



কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ২: সেট ও ফাংশন

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়

Mathematics

অধ্যায়

অধ্যায় ২: সেট ও ফাংশন

প্রশ্নের ধরন

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন

৩৫

১. $A = \{1, 3, 5\}$ $B = \{2, 3, 5\}$ হলে- i. $A \cap B = \{3, 5\}$ ii. $P(A \cup B)$ এর উপাদান সংখ্যা ১৬ iii. $A \setminus B = \{1, 5\}$ নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ✓

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5\}$
 $= \{3, 5\}$

$\therefore$ (i) নং সঠিক।

আবার, $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 3, 5\}$
 $= \{1, 2, 3, 5\}$

$\therefore$ (ii) নং সঠিক।

$A \setminus B = A - B = \{1, 3, 5\} - \{2, 3, 5\}$
 $= \{1\}$

$\therefore$ (iii) নং সঠিক নয়।

২. $f(x) = x^4 + 6x - 4$ হলে, $f(-2)$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 28

(খ) 24

(গ) 20

(ঘ) 0 ✓

ব্যাখ্যা: $f(x) = x^4 + 6x - 4$
 $\therefore f(-2) = (-2)^4 + 6(-2) - 4$
 $= 16 - 12 - 4 = 0$

৩. সেট $A = \{a, b, c\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা কত?

(ক) 8 ✓

(খ) 10

(গ) 12

(ঘ) 16

ব্যাখ্যা: A এর উপাদান সংখ্যা $n = 3$
 $\therefore P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 2^n = 2^3 = 8$

৪. $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ হলে, $P(A \cap B)$ এর সদস্য সংখ্যা নিচের কোনটি?

(ক) 3

(খ) 5

(গ) 8 ✓

(ঘ) 32

ব্যাখ্যা: এখানে, $A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{b, c, d, e\}$
 $= \{b, c, d\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 3$
 $\therefore n(P(A \cap B)) = 2^3 = 8$

৫. যদি $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$ হয়, তবে $A \setminus B$ নিচের কোনটি?

(ক) {a} ✓

(খ) {d}

(গ) {a, b, c, d}

(ঘ) {b, c}

ব্যাখ্যা: $A = \{a, b, c\}$
 $B = \{b, c, d\}$
 $\therefore A \setminus B = \{a, b, c\} - \{b, c, d\}$
 $= \{a\}$

৬. $P = \{x, y\}$ এবং $Q = \{y, x\}$ হলে, $P - Q$ কোনটি?

(ক) {} ✓

(খ) {0}

(গ) {0}

(ঘ) {x, y}

ব্যাখ্যা: $\therefore P - Q = \{x, y\} - \{y, x\}$
 $= \{\}$

৭. $F(y) = y^5 + 6y - 5$ হলে, $F(-1)$ এর মান কত?

(ক) 0

(খ) 2

(গ) -12 ✓

(ঘ) -14

ব্যাখ্যা: $F(y) = y^5 + 6y - 5$
 $\therefore F(-1) = (-1)^5 + 6(-1) - 5$
 $= -1 - 6 - 5$

৮. $f(z) = z^4 + 5z^2 - 3$ হলে, $f(-1)$ এর মান কত?

(ক) 3 ✓

(খ) 1

(গ) -7

(ঘ) -9

ব্যাখ্যা: $f(z) = z^4 + 5z^2 - 3$
 $\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1)^2 - 3$
 $= 1 + 5 - 3$
 $= 6 - 3 = 3$

৯. $f(x) = x^4 + 5x + 3$ হলে, $f(-2)$ এর মান কত?

(ক) -23

(খ) -17

(গ) 1

(ঘ) 9 ✓

ব্যাখ্যা: $f(x) = x^4 + 5x + 3$
 $\therefore f(-2) = (-2)^4 + 5(-2) + 3$
 $= 16 - 10 + 3$
 $= 19 - 10 = 9$

১০. নিচের কোন অবয়বটি ফাংশন?

