কৃতিত্ব

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ১: বাস্তব সংখ্যা

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়
Mathematics

অধ্যায়
অধ্যায় ১: বাস্তব সংখ্যা

প্রশ্নের ধরন
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন
৩৬

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৮ × ১ = ৮

১. $0.\overline{45} =$ কত?

(ক) $\frac{41}{99}$
(খ) $\frac{5}{11}$ ✓
(গ) $\frac{41}{90}$
(ঘ) $\frac{1}{2}$

২. 0.0025 এর বর্গমূল কোন ধরনের সংখ্যা?

(ক) আবৃত দশমিক
(খ) অনাবৃত অসীম দশমিক
(গ) অসীম দশমিক
(ঘ) সসীম দশমিক ✓

৩. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা?

(ক) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{32}}$ ✓
(খ) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
(গ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$
(ঘ) $\frac{1}{\sqrt{8}}$

৪. $\frac{2}{9}$ কোন ধরণের সংখ্যা?

(ক) মূলদ ✓
(খ) অমূলদ
(গ) স্বাভাবিক
(ঘ) অনাবৃত দশমিক

৫. $a = \sqrt{3}$ এবং $b = \sqrt{12}$ হলে নিচের কোনটি অমূলক সংখ্যা?

(ক) $a + b$ ✓
(খ) ab
(গ) $\frac{a}{b}$
(ঘ) $\frac{b}{a}$

৬. নিচের কোন সংখ্যাটি অমূলদ?

(ক) $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{36}}$
(খ) $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$
(গ) $\sqrt{\frac{81}{625}}$
(ঘ) $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{7}}$ ✓

৭. $0.\dot{3} \times 0.\dot{6}$ এর মান কোনটি?

(ক) 0.18
(খ) $0.\overline{18}$
(গ) $0.\dot{2}$
(ঘ) 0.2 ✓

৮. $\overline{42.1\dot{8}} \times 0.\overline{28} =$ কত?

(ক) 0.132
(খ) 12.185 ✓
(গ) 13.250
(ঘ) $11.8\dot{1}\dot{0}$

ব্যাখ্যা: $42.\dot{1}\dot{8} \times 0.\overline{28} = \frac{4218-42}{99} \times \frac{28-2}{90}$
$= \frac{4176}{99} \times \frac{26}{90}$
$= 12.185$

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

২৩ টি প্রশ্ন

১. বাস্তব সংখ্যা কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

উত্তর: সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যাকে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। যেমন, $10, \pm 2, \pm 22, \pm 33, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{5}{3}, +\frac{8}{3}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, 11 \cdot 23, 0.415, 2.3333, 0.62, 4.220345061 \ldots$ ইত্যাদি বাস্তব সংখ্যা।

২. স্বাভাবিক সংখ্যা কী?

উত্তর: সকল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে। যেমন : $1, 2, 3, 4, \ldots$ ইত্যাদি সংখ্যাগুলোই স্বাভাবিক সংখ্যা। স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $N = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$।

৩. ভগ্নাংশ সংখ্যা কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

উত্তর: $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বা সংক্ষেপে ভগ্নাংশ বলা হয়, যেখানে $q \neq 0, q \neq 1$ এবং q দ্বারা p নিঃশেষে বিভাজ্য নয়। যেমন : $\frac{2}{5}, \frac{4}{6}, \frac{-3}{2}$ ইত্যাদি। ভগ্নাংশ $\frac{p}{q}$ এর ক্ষেত্রে $p < q$ হলে ভগ্নাংশটি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p > q$ হলে ভগ্নাংশটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

৪. ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যা ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: ১ এর চেয়ে বড় যে সকল সংখ্যার ১ এবং ঐ সংখ্যাটি ব্যতীত অন্য কোনো উৎপাদক নেই সেই সংখ্যাগুলোই হলো মৌলিক সংখ্যা। ১ কোনো মৌলিক সংখ্যা নয়। মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ ইত্যাদি।
সুতরাং সবচেয়ে ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যা হলো 2।

৫. $\sqrt{8}$ একটি অমূলদ সংখ্যা- ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ হলে, মূলদ সংখ্যাকে p আকারে প্রকাশ করা যায় কিন্তু অমূলদ সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$; যাকে $\frac{p}{q}$ প্রকাশ করা যায় না। অতএব, $\sqrt{8}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

৬. $\sqrt{5}$ এবং 4 এর মধ্যে একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $\sqrt{5} = 2.236067\ldots$
স্পষ্টত $3.050055000555\ldots$ বাস্তব সংখ্যা এবং তা $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট। অর্থাৎ $\sqrt{5} < 3.050055000555\ldots < 4$ ।
আবার, $3.050055000555\ldots$ কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না। সুতরাং নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা $3.050055000555\ldots$ যা $\sqrt{5}$ এবং 4 এর মধ্যে অবস্থিত।

৭. দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা বলতে কী বুঝায়?

উত্তর: মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যাকে দশমিক দিয়ে প্রকাশ করা হলে তাকে দশমিক ভগ্নাংশ বলে। যেমন : $13 = 13 \cdot 0, \frac{7}{2} = 3 \cdot 5, \frac{20}{3} = 6 \cdot 6666\ldots, \sqrt{2} = 1 \cdot 4142\ldots$ ইত্যাদি দশমিক ভগ্নাংশ। দশমিক বিন্দুর পর অঙ্কের সংখ্যা সসীম হলে এদেরকে সসীম দশমিক ভগ্নাংশ এবং অঙ্কের সংখ্যা অসীম হলে এদেরকে অসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলে।

৮. অসীম আবৃত ও অসীম অনাবৃত দশমিক সংখ্যা কী?

উত্তর: অসীম দশমিক ভগ্নাংশ গুলোর মধ্যে দশমিক বিন্দুর পর কিছু অঙ্কের পুনরাবৃত্তি হলে, তাদেরকে অসীম আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয় এবং অঙ্কগুলোর পুনরাবৃত্তি না হলে এদের অসীম অনাবৃত দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন, $\frac{122}{99} = 1.2323\ldots, 5.1654$ ইত্যাদি অসীম আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ এবং $0.623069956\ldots, 3.22340021\ldots$ ইত্যাদি অসীম অনাবৃত দশমিক ভগ্নাংশ।

৯. দশমিক ভগ্নাংশ কত প্রকার ও কী কী?

উত্তর: দশমিক ভগ্নাংশ তিন প্রকার। যথা : ১। সসীম দশমিক ভগ্নাংশ। ২। আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ ও ৩। অসীম দশমিক ভগ্নাংশ।

১০. আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

উত্তর: যে সকল দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানদিকের অঙ্কগুলোর সব অথবা পরপর থাকা কিছু অংশ বারবার আসতে থাকে, সে সকল সংখ্যাকে আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ বলে। যেমন, $3.333\ldots, 2.454545\ldots, 5.12765765\ldots$ ইত্যাদি আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ।

১১. উদাহরণসহ সসীম দশমিক ভগ্নাংশের সংজ্ঞা লেখ।

উত্তর: যে সকল দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানদিকে সসীম সংখ্যক অঙ্ক থাকে, সে সকল সংখ্যাকে সসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলে।

---

১২. অসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলতে কী বোঝায়?

উত্তর: যে সকল দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানদিকের অঙ্ক কখনো শেষ হয় না, অর্থাৎ দশমিক বিন্দুর ডানদিকের অঙ্কগুলো সসীম হয় না এবং অশেষিবেশে বারবার আসে না, সে সকল দশমিক ভগ্নাংশ হচ্ছে অসীম দশমিক ভগ্নাংশ। যেমন : $1.4142135024\ldots, 2.6457513111\ldots$ ইত্যাদি অসীম দশমিক ভগ্নাংশ।

---

১৩. অমূলদ সংখ্যা কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

উত্তর: যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়।

---

১৪. বিভেদ ও মিশ্র পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ কাকে বলে?

উত্তর: দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্তাংশ ছাড়া অন্য কোনো অঙ্ক না থাকলে, একে বিভেদ পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

---

১৫. যোগ কর: 3.25 এবং 2.09

উত্তর: এখানে, আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 1 এর ল.সা.গু, 2। আবৃত্ত দশমিক শ করে যোগ করা হলো।

$3.25 = 3.\overline{25}2 \quad 52$

$2.09 = 2.\overline{09}9 \quad 99$

$\quad 5:352 \quad 51$

নির্ণেয় যোগফল 5.3352।

---

১৬. যোগ কর: $0.006 + 0.92 + 0.134$

উত্তর: এখানে অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2, 0, 0। সুতরাং অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হল 2। আবৃত অংশের অঙ্ক যথাক্রমে 1, 2, 3। এদের ল. সা. গু. 6। সুতরাং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6। আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে তিনটিকে সদৃশ করে মোগ করা হলো।

$0.006 = 0.00\overline{666666} \quad 66$

$0.92 = 0.92\overline{929292} \quad 92$

$0.134 = 0.13\overline{413413} \quad 41$

$\qquad = 1.07\overline{009372} \quad 99$

নির্ণেয় যোগফল 1.07009372

---

১৭. $4.37 + 2.97 + 1.29897$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 টি এবং আবৃত অংশের অঙ্কসংখ্যা হবে 1, 2 ও 4 এর ল.সা.গু অর্থাৎ 4 টি।
$4.37777 \quad 77$
$2.99979 \quad 79$
$(+)1.29897 \quad 98$
$8.65655 \quad 54$
নির্ণেয় যোগফল 8.65655

---

১৮. 1.3558 কে 0.063 দ্বারা গুণ কর।

উত্তর: $1.3558 = \frac{13558-13}{9990} = \frac{13543}{9990} = \frac{301}{222}$
$0.063 = \frac{63}{990} = \frac{7}{110}$
$\therefore 1.3558 \times 0.063 = \frac{301}{222} \times \frac{7}{110} = \frac{2107}{24420}$ (Ans.)

---

১৯. $2.8372 \div 0.6561$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $2.8372 = \frac{28372-28}{9990} = \frac{28344}{9990} = \frac{4724}{1665}$
$0.656\bar{1} = \frac{6561-656}{9000} = \frac{5905}{9000} = \frac{1181}{1800}$
$\therefore 2.8372 \div 0.656\bar{1} = \frac{4724}{1665} \div \frac{1181}{1800} = \frac{4724}{1665} \times \frac{1800}{1181} = \frac{160}{37} = 4.324$ (Ans.)
$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল 8.656555 (Ans.)

---

২০. $A = 0.\overline{3}, B = 0.8\overline{3}$ হলে AB কে আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

উত্তর: $A = 0.\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ এবং $B = 0.8\overline{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$
$\therefore AB = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18} = 0.27$ (Ans.)

---

২১. দেখাও যে, দুইটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার বর্গের সমষ্টি থেকে 1 বিয়োগ করলে তা 4 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

উত্তর: মেনে করি, দুইটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা x, (x + 1)
$\therefore$ সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি $= x^2 + (x+1)^2 = x^2 + x^2 + 2x + 1$
$= 2x^2 + 2x + 1 = 2x(x+1) + 1$
সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি থেকে 1 বিয়োগ করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি হবে
$2x(x+1)$
এখন, x ও $(x+1)$ ক্রমিক সংখ্যা হওয়ায় $x(x+1)$ একটি জোড় সংখ্যা হবে যা 2 দ্বারা বিভাজ্য।
$\therefore 2x(x+1)$ সংখ্যাটি 2×2 বা 4 দ্বারা বিভাজ্য। (দেখানো হলো)

---

২২. $\sqrt{37}$ এবং $\sqrt{43}$ এর মধ্যে একটি মূলদ ও একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

উত্তর: $\sqrt{37} = 6.082762$ এবং $\sqrt{43} = 6.557438$ ....
মেনে করি, $a = \frac{19}{3} = 6.3333$ .... $b = 6.50500500050000$ ....
এবং স্পষ্টত a ও b দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{37}$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{43}$ অপেক্ষা ছোট।
a কে $\frac{p}{q}$ বা ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় এবং b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
$\therefore$ a একটি মূলদ সংখ্যা এবং b একটি অমূলদ সংখ্যা। (Ans.)

---

২৩. $n = 2x - 1$, **যেখানে x এর অদ্বিবিশিষ্ট বৃহত্তম মৌলিক সংখ্যা। $\sqrt{n}$ ও $\sqrt{n+12}$ সংখ্যাদ্বয় কোন ধরনের তা নির্ণয় কর।**

উত্তর: প্রশ্নানুসারে, $x = 7 \therefore n = 2 \cdot 7 - 1 = 13$
$\therefore \sqrt{n} = \sqrt{13}$
এবং $\sqrt{n+12} = \sqrt{13+12} = \sqrt{25} = 5$
অর্থাৎ, $\sqrt{n}$ একটি অমূলদ সংখ্যা এবং $\sqrt{n+12}$ একটি মূলদ স্বাভাবিক সংখ্যা। (Ans.)

