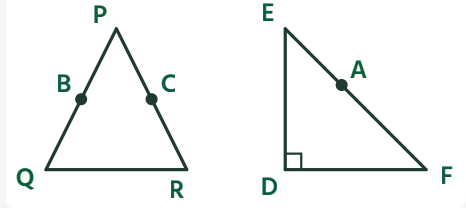
(খ) প্রমাণ কর যে, $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2} QR$ ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C ।
আবার, DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। EF এর উপর যেকোনো বিন্দু A ।



(খ) ৪

এখানে, ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C ।
প্রমাণ করতে হবে যে, $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2} QR$ ।

অঙ্কন: B ও C যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $CF = BC$ হয়।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPBC ও ΔRCF এর মধ্যে

$PC = CR$ [PR এর মধ্যবিন্দু C]

$BC = CF$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle PCB = \angle RCF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta PBC \cong \Delta RCF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PBC = \angle CFR$

এবং $\angle BPC = \angle CRF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore BP \parallel RF$ বা, $PQ \parallel RF$

আবার, $QB = PB = RF$ এবং $QB \parallel RF$

সুতরাং $QBFR$ একটি সামান্তরিক।

$\therefore BF \parallel QR$ বা $BC \parallel QR$

ধাপ ২: আবার, $BF = QR$

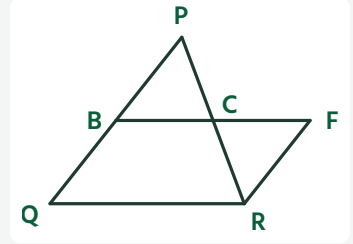
বা, $BC + CF = QR$ [$\because BF = BC + CF$]

বা, $BC + BC = QR$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $2BC = QR$

বা, $BC = \frac{1}{2} QR$

সুতরাং $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2} QR$. (দেখানো হলো)



(গ) ৪

মনে করি, DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজে $DE = DF$ । EF অতিভুজ এবং A, EF এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$ ।

অঙ্কন: A বিন্দু হতে DE ও DF রেখার উপর যথাক্রমে AB ও AC লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: ধাপ-১: $\triangle DEF$ -এ, $\angle D = 90^\circ$ এবং $DE = DF$

$\angle E = \angle F = 45^\circ$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

ধাপ-২: $\triangle AEB$ -এ, $\angle B = 90^\circ$ [অঙ্কনানুসারে]

এবং $\angle E = 45^\circ$ [ধাপ-১ হতে]

$\angle A = 45^\circ$

$\therefore BE = AB$

একইভাবে, $\triangle ACF$ -এ $AC = CF$

ধাপ-৩: সমকোণী $\triangle AEB$ হতে পাই,

$AE^2 = BE^2 + AB^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AE^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2$

ধাপ-৪: সমকোণী $\triangle ACF$ -এ,

$AF^2 = AC^2 + CF^2 = AC^2 + AC^2 = 2AC^2$

ধাপ-৫: $\angle B = \angle D = \angle C =$ এক সমকোণ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore ABDC$ একটি আয়ত।

$AB = CD$ এবং $BD = AC$ [আয়তের বিপরীত বাহু সমান]

ধাপ-৬: সমকোণী $\triangle ADC$ থেকে পাই,

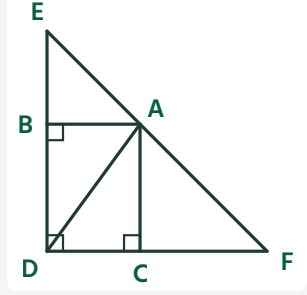
$AD^2 = AC^2 + CD^2$

বা, $AD^2 = AC^2 + AB^2$ [ধাপ-৫ হতে]

বা, $2AD^2 = 2AC^2 + 2AB^2$ [2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2AD^2 = AF^2 + AE^2$ [ধাপ-৩ ও ধাপ-৪ হতে]

$\therefore AE^2 + AF^2 = 2AD^2$. (প্রমাণিত)