- (ক) $\{(1, 2), (1, 3)\}$ (খ) $\{(-1, 1), (-1, 2)\}$
(গ) $\{(2, 3), (1, 2)\}$ ✓ (ঘ) $\{(-3, 5), (-3, -5)\}$

ব্যাখ্যা: $\{(2, 3), (1, 2)\}$ অবয়বটি ফাংশন। কারণ ক্রমজোড়ের প্রত্যেক জোড়ার প্রথম অংশক ভিন্ন ভিন্ন।

১১. $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ হলে, $P(A \cap B) = ?$

- (ক) $\{\{4, 5\}, \{4\}, \{5\}, \emptyset\}$ ✓ (খ) $\{\{4\}, \{5\}, \emptyset\}$
(গ) $\{\{4, 5\}, \{4\}\}$ (ঘ) $\{\{4, 5\}, \{4\}, \{5\}\}$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$
 $B = \{4, 5, 6\}$
 $\therefore A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\}$
 $= \{4, 5\}$
 $\therefore P(A \cap B) = \{\{4, 5\}, \{4\}, \{5\}, \emptyset\}$

১২. $\{\emptyset\}$ কোন ধরনের সেট?

- (ক) কোনো সেট নয় (খ) ফাঁকা সেট
(গ) পূরক সেট (ঘ) ফাঁকা সেটের Power সেট ✓

ব্যাখ্যা: ফাঁকা সেটের শক্তি সেট $\{\emptyset\}$

১৩. যদি $f(y) = \frac{3y+1}{y-1}$ হলে, $f(-1)$ এর মান কত?

- (ক) 2 (খ) 1 ✓
(গ) -1 (ঘ) -2

ব্যাখ্যা: $f(y) = \frac{3y+1}{y-1}$
 $\therefore f(-1) = \frac{3(-1)+1}{(-1)-1} = \frac{-3+1}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

১৩ টি প্রশ্ন

১. $P = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 72 = 0\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

[রা., বো. ২৪]

উত্তর: দেওয়া আছে, $P = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 72 = 0\}$
এখন, $x^2 + x - 72 = 0$
বা, $x^2 + 9x - 8x - 72 = 0$
বা, $x(x+9) - 8(x+9) = 0$
বা, $(x+9)(x-8) = 0 \therefore x = -9, 8$
কিন্তু কারণ $x \neq -9$ কারণ $x \in \mathbb{N} \therefore P = \{8\}$

২. $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$ হয় তবে (x, y) নির্ণয় কর।

[রা., বো. ২৪]

উত্তর: ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে,

$$x - 1 = y - 2$$

$$\Rightarrow x - y = -1 \dots\dots (i)$$

$$\text{এবং, } y + 2 = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x - y = 1 \dots\dots (ii)$$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে,

$$2x - y = 1$$

$$x - y = -1$$

$$(-)(+)(+)$$

$$x = 2$$

x এর মান (i) নং এ বসাই,

$$2 - y = -1$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore \text{নির্ণয় } (x, y) = (2, 3)$$

৩. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 200\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$ হলে, দেখাও যে, $(A \cup B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$

[রা., বো. ২৪]

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \geq 8 \text{ এবং } x^3 < 200\}$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 9 > 8 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 200$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^2 = 16 > 8 \text{ এবং } x^3 = 4^3 = 64 < 200$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 25 > 8 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 200$$

$$x = 6 \text{ হলে, } x^2 = 36 > 8 \text{ এবং } x^3 = 6^3 = 216 > 200$$

$$\therefore A = \{3, 4, 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় এবং } x \leq 6\} = \{2, 4, 6\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = A \cup B = \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{আবার, } A \setminus B = \{3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$$

$$B \setminus A = \{2, 4, 6\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\} = \{2, 3, 4, 5, 6\} = \text{বামপক্ষ}$$

$$(A \cup B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B) \text{ (দেখানো হলো)}$$

৪. $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$, $P = \{2, 4, 6\}$, $Q = \{3, 5, 7, 9\}$ এবং $R = \{1, 4, 9\}$ হলে $(P \cup Q \cup R)'$ এর মান নির্ণয় কর।

[ম. বো. ২২]