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৫ টি প্রশ্ন

১ **n একটি বেজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হেল, $n = 2x - 1$, যেখানে $x \in \mathbb{N}$।** [দিনাজপুর বোর্ড ২০১৬]

(ক) স্বাভাবিক সংখ্যা কী? ২

উত্তর: ১, ২, ৩, ৪, ... ইতাদি সংখ্যাগুলোই স্বাভাবিক সংখ্যা।
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

(খ) দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গ একটি বেজোড় সংখ্যা। ৪

উত্তর: প্রদত্ত বেজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা,
$n = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$
বা, $n^2 = (2x-1)^2$ [বর্গ করে]
$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2$
$= 4x^2 - 4x + 1$
$= 4x(x-1) + 1$
এখানে, $4x(x-1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ জোড় সংখ্যা।
$\therefore 4x(x-1) + 1$ সংখ্যাটি বেজোড় সংখ্যা।
সুতরাং প্রদত্ত সংখ্যার বর্গ একটি বেজোড় সংখ্যা। (দেখানো হলো)

(গ) দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে ৮ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ ১ হবে। ৪

উত্তর: প্রদত্ত বেজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা, $n = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$
বা, $n^2 = 4x(x-1) + 1$ [খ-হতে প্রাপ্ত]
যেহেতু x এবং $x - 1$ দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা, সেহেতু এদের মধ্যে একটি জোড় সংখ্যা হবেই।
অর্থাৎ $x(x-1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য।
$\therefore 4x(x-1)$ সংখ্যাটি 4×2 বা 8 দ্বারা বিভাজ্য।
$\therefore 4x(x-1) + 1$ সংখ্যাটিকে 8 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 1 হবে।
সুতরাং প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে ৮ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ ১ হবে। (দেখানো হলো)

২ $\sqrt{7}$ এবং $\sqrt{9}$ দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

(ক) মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যা কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

উত্তর: মূলদ সংখ্যা: p/q আকারের কোনো সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়, যখন p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।
যেমন: 3/1 = 3, 11/2 = 5.5, ... ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা। যেকোনো মূলদ সংখ্যাকে দুইটি সহমৌলিক সংখ্যার অনুপাত হিসেবেও লেখা যায়। সকল পূর্ণসংখ্যা ও ভগ্নাংশই মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে p/q আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল কিংবা তার ভগ্রাংশ একটি অমূলদ সংখ্যা।
যেমন: $\sqrt{2}$ = 1.414213..., $\sqrt{3}$ = 1.732..., $\sqrt{5/2}$ = 1.118... ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। কোনো অমূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায় না।

(খ) $\sqrt{7}$ এবং $\sqrt{9}$ এর মধ্যে দুইটি মূলদ সংখ্যা এবং দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $\sqrt{7}$ = 2.645751... এবং $\sqrt{9}$ = 3
মনে করি, $\sqrt{7}$ এবং $\sqrt{9}$ এর মধ্যে যেকোনো দুইটি মূলদ সংখ্যা a = 2.7 এবং b = 2.8
স্পষ্টত, a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{7}$ ও $\sqrt{9}$ এর মধ্যে অবস্থিত।
অর্থাৎ, $\sqrt{7}$ < 2.7 < 2.8 < $\sqrt{9}$
আবার, a = 2.7 = 27/10 এবং b = 2.8 = 28/10 অর্থাৎ a ও b কে ভগ্রাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়।
∴ a ও b দুইটি নির্ণেয় মূলদ সংখ্যা।

আবার, মনে করি, $\sqrt{7}$ এবং $\sqrt{9}$ এর মধ্যে যেকোনো দুইটি অমূলদ সংখ্যা c ও d
যেখানে, c = 2.707007000... এবং d = 2.808008000...
স্পষ্টত, c ও d উভয়ই অমূলদ সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{7}$ এবং $\sqrt{9}$ এর মধ্যে অবস্থিত।
অর্থাৎ, $\sqrt{7}$ < 2.707007000... < 2.808008000... < $\sqrt{9}$
∴ c ও d দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

(গ) প্রমাণ কর যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর: ধরি, $\sqrt{7}$ একটি মূলদ সংখ্যা।
তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা p, q > 1 থাকবে যে, $\sqrt{7}$ = p/q
বা, $7 = p^2/q^2$ [বর্গ করে]
অর্থাৎ, $7q = p^2/q$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]
স্পষ্টত, 7q পূর্ণসংখ্যা কিন্তু p^2/q পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং q > 1.
∴ 7q এবং p^2/q সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $7q \neq p^2/q$
∴ $\sqrt{7}$ কে p/q আকারে প্রকাশ করা যায় না, অর্থাৎ $\sqrt{7} \neq p/q$
তাই, $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা নয়।
সুতরাং $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

KRITITO KRITITO KRITITO

৩ $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{27/3}, c = \sqrt{6}, d = \pi$ [বিএএফ শাহীন কলেজ, যশোর]

(ক) মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা শনাক্ত কর।

উত্তর: এখানে, $a = \sqrt{5}$, যা অমূলদ সংখ্যা। [কারণ মৌলিক সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা]
$b = \sqrt{27/3} = \sqrt{9} = 3$, যা মূলদ সংখ্যা
$c = \sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ যা অমূলদ সংখ্যা [একই কারণে]
$d = \pi = 3.1416\ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

(খ) প্রমাণ কর যে, c একটি অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, $c = \sqrt{6}$
আমরা জানি, $4 < 6 < 9$
বা, $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$
$\therefore 2 < \sqrt{6} < 3$
সুতরাং, $\sqrt{6}$ এর মান 2 অপেক্ষা বড় ও 3 অপেক্ষা ছোট।
অতএব, $\sqrt{6}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।
ধরি, $\sqrt{6}$ একটি মূলদ সংখ্যা।
$\therefore \sqrt{6} = p/q$; [যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]
বা, $6 = p^2/q^2$; [বর্গ করে]
বা, $6q = p^2/q$; [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]
স্পষ্টত: $6q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু p^2/q পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$
$\therefore 6q$ এবং p^2/q সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $6q \neq p^2/q$
$\therefore \sqrt{6}$ এর মান p/q আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{6} \neq p/q$
$\therefore \sqrt{6}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।
$\therefore c$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(গ) b ও d এর মাঝে দুইটি মূলদ ও দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $b = 3$ এবং $d = \pi = 3.1415926\ldots$
মনে করি, b ও d এর মাঝে x, y, z, w চারটি বাস্তব সংখ্যা যেখানে
$x = 3.10, y = 3.12$
$z = 3.010011000111\ldots$
$w = 3.101100111000\ldots$
এরা প্রত্যেকেই b অপেক্ষা বড় এবং d অপেক্ষা ছোট।
$\therefore$ মূলদ সংখ্যা দুইটি $x = 3.10$ এবং $y = 3.12$
আবার, অমূলদ সংখ্যা দুইটি $z = 3.010011000111\ldots$ এবং $w = 3.101100111000\ldots$ কারণ z এবং w কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না। (Ans.)

8 **1.345, 0.0278, $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$ এগুলো বাস্তব সংখ্যা।** [রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর]

(ক) আবৃত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ আবৃত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

উত্তর: প্রদত্ত আবৃত দশমিক ভগ্নাংশগুলো 1.345 ও 0.0278
এখানে, আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ দুইটিতে অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1 এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 2। 2 ও 2 এর ল.সা.গু. 2।
তাই সদৃশ আবৃত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হলে, প্রত্যেকটি দশমিক ভগ্নাংশের অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।
1.345 = 1.34545
0.0278 = 0.02787

(খ) $\sqrt{11}$ ও $\sqrt{13}$ এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা বের কর।

উত্তর: এখানে, $\sqrt{11}$ = 3.3166247 ...
এবং $\sqrt{13}$ = 3.6055512 ...
মেন করি, a = 3.42716372 ...
এবং b = 3.515210601...
স্পষ্টত a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{11}$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{13}$ অপেক্ষা ছোট।
অর্থাৎ $\sqrt{11}$ < 3.42716372 ... < $\sqrt{13}$ এবং $\sqrt{11}$ < 3.515210601 ... < $\sqrt{13}$
আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
অতএব, a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

(গ) দেখাও যে, $\sqrt{13}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর: আমরা জানি; 9 < 13 < 16
বা, $\sqrt{9}$ < $\sqrt{13}$ < $\sqrt{16}$ [বর্গমূল করে]
বা, 3 < $\sqrt{13}$ < 4
যেহেতু 3 ও 4 এর মাঝে $\sqrt{13}$ অবস্থিত।
$\therefore$ $\sqrt{13}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।
ধরি, $\sqrt{13}$, p/q আকারের একটি মূলদ সংখ্যা।
অর্থাৎ, $\sqrt{13}$ = p/q ; যেখানে p ও q পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা এবং q > 1
বা, $(\sqrt{13})^2$ = $(p/q)^2$ [বর্গ করে]
বা, $13 = p^2/q^2$
বা, $13q = p^2/q$
স্পষ্টত 13q পূর্ণসংখ্যা, কিন্তু p^2/q পূর্ণসংখ্যা নয় কারণ p ও q স্বাভাবিক সহমৌলিক সংখ্যা এবং q > 1.
$\therefore 13q = p^2/q$ হতে পারে না।
অর্থাৎ, $13q \neq p^2/q$
$\therefore$ $\sqrt{13}$ এর মান p/q আকারের কোনো মূলদ সংখ্যা হতে পারে না।
$\therefore \sqrt{13} \neq p/q$
সুতরাং $\sqrt{13}$ একটি অমূলদ সংখ্যা (দেখানো হলো)।

৫ $\sqrt{5}$ ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

(ক) কানটি মূলদ ও কানটি অমূলদ নির্দেশ কর। ২

উত্তর: যেহেতু 5 পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।
আর পূর্ণবর্গ নয় এরূপ সকল সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা।
সেহেতু $\sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা।
আবার, 4 একটি স্বাভাবিক সংখ্যা এবং সকল স্বাভাবিক সংখ্যাই মূলদ।
∴ 4 মূলদ সংখ্যা।

(খ) $\sqrt{5}$ ও 4 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: এখানে, $\sqrt{5}$ = 2.236067 ...
মেন করি, a = 3.020022000222 ... এবং b = 3.505500555 ...
স্পষ্টত a ও b উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।
অথাৎ $\sqrt{5}$ < 3.020022000222 ... < 4 এবং $\sqrt{5}$ < 3.505500555 ... < 4
আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
∴ a ও b দুইটি নিশ্চয় অমূলদ সংখ্যা।

(গ) প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

উত্তর: ধরি, $\sqrt{5}$ একটি মূলদ সংখ্যা।
তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা p, q > 1 থাকবে যে, $\sqrt{5} = p/q$
বা, 5 $= p^2/q^2$ [বর্গ করে]
অথাৎ, $5q = p^2/q$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]
স্পষ্টত, 5q পূর্ণসংখ্যা কিন্তু p^2/q পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং q > 1.
∴ 5q এবং p^2/q সমান হতে পারে না, অথাৎ $5q \neq p^2/q$
∴ $\sqrt{5}$ কে p/q আকারে প্রকাশ করা যায় না, অথাৎ $\sqrt{5} \neq p/q$
তাই, $\sqrt{5}$ সংখ্যাটি মূলদ নয়।
সুতরাং $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

KRITITO

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ২: সেট ও ফাংশন

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়
Mathematics

অধ্যায়
অধ্যায় ২: সেট ও ফাংশন

প্রশ্নের ধরন
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন
৩৫

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১৩ × ১ = ১৩

১. $A = \{1, 3, 5\}$ $B = \{2, 3, 5\}$ হলে- i. $A \cap B = \{3, 5\}$ ii. $P(A \cup B)$ এর উপাদান সংখ্যা 16 iii. $A \setminus B = \{1, 5\}$ নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ✓ (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5\}$
$= \{3, 5\}$
∴ (i) নং সঠিক।
আবার, $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 5\}$
∴ (ii) নং সঠিক।
$A \setminus B = A - B = \{1, 3, 5\} - \{2, 3, 5\}$
$= \{1\}$
∴ (iii) নং সঠিক নয়।

২. $f(x) = x^4 + 6x - 4$ হলে, $f(-2)$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 28 (খ) 24

(গ) 20 (ঘ) 0 ✓

ব্যাখ্যা: $f(x) = x^4 + 6x - 4$
$\therefore f(-2) = (-2)^4 + 6(-2) - 4$
$= 16 - 12 - 4 = 0$

৩. সেট $A = \{a, b, c\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা কত?