৪

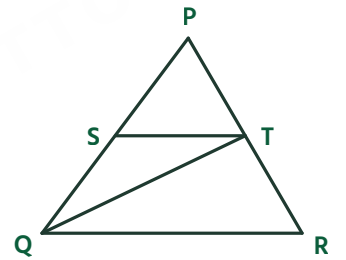
রাজশাহী বোর্ড ২০২০

চিত্রে, S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।

(ক) প্রমাণ কর যে, $\triangle PST$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ ($\triangle PQR$ এর ক্ষেত্রফল)। ২

(খ) যদি $PQ = QR = PR$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $4QT^2 = 3PQ^2$ । ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $2ST = QR$ । ৪



৪ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

$\triangle PQR$ -এ, S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$\triangle PST$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ ($\triangle PQR$ এর ক্ষেত্রফল)

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔPQT এ S , PQ এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore ST$ মধ্যমা।

অর্থাৎ ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ΔPQT এর ক্ষেত্রফল।

[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

ধাপ-২: ΔPQR এ T , PR এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore QT$ মধ্যমা।

অর্থাৎ ΔPQT এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল।

[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

ধাপ-৩: ধাপ (২) ও (৩) থেকে পাই,

ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)

$\therefore \Delta PST$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (ΔPQR এর ক্ষেত্রফল) (প্রমাণিত)

(খ) ৪

মনে করি, ΔPQR -এ $PQ = QR = PR$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $4QT^2 = 3PQ^2$

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔPQR -এ $PQ = QR = PR$

$\therefore PT = RT = \frac{1}{2} PR$ [QT এর পাদবিন্দু T , PR কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-২: ΔPQT সমকোণী ত্রিভুজে,

$$PQ^2 = QT^2 + PT^2$$

$$\text{বা, } QT^2 = PQ^2 - PT^2$$

$$\text{বা, } QT^2 = PQ^2 - \left(\frac{PR}{2}\right)^2$$

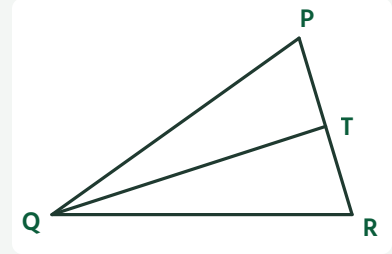
$$\text{বা, } QT^2 = PQ^2 - \frac{PR^2}{4}$$

$$\text{বা, } QT^2 = \frac{4PQ^2 - PR^2}{4}$$

$$\text{বা, } 4QT^2 = 4PQ^2 - PR^2$$

$$[\because PQ = PR \text{ বা, } PQ^2 = PR^2]$$

$$\therefore 4QT^2 = 3PQ^2. \text{ (প্রমাণিত)}$$



(গ) ৪

মনে করি, ΔPQR একটি ত্রিভুজ। PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T । প্রমাণ করতে হবে যে, $2ST = QR$ ।

অঙ্কন: ST কে O বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, $ST = OT$ হয়। O , R যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔPST ও ΔROT -এ $PT = RT$ [প্রদত্ত]

$$ST = OT \text{ [অঙ্কনানুসারে]}$$

$$\angle PTS = \angle OTR \text{ [বিশ্রুতীক কোণ]}$$

$$\therefore \Delta PST \cong \Delta ROT \text{ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]}$$

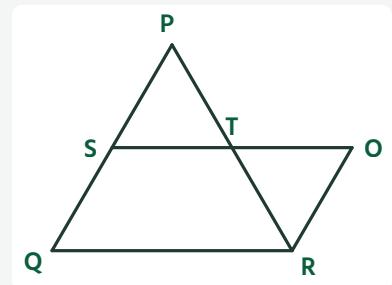
$$\therefore \angle PST = \angle TOR \text{ এবং } \angle SPT = \angle ORT \text{ [একান্তর কোণ]}$$

$$\therefore PS \parallel OR \text{ বা, } PQ \parallel OR$$

$$\text{আবার, } QS = PS = OR \text{ এবং } QS \parallel OR$$

$$\therefore QROS \text{ একটি সামান্তরিক।}$$

ধাপ-২: $QROS$ সামান্তরিক



SO = QR [সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান]

বা, ST + OT = QR

বা, ST + ST = QR

$\therefore 2ST = QR$. (প্রমাণিত)