উত্তর: দেওয়া আছে, $P = \{2, 4, 6\}$, $Q = \{3, 5, 7, 9\}$ এবং $R = \{1, 4, 9\}$

$$\therefore P \cup Q \cup R = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 5, 7, 9\} \cup \{1, 4, 9\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

$$\therefore (P \cup Q \cup R)' = U - (P \cup Q \cup R)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

$$= \{8, 10\}$$

৫. $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে, দেখাও যে, $g\left(\frac{1}{x}\right) = g(x^2)$

[ম. বো. ২২]

উত্তর: দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$$\therefore g(x^2) = \frac{1+(x^2)^2+(x^2)^4}{(x^2)^2} = \frac{1+x^4+x^8}{x^4}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2+\left(\frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{\frac{x^4+x^2+1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{x^4+x^2+1}{x^4} \times \frac{x^2}{1} = \frac{1+x^4+x^8}{x^4} \cdot g(x^2)$$

... wait, correcting:

$$= \frac{x^4+x^2+1}{x^4} \times x^2 = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$$

Actually from the image:

$$= \frac{\frac{x^4+x^2+1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{x^4+x^2+1}{x^4} \times \frac{x^2}{1} = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$$

$\therefore g\left(\frac{1}{x}\right) = g(x^2)$ (দেখানো হলো)

৬. যদি $A = \{x \in N : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$ হলে $P(A)$ নির্ণয় কর এবং "A এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে"- উক্তির সত্যতা যাচাই কর।

[ম. বো. ২২]

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$

$$= \{2, 4, 6\}$$

৭. ৫০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১২ জন বাংলায় ও ১৬ জন গণিতে ফেল করেছে। উভয় বিষয়ে ৫ জন ফেল করলে কতজন উভয় বিষয়ে পাশ করেছে তা ভেনচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

[ম. বো. ২২]

উত্তর: ধরি, বাংলায় ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট = B
এবং গণিতে ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট = M
সকল শিক্ষার্থীদের সেট U বিবেচনা করে ভেনচিত্রে তথ্যগুলো উপস্থান করি:

ভেনচিত্র হতে $n(U) = 50$

$$n(B \cap M) = 5$$

$$n(B \setminus M) = 12 - 5 = 7$$

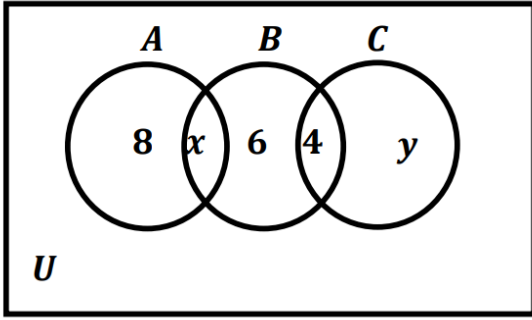
$$n(M \setminus B) = 16 - 5 = 11$$

উভয় বিষয়ে পাশ করেছে

$$= n(U) - \{n(B \cap M) + n(B \setminus M) + n(M \setminus B)\}$$

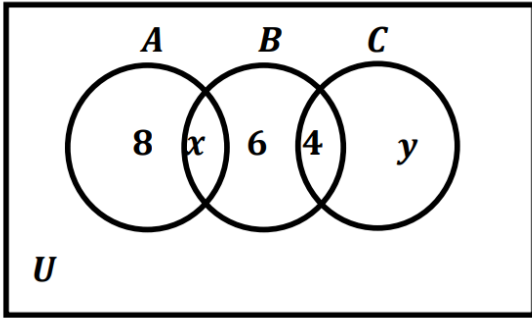
$$= 50 - (5 + 7 + 11) = 50 - 23 = 27$$

৮. ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে। $n(U)$ এর মান নির্ণয় কর।



উত্তর: $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]
 $= 8 + x + 6 + 4 + 6$
 $= 28 \left[\begin{array}{l} \because x = 4 \\ y = 6 \end{array} \right]$
 $\therefore n(U) = 28$

৯. যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।



উত্তর: দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$

১০. যদি $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y - 2x = 1\}$ যেখানে $A = \{-1, 0, 1, 3\}$ হলে R অর্থাৎ তালিকা পদ্ধতিতে ডোমেন, রেঞ্জ নির্ণয় কর?