(ক) 8 ✓ (খ) 10

(গ) 12 (ঘ) 16

ব্যাখ্যা: A এর উপাদান সংখ্যা $n = 3$
∴ P(A) এর উপাদান সংখ্যা $= 2^n = 2^3 = 8$

৪. $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ হলে, $P(A \cap B)$ এর সদস্য সংখ্যা নিচের কোনটি?

(ক) 3 (খ) 5

(গ) 8 ✓ (ঘ) 32

ব্যাখ্যা: এখানে, $A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{b, c, d, e\}$
$= \{b, c, d\}$
$\therefore n(A \cap B) = 3$
$\therefore n(P(A \cap B)) = 2^3 = 8$

৫. যদি $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$ হয়, তবে $A \setminus B$ নিচের কোনটি?

(ক) {a} ✓ (খ) {d}

(গ) {a, b, c, d} (ঘ) {b, c}

ব্যাখ্যা: $A = \{a, b, c\}$
$B = \{b, c, d\}$
$\therefore A \setminus B = \{a, b, c\} - \{b, c, d\}$
$= \{a\}$

৬. $P = \{x, y\}$ এবং $Q = \{y, x\}$ হলে, $P - Q$ কোনটি?

(ক) { } ✓ (খ) {0}

(গ) {∅} (ঘ) {x, y}

ব্যাখ্যা: $\therefore P - Q = \{x, y\} - \{y, x\}$
$= \{\}$

৭. $F(y) = y^5 + 6y - 5$ হলে, $F(-1)$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 2

(গ) -12 ✓ (ঘ) -14

ব্যাখ্যা: $F(y) = y^5 + 6y - 5$
$\therefore F(-1) = (-1)^5 + 6(-1) - 5$
$= -1 - 6 - 5$

৮. $f(z) = z^4 + 5z^2 - 3$ হলে, $f(-1)$ এর মান কত?

(ক) 3 ✓ (খ) 1

(গ) -7 (ঘ) -9

ব্যাখ্যা: $f(z) = z^4 + 5z^2 - 3$
$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1)^2 - 3$
$= 1 + 5 - 3$
$= 6 - 3 = 3$

৯. $f(x) = x^4 + 5x + 3$ হলে, $f(-2)$ এর মান কত?

(ক) -23 (খ) -17

(গ) 1 (ঘ) 9 ✓

ব্যাখ্যা: $f(x) = x^4 + 5x + 3$
$\therefore f(-2) = (-2)^4 + 5(-2) + 3$
$= 16 - 10 + 3$
$= 19 - 10 = 9$

১০. নিচের কোন অব্যয়টি ফাংশন?

(ক) $\{(1,2),(1,3)\}$
(খ) $\{(-1,1),(-1,2)\}$
(গ) $\{(2,3),(1,2)\}$ ✓
(ঘ) $\{(-3,5),(-3,-5)\}$

ব্যাখ্যা: $\{(2,3),(1,2)\}$ অব্যয়টি ফাংশন। কারণ ক্রমজোড়ের প্রত্যেক জোড়ার প্রথম অংশক ভিন্ন ভিন্ন।

১১. $A=\{3,4,5\}, B=\{4,5,6\}$ হলে, $P(A\cap B)=?$

(ক) $\{\{4,5\},\{4\},\{5\},\emptyset\}$ ✓
(খ) $\{\{4\},\{5\},\emptyset\}$
(গ) $\{\{4,5\},\{4\}\}$
(ঘ) $\{\{4,5\},\{4\},\{5\}\}$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $A=\{3,4,5\}$
$B=\{4,5,6\}$
$\therefore A\cap B=\{3,4,5\}\cap\{4,5,6\}$
$=\{4,5\}$
$\therefore P(A\cap B)=\{\{4,5\},\{4\},\{5\},\emptyset\}$

১২. $\{\emptyset\}$ কোন ধরনের সেট?

(ক) কোনো সেট নয়
(খ) ফাঁকা সেট
(গ) পূরক সেট
(ঘ) ফাঁকা সেটের Power সেট ✓

ব্যাখ্যা: ফাঁকা সেটের শক্তি সেট $\{\emptyset\}$

১৩. যদি $f(y)=\dfrac{3y+1}{y-1}$ হলে, $f(-1)$ এর মান কত?

(ক) 2
(খ) 1 ✓
(গ) -1
(ঘ) -2

ব্যাখ্যা: $f(y)=\dfrac{3y+1}{y-1}$
$\therefore f(-1)=\dfrac{3(-1)+1}{(-1)-1}=\dfrac{-3+1}{-2}=\dfrac{-2}{-2}=1$

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

১৩ টি প্রশ্ন

১. $P=\{x\in\mathbb{N}: x^2+x-72=0\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [রা., বো. ২৪]

উত্তর: দেওয়া আছে, $P=\{x\in\mathbb{N}: x^2+x-72=0\}$
এখন, $x^2+x-72=0$
বা, $x^2+9x-8x-72=0$
বা, $x(x+9)-8(x+9)=0$
বা, $(x+9)(x-8)=0 \therefore x=-9,8$
কিন্তু কারণ $x\neq-9$ কারণ $x\in\mathbb{N} \therefore P=\{8\}$

২. $(x-1, y+2) = (y-2, 2x+1)$ **হয় তবে** (x, y) **নির্ণয় কর।** [রা., বো. ২৪]

উত্তর: ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে,
$x - 1 = y - 2$
$\Rightarrow x - y = -1$ .... (i)
এবং, $y + 2 = 2x + 1$
$\Rightarrow 2x - y = 1$ .... (ii)
(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে,
$2x - y = 1$
$x - y = -1$
$(-)(+)(+)$
$x = 2$
x এর মান (i) নং এ বসাই,
$2 - y = -1$
$\therefore y = 3$
$\therefore$ নির্ণেয় $(x, y) = (2, 3)$

---

৩. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8$ **এবং** $x^3 < 200\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} : x$ **জোড় সংখ্যা এবং** $x \leq 6\}$ **হলে, দেখাও যে,** $(A \cup B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$

[রা., বো. ২৪]

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \geq 8$ এবং $x^3 < 200\}$
$x = 3$ হলে, $x^2 = 9 > 8$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 200$
$x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 8$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 200$
$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 8$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 200$
$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 8$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 200$
$\therefore A = \{3, 4, 5\}$
$B = \{x \in \mathbb{N} : x$ জোড় এবং $x \leq 6\} = \{2, 4, 6\}$
বামপক্ষ $= A \cup B = \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
আবার, $A \setminus B = \{3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$
$B \setminus A = \{2, 4, 6\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$
$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$
ডানপক্ষ $= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ = বামপক্ষ
$(A \cup B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$ (দেখানো হলো)

---

৪. $U = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots, 10\}$, $P = \{2, 4, 6\}$, $Q = \{3, 5, 7, 9\}$ **এবং** $R = \{1, 4, 9\}$ **হলে** $(P \cup Q \cup R)'$ **এর মান নির্ণয় কর।** [ম. বো. ২২]

উত্তর: দেওয়া আছে, $P = \{2, 4, 6\}$, $Q = \{3, 5, 7, 9\}$ এবং $R = \{1, 4, 9\}$
$\therefore P \cup Q \cup R = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 5, 7, 9\} \cup \{1, 4, 9\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
$\therefore (P \cup Q \cup R)' = U - (P \cup Q \cup R)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
$= \{8, 10\}$

---

৫. $g(x) = \dfrac{1+x^2+x^4}{x^2}$ **হলে, দেখাও যে,** $g\left(\dfrac{1}{x}\right) = g(x^2)$ [ম. বো. ২২]

উত্তর: দেওয়া আছে, $g(x) = \dfrac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$\therefore g(x^2) = \dfrac{1+(x^2)^2+(x^2)^4}{(x^2)^2} = \dfrac{1+x^4+x^8}{x^4}$

$\therefore g\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{1+\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+\left(\dfrac{1}{x}\right)^4}{\left(\dfrac{1}{x}\right)^2} = \dfrac{1+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}}{\dfrac{1}{x^2}}$

$= \dfrac{\dfrac{x^4+x^2+1}{x^4}}{\dfrac{1}{x^2}} = \dfrac{x^4+x^2+1}{x^4} \times \dfrac{x^2}{1} = \dfrac{1+x^4+x^8}{x^4} \cdot g(x^2)$

$= \dfrac{x^4+x^2+1}{x^4} \times x^2 = \dfrac{1+x^2+x^4}{x^4}.$

Actually from the image:

$= \dfrac{\frac{x^4+x^2+1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}} = \dfrac{x^4+x^2+1}{x^4} \times \dfrac{x^2}{1} = \dfrac{1+x^4+x^8}{x^4}.$

$\therefore g\left(\dfrac{1}{x}\right) = g(x^2)$ (দেখানো হলো)

৬. যদি $A = \{x \in N : x$ **জোড় সংখ্যা এবং** $x \leq 6\}$ **হলে** $P(A)$ **নির্ণয় কর এবং "A এর উপাদান সংখ্যা n হলে** $P(A)$ **এর উপাদান সংখ্যা** 2^n **হবে"- উক্তির সত্যতা যাচাই কর।**

[ম. বো. ২২]

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$

$= \{2, 4, 6\}$

৭. ৫০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১২ জন বাংলায় ও ১৬ জন গণিতে ফেল করেছে। উভয় বিষয়ে ৫ জন ফেল করলে কতজন উভয় বিষয়ে পাশ করেছে তা ভেনচিত্রের সাহায়ে নির্ণয় কর।

[ম. বো. ২২]

উত্তর: ধরি, বাংলায় ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট = B

এবং গণিতে ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট = M

সকল শিক্ষার্থীদের সেট U বিবেচনা করে ভেনচিত্রে তথ্যগুলো উপস্থান করি:

ভেনচিত্র হতে $n(U) = 50$

$n(B \cap M) = 5$

$n(B \setminus M) = 12 - 5 = 7$

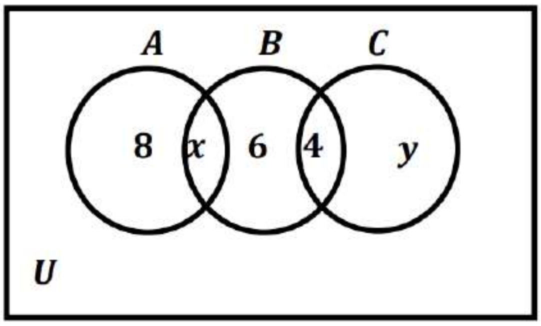
$n(M \setminus B) = 16 - 5 = 11$

উভয় বিষয়ে পাশ করেছে

$= n(U) - \{n(B \cap M) + n(B \setminus M) + n(M \setminus B)\}$

$= 50 - (5 + 7 + 11) = 50 - 23 = 27$

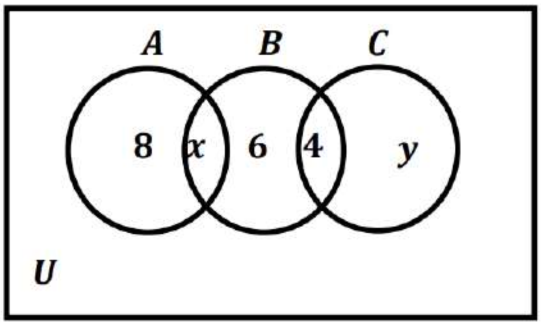
৮. ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে। $n(U)$ এর মান নির্ণয় কর।



উত্তর: $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]
$= 8 + x + 6 + 4 + 6$
$= 28 \begin{bmatrix} \because x = 4 \\ y = 6 \end{bmatrix}$
$\therefore n(U) = 28$

---

৯. যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।



উত্তর: দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$

---

১০. যদি $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y - 2x = 1\}$ যেখানে $A = \{-1, 0, 1, 3\}$ হলে R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে ডোমেন, রেঞ্জ নির্ণয় কর?