[কু. বো. ২০]

উত্তর: $A = \{-1, 0, 1, 3\}$
 R বনিত শর্ত থেকে পাই $y = 2x + 1$

x	-1	0	1	3
y	-1	1	3	7

$\rightarrow$ যেহেতু $7 \notin A$ $\therefore (3, 7) \notin R$
 $\therefore R = \{(-1, 1), (0, 1), (1, 3)\}$
 $\therefore$ ডোম $R = \{-1, 0, 1\}$
 $\therefore$ রেঞ্জ $R = \{1, 3\}$

১১. যদি $f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$ হয় তাহলে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8$$

$$= 4k - 8$$

$$\text{যেহেতু, } f(-2) = 0$$

$$\therefore 4k - 8 = 0$$

$$\therefore k = 2$$

$$\therefore k = 2 \text{ হলে } f(-2) = 0 \text{ হবে}$$

১২. $f(x) = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$ হলে দেখাও যে, $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{1}{x}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^4} \times \frac{x^2}{1} = f(x)$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) \text{ (Showed)}$$

১৩. $y - 3x = 0$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে এটি ফাংশন কিনা যাচাই কর, যেখানে $-2 \leq x \leq 2$

[কু. বো. ২০]

উত্তর: দেওয়া আছে, $y - 3x = 0$

$$\therefore y = 3x$$

$-2 \leq x \leq 2$ ডোমেনের x এর কয়েকটি মানের জন্য $y = 3x$ এর মান নির্ণয় করি:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & & \\ \hline & -6 & -3 & 0 & 3 & 6 & & \\ \hline y & -6 & -3 & 0 & 3 & 6 & & \end{array}$$

ছক কাগজে প্রতি ক্ষুদ্রবর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে ১ একক ধরে তালিকার বিন্দুগুলি চিহ্নিত করি ও কেলের সাহায্যে যোগ করি। প্রাপ্ত লেখচিত্রটি x একটি সরলরেখা নির্দেশ করে।

এখানে, x এর প্রতিটি মানের জন্য y এর একটি অনন্য মান পাওয়া যায়।

$\therefore -2 \leq x \leq 2$ ব্যবধিতে $y - 3x = 0$ একটি ফাংশন।

- ১ (i) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y + 2 = 0\}$; যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ (ii) $f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

[কুমিল্লা বোর্ড ২০২৪]

(ক) A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

এখানে, A একটি পূর্ণ সংখ্যার সেট যেখানে এর উপাদানগুলো -3 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর নয় এবং 1 অপেক্ষা বৃহত্তর নয়। অর্থাৎ এর উপাদানগুলো -3 এর সমান অথবা -3 এর বড় এবং 1 এর সমান অথবা 1 এর ছোট।

$\therefore$ সেট গঠন পদ্ধতিতে $A = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leq x \leq 1\}$

অথবা, $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } -3 \leq x \leq 1\}$

(খ) R অর্ঘ্যটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম R নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y + 2 = 0\}$

যেখানে, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

R এর বিপিত শর্ত থেকে পাই, $x - y + 2 = 0$

$\therefore y = x + 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 2$ এর মান নির্ণয় করি:

$| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 |$

$| --- | --- | --- | --- | --- |$

$| y | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |$

যেহেতু $2, 3 \notin A$; সেহেতু $(0, 2), (1, 3) \notin R$

$\therefore R = \{(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1)\}$

$\therefore$ ডোমেন $R = \{-3, -2, -1\}$

(গ) দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$ ।

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

$$\therefore f(x^2) = \frac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3} = \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

$$\text{আবার, } f(x^{-2}) = \frac{1 + (x^{-2})^3 + (x^{-2})^6}{(x^{-2})^3}$$

$$= \frac{1 + x^{-6} + x^{-12}}{x^{-6}}$$

$$= \left[\frac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}} \right] \div \left[\frac{1}{x^6} \right]$$

$$= \left[\frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^{12}} \right] \times x^6$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

$$\therefore f(x^2) = f(x^{-2}) \text{। (দেখানো হলো)}$$

- ২ সার্বিক সেট $U = \{x \in N : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$ এবং $A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$; $B = \{5, 7, 11, 13\}$; $C = \{x \in N : x, 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x < 15\}$ ।