[কু. বো. ২০]

উত্তর: $A = \{-1, 0, 1, 3\}$
R বনিত শর্ত থেকে পাই $y = 2x + 1$

x	-1	0	1	3
y	-1	1	3	7

$\rightarrow$ যেহেতু $7 \notin A$। $\therefore (3, 7) \notin R$
$\therefore R = \{(-1, 1), (0, 1), (1, 3)\}$
$\therefore$ ডোম $R = \{-1, 0, 1\}$
$\therefore$ রেঞ্জ $R = \{1, 3\}$

১১. যদি $f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$ হয় তাহলে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$
$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$
$= -8 + 4k + 8 - 8$
$= 4k - 8$
যেহেতু, $f(-2) = 0$
$\therefore 4k - 8 = 0$
$\therefore k = 2$
$\therefore k = 2$ হলে $f(-2) = 0$ হবে

১২. $f(x) = \dfrac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$ হলে দেখাও যে, $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(x)$

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{1}{x}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^4} \times \frac{x^2}{1} = f(x)$$

$\therefore f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(x)$ (Showed)

১৩. $y - 3x = 0$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে এটি ফাংশন কিনা যাচাই কর, যেখানে $-2 \leq x \leq 2$ [কু. বো. ২০]

উত্তর: দেওয়া আছে, $y - 3x = 0$
$\therefore y = 3x$
$-2 \leq x \leq 2$ ডোমেনের x এর কয়েকটি মানের জন্য $y = 3x$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

ছক কাগজে প্রতি ক্ষুদ্রবর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে ১ একক ধরে তালিকার বিন্দুগুলি চিহ্নিত করি ও কেলের সাহায়ে যোগ করি। প্রাপ্ত লেখচিত্রটি x একটি সরলরেখা নির্দেশ করে।
এখানে, x এর প্রতিটি মানের জন্য y এর একটি অনন্য মান পাওয়া যায়।
$\therefore -2 \leq x \leq 2$ ব্যবধিতে $y - 3x = 0$ একটি ফাংশন।

KRITITO

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৯ টি প্রশ্ন

১ (i) $R = \{(x, y) : x \in A,\ y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$; **যেখানে** $A = \{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1\}$ (ii) $f(x) = \dfrac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

[কুমিল্লা বোর্ড ২০২৪]

(ক) A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1\}$
এখানে, A একটি পূর্ণ সংখ্যার সেট যেখানে এর উপাদানগুলো -3 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর নয় এবং 1 অপেক্ষা বৃহত্তর নয়। অর্থাৎ এর উপাদানগুলো -3 এর সমান অথবা -3 এর বড় এবং 1 এর সমান অথবা 1 এর ছোট।
$\therefore$ সেট গঠন পদ্ধতিতে $A = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leq x \leq 1\}$
অথবা, $A = \{x : x \in \mathbb{Z}$ এবং $-3 \leq x \leq 1\}$

(খ) R অর্ঘ্যটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম R নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A,\ y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে, $A = \{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1\}$
R এর বিপিত শর্ত থেকে পাই, $x - y + 2 = 0$
$\therefore y = x + 2$
এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-3	-2	-1	0	1
y	-1	0	1	2	3

যেহেতু $2,\ 3 \notin A$; সেহেতু $(0, 2),\ (1, 3) \notin R$
$\therefore R = \{(-3, -1),\ (-2, 0),\ (-1, 1)\}$
$\therefore$ ডোমেন $R = \{-3,\ -2,\ -1\}$

(গ) দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

$\therefore f(x^2) = \dfrac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3} = \dfrac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$

আবার, $f(x^{-2}) = \dfrac{1 + (x^{-2})^3 + (x^{-2})^6}{(x^{-2})^3}$

$= \dfrac{1 + x^{-6} + x^{-12}}{x^{-6}}$

$= \left[\dfrac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}}\right] \div \left[\dfrac{1}{x^6}\right]$

$= \left[\dfrac{1 + x^6 + x^{12}}{x^{12}}\right] \times x^6$

$= \dfrac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$

$\therefore f(x^2) = f(x^{-2})$। (দেখানো হলো)

২ **সার্বিক সেট $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$ এবং $A = \{x \in N : 7 < x < 15\}; B = \{5, 7, 11, 13\}; C = \{x \in N : x$, 3 এর গুণিতক এবং $x < 15\}$।**

[ঢাকা বোর্ড ২০২৪]

(ক) $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$। ২

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$
$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 5(-1) + 2b$
$= -1 - 4 - 5 + 2b$
$= -10 + 2b$
প্রশ্নমতে, $f(-1) = 0$
বা, $-10 + 2b = 0$
বা, $2b = 10$
বা, $b = 10/2$
$\therefore b = 5$
নির্ণেয় মান: $b = 5$।

(খ) $A' \cup (B \setminus C)$ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।
এখন, ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যাগুলো হলো: 5, 7, 9, 11, 13.
$\therefore$ সার্বিক সেট $U = \{5, 7, 9, 11, 13\}$
এবং $A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ৭ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।
৭ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.
যেহেতু সার্বিক সেট U হচ্ছে ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।
$\therefore A = \{9, 11, 13\}$ [যেহেতু 8, 10, 12, 14 $\notin U$]
$B = \{5, 7, 11, 13\}$
$C = \{x \in N : x$, ৩ এর গুণিতক এবং $x < 15\}$
অর্থাৎ, ১৫ অপেক্ষা ছোট ৩ এর গুণিতক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো: 3, 6, 9, 12
যেহেতু সার্বিক সেট U হচ্ছে ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।
$\therefore C = \{9\}$ [যেহেতু 3, 6, 12 $\notin U$]
$A' = U \setminus A = \{5, 7, 9, 11, 13\} \setminus \{9, 11, 13\} = \{5, 7\}$
$B \setminus C = \{5, 7, 11, 13\} \setminus \{9\} = \{5, 7, 11, 13\}$
এখন রাশি $= A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7\} \cup \{5, 7, 11, 13\} = \{5, 7, 11, 13\}$
নির্ণেয় $A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7, 11, 13\}$।

(গ) $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{5, 7, 11, 13\}$
$\therefore P(B) =$
$\{\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{11\}, \{13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\}, \{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}, \{5, 7, 11\}, \{5, 7, 13\}, \{5, 11, 13\}, \{7, 11, 13\}, \{5, 7, 11, 13\}\}$
এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$
$P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$
$\therefore P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

৩ $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$, $B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$ **এবং** $C = \{\sqrt{7}\}$। [রাজশাহী বোর্ড ২০২৪]

(ক) 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, 35 এর সকল গুণনীয়কসমূহের সেট A
এখানে, $35 = 1 \times 35 = 5 \times 7$
35 এর গুণনীয়কসমূহ হলো: 1, 5, 7, 35
$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\}$

আবার, মেনে করি, 45 এর সকল গুণনীয়কসমূহের সেট B
এখানে, $45 = 1 \times 45 = 3 \times 15 = 5 \times 9$
45 এর গুণনীয়কসমূহ হলো: 1, 3, 5, 9, 15, 45
$\therefore B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$
$= \{1, 5\}$
নির্ণেয় সেট $\{1, 5\}$

(খ) দেখাও যে, $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 8 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 200 অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।
এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
$x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 \not> 8$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 200$
$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 \not> 8$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 200$
$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 8$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 200$
$x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 8$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 200$
$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 8$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 200$
$x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 8$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 \not< 200$
$\therefore A = \{3, 4, 5\}$

$B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা 6 অপেক্ষা ছোট অথবা 6 এর সমান, তাদের সেট।
এখন, 6 অপেক্ষা ছোট অথবা 6 এর সমান স্বাভাবিক জোড় সংখ্যাসমূহ হলো: 2, 4, 6
$\therefore B = \{2, 4, 6\}$

এখন, $A \setminus B = \{3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$
$B \setminus A = \{2, 4, 6\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$
$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$

বামপক্ষ $= A \cup B$
$= \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

ডানপক্ষ $= (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$
$= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
সুতরাং $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$। (দেখানো হলো)

(গ) প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, $C = \{\sqrt{7}\}$
অর্থাৎ, C এর উপাদান হলো: $\sqrt{7}$
প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।
ধরি, $\sqrt{7}$ একটি মূলদ সংখ্যা।
তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা $p, q > 1$ থাকবে যে,
$\sqrt{7} = p/q$
বা, $7 = p^2/q^2$ (বর্গ করে)
বা, $7q = p^2/q$ (উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে)

স্পষ্টত, $7q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু p^2/q পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।
$\therefore 7q$ এবং p^2/q সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $7q \neq p^2/q$
$\therefore \sqrt{7}$ কে p/q আকারে প্রকাশ করা যায় না, অর্থাৎ $\sqrt{7} \neq p/q$
তাই, $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা নয়।
সুতরাং C এর উপাদান $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

8 **সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N, x^2 < 50\}$ $A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 8\}$ $B = \{4, 5\}$ এবং $C = \{x \in N : x^2 > 5$ এবং $x^3 < 130\}$**

[যশোর বোর্ড ২০১৭]

(ক) A ও C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

উত্তর: দেওয়া আছে, সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N, x^2 < 50\}$
অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 50 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
সে সকল সংখ্যাগুলো হচ্ছে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
$\therefore$ সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 8\}$
অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 8 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
সে সকল সংখ্যাগুলো হচ্ছে 2, 3, 5, 7
$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$

আবার, $C = \{x \in N : x^2 > 5$ এবং $x^3 < 130\}$
অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
সে সকল সংখ্যাগুলো হচ্ছে 3, 4, 5
$\therefore C = \{3, 4, 5\}$
সুতরাং $A = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$। ৪

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, $A = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$
দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$
এখন, $A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 7\}$
$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5\} = \{5\}$
$B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$

বামপক্ষ $= (A \cup B) \cap C = \{2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
ডানপক্ষ $= (A \cap B) \cup (B \cup C) = \{5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
$\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$। (প্রমাণিত)

(গ) $P(B' - A')$ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $A = \{2, 3, 5, 7\}$
দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$
এখন, $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$
$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 6, 7\}$
$B' - A' = \{1, 2, 3, 6, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 3, 7\}$

$\therefore P(B' - A') = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}\}$
নির্ণেয় সেট $\{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}\}$

৫ A = {2, 3, 5, 7}, B = {0, 1, 2, 3, 5} এবং R = {(x,y) : x ∈ A, y ∈ B এবং y = x - 2} [ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]

(ক) যদি f(x) = $x^3 + Px^2 - 5x - 7$ হয়, তবে P এর কোন মানের জন্য f(-1) = 0 হবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, f(x) = $x^3 + Px^2 - 5x - 7$ এবং f(-1) = 0
$\therefore (-1)^3 + P(-1)^2 - 5(-1) - 7 = 0$
বা, $-1 + P + 5 - 7 = 0$
বা, $P - 3 = 0$
$\therefore P = 3$ (Ans.)

(খ) P(A ∩ B) নির্ণয় করে দেখাও যে, P(A ∩ B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হলো (A ∩ B) এর উপাদান সংখ্যা।

উত্তর: দেওয়া আছে, A = {2, 3, 5, 7}, B = {0, 1, 2, 3, 5}
∴ A ∩ B = {2, 3, 5, 7} ∩ {0, 1, 2, 3, 5} = {2, 3, 5}
A ∩ B এর উপাদান সংখ্যা, n = 3
∴ P(A ∩ B) = {{2,3,5}, {2,3}, {2,5}, {3,5}, {2}, {3}, {5}, ∅}
এখানে, P(A ∩ B) এর উপাদান সংখ্যা = 8 = 2^3 = 2^n [∵ n = 3]
∴ P(A ∩ B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে যেখানে n হলো (A ∩ B) এর উপাদান সংখ্যা। (দেখানো হলো)

(গ) R অণুর্ণতিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোমেন নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, A = {2, 3, 5, 7}, B = {0, 1, 2, 3, 5}
এবং R = {(x,y) : x ∈ A, y ∈ B এবং y = x - 2}
R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, y = x - 2
এখন, প্রতেক x ∈ A এর জন্য y = x - 2 এর মান নির্ণয় করি:

x	2	3	5	7
y = x - 2	0	1	3	5

যেহেতু 0, 1, 3, 5 প্রতেকটিই B সেটের উপাদান,
∴ R = {(2,0), (3,1), (5,3), (7,5)}
∴ R এর ডোমেন = {2, 3, 5, 7} (Ans.)

KRITITO

৬ **সার্বিক সেট $U = \{x \in N : 1 \leq x < 8\}$ $A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 9\}$ $B = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in B, y \in B$ এবং $x = y - 1\}$**

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

(ক) যদি $f(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$ হয়, তবে $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$

$\therefore f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^4+\left(-\frac{1}{3}\right)^2+1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$

$= \frac{\frac{1}{81}+\frac{1}{9}+1}{\frac{1}{9}}$

$= \frac{\frac{1+9+81}{81}}{\frac{1}{9}}$

$= \frac{91}{81} \times \frac{9}{1} = \frac{91}{9}$ (Ans.)

(খ) R অনুযটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার রেঞ্জ নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{3, 4, 5, 6\}$

এবং $R = \{(x, y) : x \in B, y \in B$ এবং $x = y - 1\}$

R এর বিপরিত শর্ত হতে পাই, $x = y - 1$

বা $y = x + 1$

এখন, প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	3	4	5	6
$y = x + 1$	4	5	6	7

যেহেতু, $7 \notin B$, কাজেই $(6, 7) \notin R.$

$\therefore R = \{(3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$ (Ans.)

এবং রেঞ্জ $R = \{4, 5, 6\}$ (Ans.)