[ঢাকা বোর্ড ২০২৪]

- (ক) $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$ ।

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$
 $\therefore f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 5(-1) + 2b$
 $= -1 - 4 - 5 + 2b$
 $= -10 + 2b$
 প্রসন্নমতে, $f(-1) = 0$
 বা, $-10 + 2b = 0$
 বা, $2b = 10$
 বা, $b = 10/2$
 $\therefore b = 5$
 নির্ণেয় মান: $b = 5$ ।

- (খ) $A' \cup (B \setminus C)$ নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $U = \{x \in N : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$
 অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।
 এখন, ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যাগুলো হলো: ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩।
 $\therefore$ সার্বিক সেট $U = \{5, 7, 9, 11, 13\}$
 এবং $A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$
 অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ৭ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।
 ৭ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো: ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪।
 যেহেতু সার্বিক সেট U হচ্ছে ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।
 $\therefore A = \{9, 11, 13\}$ [যেহেতু ৮, ১০, ১২, ১৪ $\notin U$]
 $B = \{5, 7, 11, 13\}$
 $C = \{x \in N : x, ৩ \text{ এর গুণিতক এবং } x < 15\}$
 অর্থাৎ, ১৫ অপেক্ষা ছোট ৩ এর গুণিতক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো: ৩, ৬, ৯, ১২
 যেহেতু সার্বিক সেট U হচ্ছে ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।
 $\therefore C = \{9\}$ [যেহেতু ৩, ৬, ১২ $\notin U$]
 $A' = U \setminus A = \{5, 7, 9, 11, 13\} \setminus \{9, 11, 13\} = \{5, 7\}$
 $B \setminus C = \{5, 7, 11, 13\} \setminus \{9\} = \{5, 7, 11, 13\}$
 এখন রাশি $A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7\} \cup \{5, 7, 11, 13\} = \{5, 7, 11, 13\}$
 নির্ণেয় $A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7, 11, 13\}$ ।

- (গ) $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n , B এর উপাদান সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{5, 7, 11, 13\}$
 $\therefore P(B) =$
 $\{\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{11\}, \{13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\}, \{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}, \{5, 7, 11\}, \{5, 7, 13\}, \{5, 11, 13\}, \{7, 11, 13\}, \{5, 7, 11, 13\}\}$
 এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$
 $P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$
 $\therefore P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

৩ $A = \{x \in N : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 200\}, B = \{x \in N : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\} \text{ এবং } C = \{\sqrt{7}\}।$

[রাজশাহী বোর্ড ২০২৪]

(ক) 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, 35 এর সকল গুণনীয়কসমূহের সেট A

$$\text{এখানে, } 35 = 1 \times 35 = 5 \times 7$$

35 এর গুণনীয়কসমূহ হলো: 1, 5, 7, 35

$$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\}$$

আবার, মেনে করি, 45 এর সকল গুণনীয়কসমূহের সেট B

$$\text{এখানে, } 45 = 1 \times 45 = 3 \times 15 = 5 \times 9$$

45 এর গুণনীয়কসমূহ হলো: 1, 3, 5, 9, 15, 45

$$\therefore B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 5\}$$

নির্ণেয় সেট $\{1, 5\}$

(খ) দেখাও যে, $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)।$

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 200\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 8 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 200 অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।

এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$$x = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 \not> 8 \text{ এবং } x^3 = 1^3 = 1 < 200$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^2 = 2^2 = 4 \not> 8 \text{ এবং } x^3 = 2^3 = 8 < 200$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 > 8 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 200$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^2 = 4^2 = 16 > 8 \text{ এবং } x^3 = 4^3 = 64 < 200$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 8 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 200$$

$$x = 6 \text{ হলে, } x^2 = 6^2 = 36 > 8 \text{ এবং } x^3 = 6^3 = 216 \not< 200$$

$$\therefore A = \{3, 4, 5\}$$

$$B = \{x \in N : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা 6 অপেক্ষা ছোট অথবা 6 এর সমান, তাদের সেট।

এখন, 6 অপেক্ষা ছোট অথবা 6 এর সমান স্বাভাবিক জোড় সংখ্যাসমূহ হলো: 2, 4, 6

$$\therefore B = \{2, 4, 6\}$$

$$\text{এখন, } A \setminus B = \{3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$$

$$B \setminus A = \{2, 4, 6\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = A \cup B$$

$$= \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$$

$$= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

সুতরাং $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)।$ (দেখানো হলো)

(গ) প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, $C = \{\sqrt{7}\}$

অর্থাৎ, C এর উপাদান হলো: $\sqrt{7}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

ধরি, $\sqrt{7}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা $p, q > 1$ থাকবে যে,

$$\sqrt{7} = p/q$$

$$\text{বা, } 7 = p^2/q^2 \text{ (বর্গ করে)}$$

$$\text{বা, } 7q = p^2/q \text{ (উভয়পক্ষকে } q \text{ দ্বারা গুণ করে)}$$

স্পষ্টত, $7q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু p^2/q পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$ ।
 $\therefore 7q$ এবং p^2/q সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $7q \neq p^2/q$
 $\therefore \sqrt{7}$ কে p/q আকারে প্রকাশ করা যায় না, অর্থাৎ $\sqrt{7} \neq p/q$
 তাই, $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা নয়।
 সুতরাং C এর উপাদান $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

- ৪ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N, x^2 < 50\}$ $A = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$ $B = \{4, 5\}$ এবং $C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

[যশোর বোর্ড ২০১৭]

(ক) A ও C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N, x^2 < 50\}$
 অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 50 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
 সে সকল সংখ্যাগুলো হচ্ছে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 $\therefore$ সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$
 অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 8 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
 সে সকল সংখ্যাগুলো হচ্ছে 2, 3, 5, 7
 $\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$

আবার, $C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$
 অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
 সে সকল সংখ্যাগুলো হচ্ছে 3, 4, 5
 $\therefore C = \{3, 4, 5\}$
 সুতরাং $A = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$ ।

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, $A = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$
 দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$
 এখন, $A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 7\}$
 $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5\} = \{5\}$
 $B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
 বামপক্ষ $= (A \cup B) \cap C = \{2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
 ডানপক্ষ $= (A \cap B) \cup (B \cup C) = \{5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
 $\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$ । (প্রমাণিত)

(গ) $P(B' - A')$ নির্ণয় কর।

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $A = \{2, 3, 5, 7\}$
 দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$
 এখন, $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$
 $B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 6, 7\}$
 $B' - A' = \{1, 2, 3, 6, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 3, 7\}$
 $\therefore P(B' - A') = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}\}$
 নির্ণয় সেট $\{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}\}$

৫. $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x - 2\}$

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]

(ক) যদি $f(x) = x^3 + Px^2 - 5x - 7$ হয়, তবে P এর কোন মানের জন্য $f(-1) = 0$ হবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + Px^2 - 5x - 7$ এবং $f(-1) = 0$

$$\therefore (-1)^3 + P(-1)^2 - 5(-1) - 7 = 0$$

$$\text{বা, } -1 + P + 5 - 7 = 0$$

$$\text{বা, } P - 3 = 0$$

$$\therefore P = 3 \text{ (Ans.)}$$

(খ) $P(A \cap B)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হলো $(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$

$$\therefore A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{0, 1, 2, 3, 5\} = \{2, 3, 5\}$$

$A \cap B$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

$$\therefore P(A \cap B) = \{\{2, 3, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \emptyset\}$$

এখানে, $P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$ [$\therefore n = 3$]

$\therefore P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে যেখানে n হলো $(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা। (দেখানো হলো)

(গ) R অণুগতিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোমেন নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$

এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x - 2\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = x - 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:

$$| x | 2 | 3 | 5 | 7 |$$

$$| \text{---} | \text{---} | \text{---} | \text{---} | \text{---} |$$

$$| y = x - 2 | 0 | 1 | 3 | 5 |$$

যেহেতু $0, 1, 3, 5$ প্রত্যেকটিই B সেটের উপাদান,

$$\therefore R = \{(2, 0), (3, 1), (5, 3), (7, 5)\}$$

$$\therefore R \text{ এর ডোমেন} = \{2, 3, 5, 7\} \text{ (Ans.)}$$

- ৬ সার্বিক সেট $U = \{x \in N : 1 \leq x < 8\}$ $A = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 9\}$ $B = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } x = y - 1\}$