(গ) $P(B' - A')$ নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে,

সার্বিক সেট, $U = \{x : x \in N$ এবং $1 \leq x < 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 9\} = \{2, 3, 5, 7\}$

এবং $B = \{3, 4, 5, 6\}$

$\therefore B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 7\}$

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$

$\therefore B' - A' = \{1, 2, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 7\}$

$\therefore P(B' - A') = \{\emptyset, \{2\}, \{7\}, \{2, 7\}\}$ (Ans.)

KRITITO

৭ $A = \{x \in N : x^3 \leq 64\}$, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x \in Z : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ **এবং** $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $2x - y = 2\}$.

[বিরিশাল বোর্ড ২০২৪]

(ক) সমাধান সেট নির্ণয় কর: $y^2 = \sqrt{5}y$. ২

উত্তর: $y^2 = \sqrt{5}y$
বা, $y^2 - \sqrt{5}y = 0$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $y(y - \sqrt{5}) = 0$
$\therefore y = 0$ অথবা, $y - \sqrt{5} = 0$
আবার, $y - \sqrt{5} = 0$ হলে, $y = \sqrt{5}$
নির্ণেয় সমাধান সেট $\{0, \sqrt{5}\}$

(খ) $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে, দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{x \in Z : x^2 - 4x - 5 = 0\}$
এখানে, $x^2 - 4x - 5 = 0$
বা, $x^2 - 5x + x - 5 = 0$
বা, $x(x - 5) + 1(x - 5) = 0$
বা, $(x - 5)(x + 1) = 0$
হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $x + 1 = 0$
$\therefore x = 5; x = -1$
$\therefore B = \{-1, 5\}$ এবং $C = \{-1, 3, 5, 7\}$
এখন, $R = C \setminus B = \{-1, 3, 5, 7\} \setminus \{-1, 5\} = \{3, 7\}$
$\therefore R = \{3, 7\}$
$\therefore P(R) = \{\emptyset, \{3\}, \{7\}, \{3, 7\}\}$
R এর উপাদান সংখ্যা, $n = 2$
$P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 4 = 2^2 = 2^n$
$\therefore R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) S অন্বয়টি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^3 \leq 64\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 64 অপেক্ষা ছোট অথবা 64 এর সমান তাদের সেট A।
এখানে, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$
$x = 1$ হলে, $x^3 = 1^3 = 1 \leq 64$
$x = 2$ হলে, $x^3 = 2^3 = 8 \leq 64$
$x = 3$ হলে, $x^3 = 3^3 = 27 \leq 64$
$x = 4$ হলে, $x^3 = 4^3 = 64 \leq 64$
$x = 5$ হলে, $x^3 = 5^3 = 125 \nleq 64$
$\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$
এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$
যেখানে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$
S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,
$2x - y = 2$
$\therefore y = 2x - 2$
এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	1	2	3	4
$y = 2x - 2$	0	2	4	6

যেহেতু $0, 6 \notin A$; সেহেতু $(1, 0), (4, 6) \notin S$
$\therefore S = \{(2, 2), (3, 4)\}$
$\therefore$ ডোমেন, $S = \{2, 3\}$ এবং রেঞ্জ, $S = \{2, 4\}$.

৮ $A = \{x \in \mathbb{N}$ **এবং** $x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}$: **মৌলিক সংখ্যা এবং** $x < 11\}$, $C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ **এবং** $f(x) = \dfrac{3x+1}{3x-1}$

[দিনাজপুর বোর্ড ২০২৪]

(ক) A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N}$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$
এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$
বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$
বা, $x(x-3) - 2(x-3) = 0$
বা, $(x-3)(x-2) = 0$
হয়, $x - 3 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$
বা, $x = 3$ বা, $x = 2$
$\therefore x = 2, 3$
$\therefore$ তালিকা পদ্ধতিতে, $A = \{2, 3\}$।

(খ) দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N}$: মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 11 অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট B।
এখানে, 11 অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3, 5, 7
$\therefore B = \{2, 3, 5, 7\}$
এবং $C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$
এখন, $B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5, 7, 9\} = \{3, 5, 7\}$
$\therefore P(B \cap C) = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$
এখানে, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$
$P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$
$\therefore P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। (দেখানো হলো)

(গ) $\left(f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1\right) / \left(f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 2\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{3 \cdot \frac{1}{x^2} + 1}{3 \cdot \frac{1}{x^2} - 1} = \frac{\frac{3}{x^2} + 1}{\frac{3}{x^2} - 1} = \frac{\frac{3+x^2}{x^2}}{\frac{3-x^2}{x^2}} = \frac{3+x^2}{3-x^2}$$

প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 2}$

$$= \frac{\frac{3+x^2}{3-x^2} + 1}{\frac{3+x^2}{3-x^2} - 2}$$

$$= \frac{\frac{3+x^2+3-x^2}{3-x^2}}{\frac{3+x^2-6+2x^2}{3-x^2}}$$

$$= \frac{6/(3-x^2)}{(3x^2-3)/(3-x^2)}$$

$$= \frac{6}{3-x^2} \times \frac{3-x^2}{3(x^2-1)}$$

$$= \frac{6}{3(x^2-1)} = \frac{2}{x^2-1}$$

নির্ণেয় মান: $\dfrac{2}{x^2-1}$

৯ **সার্বিক সেট** $U = \{x : x \in N$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\}$ $A = \{x : x \in N$ এবং $2 \leq x \leq 7\}$ $B = \{x : x \in N$ এবং $3 < x < 6\}$ $C = \{x : x \in N$ এবং $x^2 > 5$ এবং $x^3 < 130\}$

(ক) A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

উত্তর: এখানে, $U = \{x : x \in N$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...\}$
এবং $A = \{x : x \in N$ এবং $2 \leq x \leq 7\}$
2 থেকে 7 পর্যন্ত বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো 3, 5, 7
$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $A = \{3, 5, 7\}$

(খ) A' এবং $C \setminus B$ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক-হতে পাই, $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...\}$ এবং $A = \{3, 5, 7\}$
এখানে, $B = \{x : x \in N$ এবং $3 < x < 6\}$
3 অপেক্ষা বড় এবং 6 অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলো 5,
$\therefore B = \{5\}$
এবং $C = \{x : x \in N : x^2 > 5$ এবং $x^3 < 130\}$
অর্থাৎ যে সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$
$x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 \ngtr 5$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 130$
$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$
$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$
$x = 7$ হলে, $x^2 = 7^2 = 49 > 5$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 > 130$
অর্থাৎ $C = \{3, 5\}$
$\therefore A' = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...\} \setminus \{3, 5, 7\} = \{1, 9, 11, 13, ...\}$
এবং $C \setminus B = \{3, 5\} \setminus \{5\} = \{3\}$
$\therefore$ নির্ণেয় মান $A' = \{1, 9, 11, 13, ...\}$ এবং $C \setminus B = \{3\}$।

(গ) $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: (ক) হতে পাই, $A = \{3, 5, 7\}$
(খ) হতে পাই, $B = \{5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$
$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\} = \{(5, 3), (5, 5)\}$
$A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$
$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \emptyset\}$।

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ৩: বীজগাণিণিক রাশি

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়
Mathematics

অধ্যায়
অধ্যায় ৩: বীজগাণিণিক রাশি

প্রশ্নের ধরন
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন
৫৫

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১২ × ১ = ১২

১. $x + y = 4$ এবং $xy = 1$ হলে $x - y$ এর মান কত?

(ক) $2\sqrt{3}$ ✓ (খ) $\sqrt{14}$
(গ) $3\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে,
$x + y = 4$
এবং $xy = 1$
$\therefore (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$
$= (4)^2 - 4 \times 1$
$= 16 - 4 = 12$
$\therefore x - y = 2\sqrt{3}$

২. $x + y = 4$ এবং $xy = 1$ হলে $x^3 + y^3$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 24
(গ) 52 ✓ (ঘ) 76

ব্যাখ্যা: $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
$= (4)^3 - 3 \times 1 \times 4$
$= 64 - 12 = 52$

৩. $a^2 - 4a - 1 = 0$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

(ক) 12 (খ) 14
(গ) 18 ✓ (ঘ) 20

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে,
$a^2 - 4a - 1 = 0$
বা, $a^2 - 1 = 4a$
বা, $a - \frac{1}{a} = 4$
এখন, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$
$= (4)^2 + 2 = 18$

৪. $a^2 - 4a - 1 = 0$ হলে $a + \frac{1}{a}$ এর মান কত? [যখন $a > 0$]

(ক) $2\sqrt{3}$ (খ) $\sqrt{14}$
(গ) $3\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$ ✓

ব্যাখ্যা: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$
$= 4^2 + 4 = 20$
$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

৫. $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে $\frac{1}{y}$ এর মান কত?

(ক) $2(\sqrt{6} - \sqrt{5})$ (খ) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$ ✓
(গ) $2\sqrt{6} + 3\sqrt{5}$ (ঘ) $2\sqrt{6} - 3\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$
$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$
$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2}$
$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$
$= \sqrt{6} - \sqrt{5}$

৬. $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে y^2 এর মান কত?

(ক) $11 + \sqrt{30}$ (খ) $11 - \sqrt{30}$
(গ) $11 + 2\sqrt{30}$ ✓ (ঘ) $11 - 2\sqrt{30}$

ব্যাখ্যা: $y^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$
$= (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$
$= 6 + 2\sqrt{30} + 5$
$= 11 + 2\sqrt{30}$

৭. $p + q = 7$ এবং $pq = 10$ হলে, $p^3 + q^3 =$ কত?

(ক) 117 | (খ) 133 ✓
(গ) 313 | (ঘ) 373

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে $p + q = 7$
$pq = 10$
$\therefore p^3 + q^3 = (p+q)^3 - 3pq(p+q)$
$= (7)^3 - 3 \times 10 \times 7$
$= 343 - 210$
$= 133$

৮. $x + y = \sqrt{10}$ এবং $x - y = \sqrt{6}$ হলে, xy এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 16 | (খ) 18
(গ) 4 | (ঘ) 2 ✓

ব্যাখ্যা: $xy = \dfrac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{2}$
$= \dfrac{(\sqrt{10})^2 - (\sqrt{6})^2}{2} = \dfrac{10-6}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

৯. $x + \dfrac{1}{x} = 2\sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ এর মান কত?

(ক) 4 | (খ) 6 ✓
(গ) 8 | (ঘ) 10

ব্যাখ্যা: $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x}$
$= (2\sqrt{2})^2 - 2 = 8 - 2 = 6$

১০. $x + \dfrac{1}{x} = 2\sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) $22\sqrt{2}$ | (খ) $16\sqrt{2}$
(গ) $14\sqrt{2}$ | (ঘ) $10\sqrt{2}$ ✓

ব্যাখ্যা: $x^3 + \dfrac{1}{x^3} = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x}\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$
$= (2\sqrt{2})^3 - 3 \times 2\sqrt{2}$
$= 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
$= 10\sqrt{2}$

১১. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 18$ হলে, $x + \dfrac{1}{x} =$ কত?

(ক) 4 | (খ) $\sqrt{14}$
(গ) $2\sqrt{3}$ | (ঘ) $2\sqrt{5}$ ✓

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 18$
বা, $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x} = 18$
বা, $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 = 18 + 2$
বা, $x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{5 \times 4}$
বা, $x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{20}$
$\therefore x + \dfrac{1}{x} = 2\sqrt{5}$

KRITITO

১২. $a^2+\frac{1}{a^2}=27$ হলে, $a+\frac{1}{a}$ এর মান কত?

(ক) $\sqrt{29}$ ✓ (খ) $\sqrt{27}$

(গ) $\sqrt{23}$ (ঘ) $\sqrt{21}$

ব্যাখ্যা: $a^2+\frac{1}{a^2}=27$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\cdot a\cdot\frac{1}{a}=27$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\cdot a\cdot\frac{1}{a}=27+2$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=29$

$\therefore a+\frac{1}{a}=\sqrt{29}$

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

৩৪ টি প্রশ্ন

১. $p+q=5, p-q=3$ হলে, p^2+q^2 এর মান কত?

উত্তর: দেওয়া আছে $p+q=5$

$p-q=3$

$\therefore p^2+q^2=\frac{(p+q)^2+(p-q)^2}{2}$

$=\frac{(5)^2+(3)^2}{2}$

$\therefore p^2+q^2=17$

২. দেখাও যে, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$.