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

(ক) যদি $f(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$ হয়, তবে $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^4 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{81} + \frac{1}{9} + 1}{\frac{1}{9}}$$

$$= \frac{\frac{1+9+81}{81}}{\frac{1}{9}}$$

$$= \frac{91}{81} \times \frac{9}{1} = \frac{91}{9} \text{ (Ans.)}$$

(খ) R অনুযায়ী তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার রেঞ্জ নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{3, 4, 5, 6\}$
 এবং $R = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } x = y - 1\}$
 R এর বিপরীত শর্ত হতে পাই, $x = y - 1$
 বা $y = x + 1$
 এখন, প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	3	4	5	6
$y = x + 1$	4	5	6	7

যেহেতু, $7 \notin B$, কাজেই $(6, 7) \notin R$.
 $\therefore R = \{(3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$ (Ans.)
 এবং রেঞ্জ $R = \{4, 5, 6\}$ (Ans.)

(গ) $P(B' - A')$ নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে,
 সার্বিক সেট, $U = \{x : x \in N \text{ এবং } 1 \leq x < 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $A = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 9\} = \{2, 3, 5, 7\}$
 এবং $B = \{3, 4, 5, 6\}$
 $\therefore B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 7\}$
 $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$
 $\therefore B' - A' = \{1, 2, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 7\}$
 $\therefore P(B' - A') = \{\emptyset, \{2\}, \{7\}, \{2, 7\}\}$ (Ans.)

- ৭ $A = \{x \in N : x^3 \leq 64\}$, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x \in Z : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } 2x - y = 2\}$.

[বিবিশাল বোর্ড ২০২৪]

(ক) সমাধান সেট নির্ণয় কর: $y^2 = \sqrt{5}y$.

উত্তর: $y^2 = \sqrt{5}y$

বা, $y^2 - \sqrt{5}y = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y(y - \sqrt{5}) = 0$

$\therefore y = 0$ অথবা, $y - \sqrt{5} = 0$

আবার, $y - \sqrt{5} = 0$ হলে, $y = \sqrt{5}$

নির্ণয় সমাধান সেট $\{0, \sqrt{5}\}$

(খ) $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে, দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{x \in Z : x^2 - 4x - 5 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 4x - 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x + x - 5 = 0$

বা, $x(x - 5) + 1(x - 5) = 0$

বা, $(x - 5)(x + 1) = 0$

হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $x + 1 = 0$

$\therefore x = 5$; $x = -1$

$\therefore B = \{-1, 5\}$ এবং $C = \{-1, 3, 5, 7\}$

এখন, $R = C \setminus B = \{-1, 3, 5, 7\} \setminus \{-1, 5\} = \{3, 7\}$

$\therefore R = \{3, 7\}$

$\therefore P(R) = \{\emptyset, \{3\}, \{7\}, \{3, 7\}\}$

R এর উপাদান সংখ্যা, $n = 2$

$P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 4 = 2^2 = 2^n$

$\therefore R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) S অষ্টমিট তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^3 \leq 64\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 64 অপেক্ষা ছোট অথবা 64 এর সমান তাদের সেট A ।

এখানে, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$x = 1$ হলে, $x^3 = 1^3 = 1 \leq 64$

$x = 2$ হলে, $x^3 = 2^3 = 8 \leq 64$

$x = 3$ হলে, $x^3 = 3^3 = 27 \leq 64$

$x = 4$ হলে, $x^3 = 4^3 = 64 \leq 64$

$x = 5$ হলে, $x^3 = 5^3 = 125 \not\leq 64$

$\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } 2x - y = 2\}$

যেখানে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$2x - y = 2$

$\therefore y = 2x - 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:

| x | 1 | 2 | 3 | 4 |

| --- | --- | --- | --- |

| $y = 2x - 2$ | 0 | 2 | 4 | 6 |

সেহেতু $0, 6 \notin A$; সেহেতু $(1, 0), (4, 6) \notin S$

$\therefore S = \{(2, 2), (3, 4)\}$

$\therefore$ ডোমেন, $S = \{2, 3\}$ এবং রেঞ্জ, $S = \{2, 4\}$.