উত্তর: সমাধান: আমরা জানি,

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ....(i)

এবং $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ....(ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+2ab+b^2-(a^2-2ab+b^2)$

বা, $(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2$

বা, $4ab=(a+b)^2-(a-b)^2$

বা, $ab=\frac{(a+b)^2}{4}-\frac{(a-b)^2}{4}$

$\therefore ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$. (দেখানো হলো)

৩. $y - \dfrac{2}{y} = 2a$ হলে, $\dfrac{6a}{y^2 - 2ay - 1}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: সমাধান: এখানে, $y - \dfrac{2}{y} = 2a$
বা, $\dfrac{y^2 - 2}{y} = 2a$
বা, $y^2 - 2 = 2ay$
$\therefore y^2 - 2ay = 2$
$\therefore \dfrac{6a}{y^2 - 2ay - 1} = \dfrac{6a}{2 - 1} = \dfrac{6a}{1} = 6a.$
নির্ণেয় মান $6a$।

---

৪. $x^2 + y^2 = 4xy$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\dfrac{x^2}{y^2} + \dfrac{y^2}{x^2} = 14.$

উত্তর: সমাধান: এখানে, $x^2 + y^2 = 4xy$
বামপক্ষ $= \dfrac{x^2}{y^2} + \dfrac{y^2}{x^2} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{x}\right)^2$
$= \left(\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}\right)^2 - 2\left(\dfrac{x}{y}\right)\left(\dfrac{y}{x}\right)$
$= \left(\dfrac{x^2 + y^2}{xy}\right)^2 - 2$
$= \left(\dfrac{4xy}{xy}\right)^2 - 2$ [$\because x^2 + y^2 = 4xy$]
$= 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$ = ডানপক্ষ
$\therefore \dfrac{x^2}{y^2} + \dfrac{y^2}{x^2} = 14.$ (প্রমাণিত)

---

৫. $x^2 - 2\sqrt{6} - 5 = 0$ হলে, x এর মান কত?

উত্তর: সমাধান: এখানে, $x^2 - 2\sqrt{6} - 5 = 0$
বা, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2$
$= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
বা, $x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
বা, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ [বর্গমূল করে]
$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$
নির্ণেয় মান: $\sqrt{3} + \sqrt{2}$।

KRITITO KRITITO KRITITO

৬. $m+\frac{1}{m}=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ হলে, $m^3+\frac{1}{m^3}$ এর মান কত?

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $m+\frac{1}{m}=\sqrt{6}+\sqrt{5}$
প্রদত্ত রাশি $=m^3+\frac{1}{m^3}$
$=\left(m+\frac{1}{m}\right)^3-3m\left(\frac{1}{m}\right)\left(m+\frac{1}{m}\right)$
$=(\sqrt{6}+\sqrt{5})^3-3(\sqrt{6}+\sqrt{5})$
$=(\sqrt{6})^3+3(\sqrt{6})^2\sqrt{5}+3\sqrt{6}(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^3-3\sqrt{6}-3\sqrt{5}$
$=6\sqrt{6}+18\sqrt{5}+15\sqrt{6}+5\sqrt{5}-3\sqrt{6}-3\sqrt{5}$
$=18\sqrt{6}+20\sqrt{5}$
নির্ণেয় মান: $18\sqrt{6}+20\sqrt{5}$।

৭. যদি $x(2x-5)=\frac{1}{3}$ হয় তবে, প্রমাণ কর যে, $8x^3-\frac{1}{27x^3}=135.$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $x(2x-5)=\frac{1}{3}$
বা, $2x-5=\frac{1}{3x}$
বা, $2x-\frac{1}{3x}=5$
বামপক্ষ $=8x^3-\frac{1}{27x^3}=(2x)^3-\left(\frac{1}{3x}\right)^3$
$=\left(2x-\frac{1}{3x}\right)^3+3\cdot 2x\cdot\frac{1}{3x}\left(2x-\frac{1}{3x}\right)$
$=5^3+2.5=125+10=135$ = ডানপক্ষ
$\therefore 8x^3-\frac{1}{27x^3}=135.$ (প্রমাণিত)

৮. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $a^4-51a^2+1.$

উত্তর: সমাধান: প্রদত্ত রাশি $=a^4-51a^2+1$
$=a^4-2a^2+1-51a^2+2a^2$
$=(a^2)^2-2\cdot a^2\cdot 1+1^2-49a^2$
$=(a^2-1)^2-(7a)^2$
$=(a^2-1+7a)(a^2-1-7a)$
$=(a^2+7a-1)(a^2-7a-1)$
নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ: $(a^2+7a-1)(a^2-7a-1)$।

৯. দেখাও যে, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$

উত্তর: সমাধান: আমরা জানি,
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ....(i)

KRITI KRITI KRITI

১০. $f(x) = 6x^3 - 13x^2 + 23x - 9$ হলে দেখাও যে, $(2x-1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

উত্তর: সমাধান: $(2x-1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হলে
$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ হবে।
এখন,
$f\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 13 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 23 \times \frac{1}{2} - 9$
$= 6 \times \frac{1}{8} - 13 \times \frac{1}{4} + \frac{23}{2} - 9$
$= \frac{3}{4} - \frac{13}{4} + \frac{23}{2} - 9$
$= \frac{3-13+46-36}{4}$
$= \frac{49-49}{4} = \frac{0}{4} = 0$
$\therefore (2x-1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক। (দেখানো হলো)

---

১১. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$।

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$।
বামপক্ষ $= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$
$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)$
$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right\}^2 - 2$
$= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]
$= (16+2)^2 - 2 = (18)^2 - 2$
$= 324 - 2 = 322$ = ডানপক্ষ
$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$। (প্রমাণিত)

---

১২. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$ হলে, $(a+b+c)^2$ এর মান কত?

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 + c^2 = 9$
এবং $ab + bc + ca = 8$
প্রদত্ত রাশি $= (a+b+c)^2$
$= (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$
$= 9 + 2 \times 8 = 9 + 16 = 25$
নির্ণেয় মান 25।

---

১৩. দেখাও যে, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$।

উত্তর: সমাধান: আমরা জানি,
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ....(i)
এবং $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ....(ii)
(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,
$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$
বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$
বা, $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$
বা, $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$
$\therefore ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$। (দেখানো হলো)

---

১৪. $y - \frac{2}{y} = 2a$ হলে, $\frac{6a}{y^2-2ay-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: সমাধান: এখানে, $y - \frac{2}{y} = 2a$
বা, $\frac{y^2-2}{y} = 2a$
বা, $y^2 - 2 = 2ay$
$\therefore y^2 - 2ay = 2$
$\therefore \frac{6a}{y^2-2ay-1} = \frac{6a}{2-1} = \frac{6a}{1} = 6a$
নির্ণেয় মান $6a$।

১৫. $x + y = 30$ এবং $x - y = 20$ হলে, $\sqrt{x}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: সমাধান: এখানে, $x + y = 30$ ....(i)
এবং $x - y = 20$ ....(ii)
সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,
$x + y + x - y = 30 + 20$
বা, $2x = 50$
বা, $x = \frac{50}{2} = 25$
বা, $\sqrt{x} = \sqrt{25}$ (বর্গমূল করে)
$\therefore \sqrt{x} = 5$।

১৬. $(x^2+1)^2 = 5x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x} =$ কত?

উত্তর: সমাধান: এখানে, $(x^2+1)^2 = 5x^2$
বা, $x^2 + 1 = \sqrt{5x^2} = \sqrt{5}x$
বা, $\frac{x^2+1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x}$
$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$।

১৭. $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$ হলে, দেখাও যে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{2}$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$
বা, $x^2 + 1 = \sqrt{6}x$
বা, $\frac{x^2+1}{x} = \frac{\sqrt{6}x}{x}$
$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{6}$
$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x\left(\frac{1}{x}\right)$
$= (\sqrt{6})^2 - 4 = 6 - 4 = 2$
$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{2}$. (প্রমাণিত)

১৮. $a+b=\sqrt{7}$ এবং $a-b=\sqrt{3}$ হলে, ab এর মান কত?

উত্তর: দেওয়া আছে, $a+b=\sqrt{7}$
এবং $a-b=\sqrt{3}$
আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
$=\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ [মান বিসেয়]
$=\frac{7}{4}-\frac{3}{4}=\frac{7-3}{4}=\frac{4}{4}=1.$
নির্ণেয় মান 1.

১৯. যদি $a^3-b^3=513$ এবং $a-b=3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

উত্তর: দেওয়া আছে, $a^3-b^3=513$
এবং $a-b=3$
আমরা জানি,
$(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$
বা, $(3)^3=513-3ab.3$ [মান বিসেয়]
বা, $27=513-9ab$
বা, $9ab=513-27$
বা, $ab=\frac{486}{9}=54$
নির্ণেয় মান 54.

২০. যদি $a+b=m$, $a^2+b^2=n$ এবং $a^3+b^3=p^3$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $m^3+2p^3=3mn.$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $a+b=m$, $a^2+b^2=n$ এবং $a^3+b^3=p^3$
বামপক্ষ $=m^3+2p^3$
$=(a+b)^3+2(a^3+b^3)$
$[\because a+b=m$ এবং $a^3+b^3=p^3]$
$=(a+b)(a+b)^2+2(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$=(a+b)\{(a+b)^2+2(a^2-ab+b^2)\}$
$=(a+b)(a^2+2ab+b^2+2a^2-2ab+2b^2)$
$=(a+b)(3a^2+3b^2)$
$=3(a+b)(a^2+b^2)=3mn$ = ডানপক্ষ
$\therefore m^3+2p^3=3mn.$ (দেখানো হলো)

KRITITO KRITITO KRITITO

২১. $p^2 - 1 = \sqrt{5}p$ **হলে,** $p^3 - \frac{1}{p^3}$ **এর মান কত?**

উত্তর: সমাধান: এখানে, $p^2 - 1 = \sqrt{5}p$
বা, $p\left(p - \frac{1}{p}\right) = \sqrt{5}p$
বা, $p - \frac{1}{p} = \frac{\sqrt{5}p}{p}$
বা, $p - \frac{1}{p} = \sqrt{5}$
প্রদত্ত রাশি $= p^3 - \frac{1}{p^3}$
$= \left(p - \frac{1}{p}\right)^3 + 3.p.\frac{1}{p}\left(p - \frac{1}{p}\right)$
$= (\sqrt{5})^3 + 3 \times \sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$
নির্ণেয় মান $8\sqrt{5}$.

---

২২. যদি $x(2x-5) = \frac{1}{3}$ **হয় তবে, প্রমাণ কর যে,** $8x^3 - \frac{1}{27x^3} = 135.$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $x(2x-5) = \frac{1}{3}$
বা, $2x - 5 = \frac{1}{3x}$
বা, $2x - \frac{1}{3x} = 5$
বামপক্ষ $= 8x^3 - \frac{1}{27x^3} = (2x)^3 - \left(\frac{1}{3x}\right)^3$
$= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^3 + 3.2x.\left(\frac{1}{3x}\right)\left(2x - \frac{1}{3x}\right)$
$= 5^3 + 2.5 = 125 + 10$
$= 135$ = ডানপক্ষ
$\therefore 8x^3 - \frac{1}{27x^3} = 135.$ (প্রমাণিত)

---

২৩. $a + b = \sqrt{2}$ **এবং** $a^2 - ab + b^2 = \sqrt{8}$ **হলে,** $a^3 + b^3$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর: দেওয়া আছে, $a + b = \sqrt{2}$ এবং $a^2 - ab + b^2 = \sqrt{8}$
আমরা জানি, $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$= \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$
নির্ণেয় মান 4।

---

২৪. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$ **হলে, প্রমাণ কর যে** $\left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 = 2$।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$
বামপক্ষ $= \left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^3$
$= \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$
$= 2^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$ = ডানপক্ষ
$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 = 2$। (প্রমাণিত)

KRITITO

২৫. $b^2 - 1 + 2c - c^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= b^2 - 1 + 2c - c^2$
$= b^2 - (c^2 - 2c + 1) = b^2 - (c-1)^2$
$= \{b + (c-1)\}\{b - (c-1)\}$
$= (b + c - 1)(b - c + 1)$
নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ: $(b + c - 1)(b - c + 1)$।

২৬. $x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি
$= x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$
$= x^2 + 10x + 25 - y^2 + 6y - 9$
$= (x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2) - (y^2 - 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2)$
$= (x+5)^2 - (y-3)^2$
$= (x + 5 + y - 3)(x + 5 - y + 3)$
$= (x + y + 2)(x - y + 8)$

২৭. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $a^4 - 51a^2 + 1$.

উত্তর: $(a^2 + \sqrt{53}a + 1)(a^2 - \sqrt{53}a + 1)$.