৮ $A = \{x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : \text{মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 11\}$, $C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ এবং $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

[দিনাজপুর বোর্ড ২০২৪]

(ক) A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $x(x-3) - 2(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-2) = 0$

হয়, $x-3 = 0$ অথবা, $x-2 = 0$

বা, $x = 3$ বা, $x = 2$

$\therefore x = 2, 3$

$\therefore$ তালিকা পদ্ধতিতে, $A = \{2, 3\}$ ।

(খ) দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : \text{মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 11\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 11 অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট B ।

এখানে, 11 অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3, 5, 7

$\therefore B = \{2, 3, 5, 7\}$

এবং $C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$

এখন, $B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5, 7, 9\} = \{3, 5, 7\}$

$\therefore P(B \cap C) = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$

এখানে, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

$P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। (দেখানো হলো)

(গ) $\left(f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1\right) / \left(f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 2\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{3 \cdot \frac{1}{x^2} + 1}{3 \cdot \frac{1}{x^2} - 1} = \frac{\frac{3}{x^2} + 1}{\frac{3}{x^2} - 1} = \frac{\frac{3+x^2}{x^2}}{\frac{3-x^2}{x^2}} = \frac{3+x^2}{3-x^2}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 2}$

$= \frac{\frac{3+x^2}{3-x^2} + 1}{\frac{3+x^2}{3-x^2} - 2}$

$= \frac{\frac{3+x^2}{3-x^2} - 2}{\frac{3+x^2}{3-x^2} - 2}$

$= \frac{\frac{3+x^2+3-x^2}{3-x^2}}{\frac{3+x^2-6+2x^2}{3-x^2}}$

$= \frac{6}{3-x^2}$

$= \frac{6}{(3x^2-3)/(3-x^2)}$

$= \frac{6}{3-x^2} \times \frac{3-x^2}{3(x^2-1)}$

$= \frac{6}{3(x^2-1)} = \frac{2}{x^2-1}$

$= \frac{2}{3(x^2-1)}$

$= \frac{2}{x^2-1}$

$= \frac{2}{x^2-1}$

নির্ণেয় মান: $\frac{2}{x^2-1}$

- ৯ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$ $A = \{x : x \in N \text{ এবং } 2 \leq x \leq 7\}$ $B = \{x : x \in N \text{ এবং } 3 < x < 6\}$
 $C = \{x : x \in N \text{ এবং } x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

(ক) A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

উত্তর: এখানে, $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$

এবং $A = \{x : x \in N \text{ এবং } 2 \leq x \leq 7\}$

২ থেকে ৭ পর্যন্ত বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো ৩, ৫, ৭

$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $A = \{3, 5, 7\}$

(খ) A' এবং $C \setminus B$ নির্ণয় কর।

৪

উত্তর: ক-হতে পাই, $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$ এবং $A = \{3, 5, 7\}$

এখানে, $B = \{x : x \in N \text{ এবং } 3 < x < 6\}$

৩ অপেক্ষা বড় এবং ৬ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলো ৫,

$\therefore B = \{5\}$

এবং $C = \{x : x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

অর্থাৎ যে সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৫ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ১৩০ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 \not> 5$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 130$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$

$x = 7$ হলে, $x^2 = 7^2 = 49 > 5$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 > 130$

অর্থাৎ $C = \{3, 5\}$

$\therefore A' = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\} \setminus \{3, 5, 7\} = \{1, 9, 11, 13, \dots\}$

এবং $C \setminus B = \{3, 5\} \setminus \{5\} = \{3\}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $A' = \{1, 9, 11, 13, \dots\}$ এবং $C \setminus B = \{3\}$ ।

(গ) $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর।

৪

উত্তর: (ক) হতে পাই, $A = \{3, 5, 7\}$

(খ) হতে পাই, $B = \{5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$

$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\} = \{(5, 3), (5, 5)\}$

$A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$

$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \emptyset\}$ ।