২৮. দেখাও যে, $ax + b$, $a \neq 0$ হলে, রাশিটি কোনো বহুপদী $f(x)$ এর উৎপাদক হবে, যদি এবং কেবল যদি $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ হয়।

উত্তর: $a \neq 0$, $ax + b = a\left(x + \frac{b}{a}\right)$, $f(x)$ এর উৎপাদক হবে, যদি এবং কেবল যদি $\left(x + \frac{b}{a}\right) = x - \left(-\frac{b}{a}\right)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হয়। অর্থাৎ, যদি এবং কেবল যদি $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ হয়। (দেখানো হলো)

২৯. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $4a^3 + 3a^2 - 9a + 2$

উত্তর: $4a^3 + 3a^2 - 9a + 2$
$= 4a^3 + 8a^2 - 5a^2 - 10a + a + 2$
$= 4a^2(a+2) - 5a(a+2) + 1(a+2)$
$= (a+2)(4a^2 - 5a + 1)$
$= (a+2)(4a^2 - 4a - a + 1)$
$= (a+2)\{4a(a-1) - 1(a-1)\}$
$= (a+2)(a-1)(4a-1)$

৩০. **উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:** $a^3 - a^2 - 10a - 8$

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= a^3 - a^2 - 10a - 8$
মনে করি, $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$
এখানে, $f(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 - 10(-2) - 8$
$= -8 - 4 + 20 - 8$
$= -20 + 20 = 0$
$\therefore (a+2)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $a^3 - a^2 - 10a - 8$
$= a^3 + 2a^2 - 3a^2 - 6a - 4a - 8$
$= a^2(a+2) - 3a(a+2) - 4(a+2)$
$= (a+2)(a^2 - 3a - 4)$
$= (a+2)(a^2 + a - 4a - 4)$
$= (a+2)\{a(a+1) - 4(a+1)\}$
$= (a+2)(a+1)(a-4)$

৩১. **উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:** $a^4 - 51a^2 + 1$।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= a^4 - 51a^2 + 1$
$= a^4 + 2a^2 + 1 - 53a^2$
$= (a^2+1)^2 - 53a^2$
$= (a^2 + 1 + \sqrt{53}a)(a^2 + 1 - \sqrt{53}a)$
নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ: $(a^2 + 1 + \sqrt{53}a)(a^2 + 1 - \sqrt{53}a)$

৩২. **বার্ষিক 12% হার মুনাফায় 1200 টাকার মুনাফা কত বছরে 1728 টাকা হবে?**

উত্তর: এখানে, $P = 1200$ টাকা, $r = 12\% = \frac{12}{100}$
$I = 1728$ টাকা, $n = ?$
আমরা জানি, $I = Pnr$
বা, $n = \frac{I}{Pr} = \frac{1728}{1200 \times \frac{12}{100}} = \frac{172}{144} = 12$
নির্ণেয় সময় 12 বছর।

৩৩. **3% হার মুনাফায় 10,000 টাকা 3 বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত টাকা?**

উত্তর: এখানে,
মুনাফার হার, $r = 3\%$
আসল, $P = 10000$ টাকা
সময়, $n = 3$ বছর, চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= ?$
আমরা জানি,
চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = P(1+r)^n - P$
$= 10000\left(1 + \frac{3}{100}\right)^3 - 10000$
$= 10000(1.03)^3 - 10000$
$= 10000(1.092727) - 10000$
$= 10927.27 - 10000$
$= 927.27$ টাকা।

৩৪. ৫% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে,
$P = 8000, r = \frac{5}{100}, n = 3$ বছর, $I = ?$
সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,
আমরা জানি,
$I = Pnr = 8000 \times \frac{5}{100} \times 3 = 1200$ টাকা
চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে,
দেওয়া আছে, $P = 8000, r = \frac{5}{100}, n = 3, C = ?$
আমরা জানি, $C = P(1+r)^n$
$= 8000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 8000\left(1 + \frac{1}{20}\right)^3$
$= 8000 \times \left(\frac{21}{20}\right)^3 = 8000 \times \frac{9261}{8000} = 9261$ টাকা
চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= 9261$ টাকা
চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= (9261 - 8000)$ টাকা $= 1261$ টাকা
$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য
$= (1261 - 1200)$ টাকা $= 61$ টাকা

KRITITO

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৯ টি প্রশ্ন

১ $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}, p = \sqrt{5} - \sqrt{3}.$

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $16a^2 + \dfrac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \dfrac{1}{a}.$

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= 16a^2 + \dfrac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \dfrac{1}{a}$

$= (4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot \dfrac{1}{4a} + \left(\dfrac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)\left(4a - \dfrac{1}{4a} + 4\right)$

(খ) প্রমাণ কর যে, $\dfrac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\dfrac{x^4 + 1}{x^2} = 12\sqrt{2}.$

উত্তর: দেওয়া আছে, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

বা, $x^2 = 3 + 2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

বা, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ (বর্গমূল করে)

বা, $\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

এখন, $x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

এবং $x - \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= \dfrac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\dfrac{x^4 + 1}{x^2}$

$= x^3 - \dfrac{1}{x^3} - \sqrt{2}\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right)$

$= \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x}\left(x - \dfrac{1}{x}\right) - \sqrt{2}\left\{\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x}\right\}$

$= (2\sqrt{2})^3 + 3(2\sqrt{2}) - \sqrt{2}\{(2\sqrt{3})^2 - 2\}$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - \sqrt{2}(12 - 2)$

$= 22\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\dfrac{x^4 + 1}{x^2} = 12\sqrt{2}.$ (প্রমাণিত)

(গ) $p^3 - \dfrac{8}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$\therefore \dfrac{2}{p} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 - \dfrac{8}{p^3} = p^3 - \left(\dfrac{2}{p}\right)^3$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 + 3 \cdot p \cdot \frac{2}{p}\left(p - \frac{2}{p}\right)$
$= \{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + \sqrt{3})\}^3 + 6(\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3})$
$= (-2\sqrt{3})^3 + 6(-2\sqrt{3})$
$= -24\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = -36\sqrt{3}$
নির্ণেয় মান: $-36\sqrt{3}$.

KRITITO

২ $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$, $(x+y)^2 = 3$ এবং $(x-y)^2 = 2$

(ক) p^{-2} এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$
বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$
বা, $1/p^2 = 1/(15 + 2\sqrt{56})$ [বাস্তবকরণ করে]
বা, $p^{-2} = (15 - 2\sqrt{56})/((15 + 2\sqrt{56})(15 - 2\sqrt{56}))$
বা, $p^{-2} = (15 - 2\sqrt{56})/(225 - 224)$
$\therefore p^{-2} = 15 - 2\sqrt{56} = 15 - 4\sqrt{14}$
নির্ণেয় মান: $p^{-2} = 15 - 4\sqrt{14}$.

(খ) $p^3 + p^{-3}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$
বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$
'ক' হতে পাই, $p^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$
বা, $1/p^2 = 15 - 2\sqrt{56}$
এখন, $p^2 + 1/p^2 = 15 + 2\sqrt{56} + 15 - 2\sqrt{56} = 30$
বা, $(p + 1/p)^2 - 2 \cdot p \cdot (1/p) = 30$
বা, $(p + 1/p)^2 = 30 + 2 = 32$
বা, $p + 1/p = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
প্রদত্ত রাশি $= p^3 + p^{-3} = p^3 + 1/p^3$
$= (p + 1/p)^3 - 3 \cdot p \cdot (1/p) \cdot (p + 1/p)$
$= (4\sqrt{2})^3 - 3(4\sqrt{2})$
$= 128\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 116\sqrt{2}$
নির্ণেয় মান: $116\sqrt{2}$

(গ) প্রমাণ কর যে, $5xy(x^2 + y^2) = 25/8$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $(x+y)^2 = 3$
বা, $x + y = \sqrt{3}$ [বর্গমূল করে] .... (i)
এবং $(x-y)^2 = 2$
বা, $x - y = \sqrt{2}$ [বর্গমূল করে] .... (ii)
বামপক্ষ $= 5xy(x^2 + y^2)$
$= 5/8 \times 4xy \times 2(x^2 + y^2)$
$= 5/8 \times \{(x+y)^2 - (x-y)^2\}\{(x+y)^2 + (x-y)^2\}$
$= 5/8 \times \{3 - 2\}\{3 + 2\}$ [(i) ও (ii) হতে মান বসিয়ে]
$= 5/8 \times 1 \times 5 = 25/8 =$ ডানপক্ষ
$\therefore 5xy(x^2 + y^2) = 25/8$ (প্রমাণিত)

৩ $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+1}{x(1-x)}$ এবং $a=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

(ক) $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

উত্তর: $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ $=\log_7(7\sqrt{7})$
$=\log_7(7^1\times 7^{\frac{1}{2}})$
$=\log_7(7^{\frac{3}{2}})$
$=\dfrac{3}{2}\times\log_7 7=\dfrac{3}{2}\times 1=\dfrac{3}{2}$

(খ) দেখাও যে, $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(1-x)$ ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+1}{x(1-x)}$
$\therefore f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{\left(\frac{1}{x}\right)^3-3\left(\frac{1}{x}\right)^2+1}{\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)}$
$=\dfrac{\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x^2}+1}{\frac{x-1}{x^2}}$
$=\dfrac{\frac{1-3x+x^3}{x^3}}{\frac{x-1}{x^2}}\times\dfrac{x^2}{x-1}$
$=\dfrac{x^3-3x+1}{x(x-1)}$
আবার, $f(1-x)=\dfrac{(1-x)^3-3(1-x)^2+1}{(1-x)(1-(1-x))}$
$=\dfrac{1-3x+3x^2-x^3-3(1-2x+x^2)+1}{x(1-x)}$
$=\dfrac{-x^3+3x-1}{x(1-x)}$
$=\dfrac{-(x^3-3x+1)}{-(x(x-1))}$
$=\dfrac{x^3-3x+1}{x(x-1)}$
$\therefore f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(1-x)$. (দেখানো হলো)

(গ) প্রমাণ কর যে, $a^3+\dfrac{8}{a^3}=28\sqrt{5}$ ৪

উত্তর: দেওয়া আছে, $a=\sqrt{5}+\sqrt{3}$
বা, $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$
বা, $\dfrac{1}{a}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$
$\therefore \dfrac{2}{a}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$
$\therefore a+\dfrac{2}{a}=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

বামপক্ষ $= a^3 + \frac{8}{a^3} = a^3 + \left(\frac{2}{a}\right)^3$

$= \left(a + \frac{2}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{2}{a}\left(a + \frac{2}{a}\right)$

$= (2\sqrt{5})^3 - 6(2\sqrt{5})$

$= 40\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = 28\sqrt{5}$ = ডানপক্ষ

$\therefore a^3 + \frac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. (প্রমাণিত)

KRITITO

8 (i) $x^4 - 38x^2 + 1 = 0$ **[যখন** $x > 0$**]** **(ii)** $a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$ **[যখন** $a > 0$**]**

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $4P^2 - 1 + 2R - R^2$.

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= 4P^2 - 1 + 2R - R^2$
$= 4P^2 - (R^2 - 2R + 1)$
$= (2P)^2 - (R - 1)^2$
$= (2P + R - 1)(2P - R + 1)$

(খ) (i) এর সাহায্যে $(x^8 - 1)/x^4$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: (i) নং হতে পাই, $x^4 - 38x^2 + 1 = 0$
বা, $x^4 + 1 = 38x^2$
বা, $(x^4 + 1)/x^2 = 38x^2/x^2$ (উভয়পক্ষকে x^2 দ্বারা ভাগ করে)
বা, $x^2 + 1/x^2 = 38$ .... (i)
বা, $(x - 1/x)^2 + 2 = 38$
বা, $(x - 1/x)^2 = 36$
$\therefore x - 1/x = 6$ .... (ii)
আমরা জানি, $(x + 1/x)^2 = (x - 1/x)^2 + 4$
$= 36 + 4 = 40$
$\therefore x + 1/x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ .... (iii)
প্রদত্ত রাশি $= (x^8 - 1)/x^4 = x^4 - 1/x^4$
$= (x^2 + 1/x^2)(x^2 - 1/x^2)$
$= (x^2 + 1/x^2)(x + 1/x)(x - 1/x)$
$= 38 \times 2\sqrt{10} \times 6$
$= 456\sqrt{10}$
নির্ণেয় মান: $456\sqrt{10}$

(গ) (ii) এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $a^5 + 1/a^5 = 6726$.

উত্তর: (ii) নং হতে পাই, $a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$
বা, $a^2 = 9 + 12\sqrt{2} + 8 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$
বা, $a^2 = (3 + 2\sqrt{2})^2$
$\therefore a = 3 + 2\sqrt{2}$ [বর্গমূল করে]
$\therefore 1/a = 1/(3 + 2\sqrt{2}) = (3 - 2\sqrt{2})/(9 - 8) = 3 - 2\sqrt{2}$
$\therefore a + 1/a = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$
$a^2 + 1/a^2 = (a + 1/a)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 34$
আবার, $a^3 + 1/a^3 = (a + 1/a)^3 - 3(a + 1/a) = 6^3 - 3 \times 6 = 216 - 18 = 198$
বামপক্ষ $= a^5 + 1/a^5$
$= (a^2 + 1/a^2)(a^3 + 1/a^3) - (a + 1/a)$
$= 34 \times 198 - 6$
$= 6732 - 6 = 6726$ = ডানপক্ষ
$\therefore a^5 + 1/a^5 = 6726$. (প্রমাণিত)

৫ $x = (\sqrt{5}+\sqrt{2})/3,\ y = \sqrt{5}-\sqrt{2}$

(ক) $(2a-b)^3 - 27$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: $(2a-b)^3 - 27$
$= (2a-b)^3 - 3^3$
$= (2a-b-3)\{(2a-b)^2 + (2a-b)\times 3 + 3^2\}$
$= (2a-b-3)(4a^2 - 4ab + b^2 + 6a - 3b + 9)$

(খ) $3xy(9x^2+y^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $x = (\sqrt{5}+\sqrt{2})/3 \Rightarrow 3x = \sqrt{5}+\sqrt{2}$
এবং $y = \sqrt{5}-\sqrt{2}$
$\therefore 3x + y = \sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{2} = 2\sqrt{5}$
এবং $3x - y = \sqrt{5}+\sqrt{2}-(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$
ধদ্র রাশি $= 3xy(9x^2+y^2)$
$= \frac{3}{8}\times 4(3x)y \times 2((3x)^2+y^2)$
$= \frac{3}{8}\times \{(3x+y)^2-(3x-y)^2\}\{(3x+y)^2+(3x-y)^2\}$
$= \frac{3}{8}\times \{(2\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2\}\{(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{2})^2\}$
$= \frac{3}{8}\times (20-8)(20+8)$
$= \frac{3}{8}\times 12\times 28 = 126$
নির্ণেয় মান: 126।

(গ) প্রমাণ কর যে, $\frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $y = \sqrt{5}-\sqrt{2}$
$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$
বা, $\frac{3}{y} = \sqrt{5}+\sqrt{2}$
$\therefore \frac{3}{y} - y = (\sqrt{5}+\sqrt{2}) - (\sqrt{5}-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$
বামপক্ষ $= \frac{27}{y^3} - y^3 = \left(\frac{3}{y}\right)^3 - y^3$
$= \left(\frac{3}{y}-y\right)^3 + 3\cdot\frac{3}{y}\cdot y\cdot\left(\frac{3}{y}-y\right)$
$= (2\sqrt{2})^3 + 9(2\sqrt{2})$
$= 16\sqrt{2} + 18\sqrt{2} = 34\sqrt{2}$ = ডানপক্ষ
$\therefore \frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2}$। (প্রমাণিত)

৬ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3.

(ক) সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

উত্তর: মেনে করি, সংখ্যাটি x
x এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা $\frac{1}{x}$
প্রশ্নমতে, $x + \frac{1}{x} = 3$
নির্ণেয় সমীকরণ $x + \frac{1}{x} = 3$

(খ) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, $x + \frac{1}{x} = 3$
এখন, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$
$= 3^2 - 4 \cdot 1 = 9 - 4 = 5$
$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$
প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$
$= (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$
নির্ণেয় মান $8\sqrt{5}$।

(গ) প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$।

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, $x + \frac{1}{x} = 3$
এখন, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$= 3^3 - 3 \times 3 = 27 - 9 = 18$
এবং $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$
$= 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$
এখন, $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 18 \times 7$
বা, $x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 126$
বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126$
বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} + 3 = 126$
বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - 3$
$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$। (প্রমাণিত)

৭ **কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ টাকা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।**

(ক) সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং মোট চাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, সমিতির সদস্য সংখ্যা x
$\therefore$ জন প্রতি দেওয়া চাঁদার পরিমাণ $100x$
সুতরাং মোট চাঁদার পরিমাণ, $A = x \times 100x$
$\therefore A = 100x^2$
এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

(খ) সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর: চাঁদা দেয় এমন সদস্য সংখ্যা ছিল $(x - 4)$ জন
এবং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ হলো $(100x + 500)$ টাকা
সুতরাং মোট চাঁদা হলো $(x - 4)(100x + 500)$ টাকা
প্রশ্নানুসারে, $100x^2 = (x - 4)(100x + 500)$
বা, $100x^2 = 100x^2 + 500x - 400x - 2000$
বা, $100x^2 - 100x^2 = 100x - 2000$
বা, $100x - 2000 = 0$
বা, $100x = 2000$
বা, $x = 2000/100 = 20$
সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন।
মোট চাঁদার পরিমাণ, $A = 100 \times (20)^2$ টাকা $= 40000$ টাকা।

(গ) মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

উত্তর: আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$
এখানে,
$P_1 = (40000$ এর $\frac{1}{4})$ টাকা $= 10000$ টাকা
$n = 2$ বছর, $r_1 = 5/100$
এখানে,
$P_2 = (40000 - 10000)$ টাকা $= 30000$ টাকা
$n = 2$ বছর, $r_2 = 4/100$
$\therefore I_1 = 10000 \times 2 \times 5/100 = 1000$ টাকা
আবার, $I_2 = P_2 n r_2 = 30000 \times 2 \times 4/100 = 2400$ টাকা
$\therefore$ মোট মুনাফা, $I = I_1 + I_2 = 1000 + 2400 = 3400$
$\therefore$ মোট মুনাফা 3400 টাকা।

৮ বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া 8 (আট) টাকা বৃদ্ধি পেল।

(ক) মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

উত্তর: মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার
$(8 \times 100)/10 = 80\%$
$\therefore$ মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার 80%।

(খ) বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, আগ্রহী যাত্রীসংখ্যা x জন
এবং মাথাপিছু বাস ভাড়া q টাকা
$\therefore$ মোট ভাড়া $= qx$ টাকা
প্রকৃতপক্ষে বাসে যাত্রী যায় $= (x - 10)$ জন
এবং মাথাপিছু বাস ভাড়া $= (q + 8)$ টাকা
$\therefore$ মোট ভাড়া $= (q + 8)(x - 10)$ টাকা
শর্তমতে, $qx = (q + 8)(x - 10)$ ....(1)
এবং $qx = 2400$ ....(2)
(1) নং সমীকরণ হতে পাই, $qx = qx - 10q + 8x - 80$
বা, $qx + 8x - qx = 10q + 80$
বা, $8x = 10(q + 8)$
বা, $x = 10(q + 8)/8 = 5(q + 8)/4$
(2) নং সমীকরণে $x = 5(q + 8)/4$ বসিয়ে পাই, $q \times 5(q + 8)/4 = 2400$
বা, $q^2 + 8q = (2400 \times 4)/5$
বা, $q^2 + 8q = 1920$
বা, $q^2 + 8q - 1920 = 0$
বা, $q^2 + 48q - 40q - 1920 = 0$
বা, $q(q + 48) - 40(q + 48) = 0$
বা, $(q + 48)(q - 40) = 0$
হয়, $q - 40 = 0$
বা, $q = 40$
অথবা, $q + 48 = 0$
বা, $q = -48$; যা গ্রহণযোগ্য নয়
$\therefore$ বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া $= (40 + 8)$ টাকা $= 48$ টাকা।

(গ) বাস ভাড়ার সমপরিমাণ টাকার 5% হার মুনাফায় 13 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, মূলধন, $P = 2400$ টাকা
সময়, $n = 13$ বছর
মুনাফার হার, $r = 5\% = 5/100$ টাকা
সরল মুনাফা, $I = Pnr = 2400 \times 13 \times 5/100$ টাকা $= 1560$ টাকা
চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$
$= 2400 \times (1 + 5/100)^{13}$ টাকা
$= 4525.56$ টাকা (প্রায়)

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P$

$= (4525.56 - 2400)$ টাকা $= 2125.56$ টাকা

$\therefore$ সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য $= (2125.56 - 1560)$ টাকা $= 565.56$ টাকা (প্রায়)

$\therefore$ সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 565.56 টাকা (প্রায়)।

KRITITO

৯ $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}, p = \sqrt{5} - \sqrt{3}.$

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $16a^2 + \dfrac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \dfrac{1}{a}$.

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= 16a^2 + \dfrac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \dfrac{1}{a}$

$= (4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot \dfrac{1}{4a} + \left(\dfrac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \dfrac{1}{4a}\right)\left(4a - \dfrac{1}{4a} + 4\right)$

(খ) প্রমাণ কর যে, $\dfrac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\dfrac{x^4 + 1}{x^2} = 12\sqrt{2}$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

বা, $x^2 = 3 + 2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

বা, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ (বর্গমূল করে)

বা, $\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

এখন, $x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

এবং $x - \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= \dfrac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\dfrac{x^4 + 1}{x^2}$

$= x^3 - \dfrac{1}{x^3} - \sqrt{2}\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right)$

$= \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x}\left(x - \dfrac{1}{x}\right) - \sqrt{2}\left\{\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \dfrac{1}{x}\right\}$

$= (2\sqrt{2})^3 + 3(2\sqrt{2}) - \sqrt{2}\{(2\sqrt{3})^2 - 2\}$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - \sqrt{2}(12 - 2)$

$= 22\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\dfrac{x^4 + 1}{x^2} = 12\sqrt{2}$. (প্রমাণিত)

(গ) $p^3 - \dfrac{8}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$\therefore \dfrac{2}{p} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 - \dfrac{8}{p^3} = p^3 - \left(\dfrac{2}{p}\right)^3$

$= \left(p - \dfrac{2}{p}\right)^3 + 3 \cdot p \cdot \dfrac{2}{p}\left(p - \dfrac{2}{p}\right)$

$= \{(\sqrt{5}-\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{3})\}^3+6(\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3})$
$= (-2\sqrt{3})^3+6(-2\sqrt{3})$
$= -24\sqrt{3}-12\sqrt{3}=-36\sqrt{3}$
নির্ণেয় মান: $-36\sqrt{3}$.

KRITITO

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ৪: সূচক ও লগারিদম

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়
Mathematics

অধ্যায়
অধ্যায় ৪: সূচক ও লগারিদম

প্রশ্নের ধরন
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন
৫২

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১২ × ১ = ১২

১. $\log_3 9$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) $\sqrt[3]{3}$ (খ) 2 ✓

(গ) 3 (ঘ) 9

ব্যাখ্যা: $\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2\log_3 3$
$= 2 \times 1 = 2$

২. $\log_x 25 = 2$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 25 (খ) ± 5

(গ) 5 ✓ (ঘ) -5

ব্যাখ্যা: $\log_x 25 = 2$
প্রশ্নমতে, $x^2 = 25$
$\therefore x = 5$ ভিত্তি $x > 0$
এবং $x \neq 1$

৩. $\left(\frac{p^x}{p^y}\right)^0$ এর মান কত?

(ক) p^{x-y} (খ) p

(গ) 0 (ঘ) 1 ✓

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{p^x}{p^y}\right)^0 = 1 \quad [a^0 = 1]$

৪. $\frac{32}{(64)^x} = 8$ হলে, x এর মান কত?

(ক) -4 (খ) $-\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{1}{3}$ ✓ (ঘ) 4

ব্যাখ্যা: $\frac{32}{(64)^x} = 8$
বা, $(64)^x = \frac{32}{8}$
বা, $(4^3)^x = 4$
বা, $4^{3x} = 4^1$
বা, $3x = 1$
$\therefore x = \frac{1}{3}$

৫. $\log_{2\sqrt{2}} 64$ এর মান কত?

(ক) 2 (খ) 3

(গ) 4 ✓ (ঘ) 8

ব্যাখ্যা: $\log_{2\sqrt{2}} 64 = \log_{2\sqrt{2}}(2\sqrt{2})^4$
$= 4\log_{2\sqrt{2}} 2\sqrt{2} = 4 \times 1 = 4$

৬. $(\sqrt{2})^{x+1} = 16$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 16 (খ) 9

(গ) 8 (ঘ) 7 ✓

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{2})^{x+1} = 16$
বা, $(\sqrt{2})^{x+1} = (\sqrt{2})^8$
বা, $x + 1 = 8$
$\therefore x = 7$

৭. $\dfrac{7\cdot 2^{x+1}-14\cdot 2^{x}}{2^{x}}=$ কত?

(ক) -2 (খ) -1

(গ) 0 ✓ (ঘ) 2

ব্যাখ্যা: $\dfrac{7\cdot 2^{x+1}-14\cdot 2^{x}}{2^{x}}=\dfrac{2^{x}(7\times 2-14)}{2^{x}}$
$=\dfrac{2^{x}(14-14)}{2^{x}}=0$

৮. $x^2=(x^{ab}\cdot x^{ab})^c$ হলে, abc এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 ✓

(গ) 2 (ঘ) 3

ব্যাখ্যা: $x^2=(x^{ab}\cdot x^{ab})^c$ বা, $x^2=(x^{ab+ab})^c$
বা, $x^2=x^{2abc}$
বা, $x=x^{abc}$
বা, $1=abc$
$\therefore abc=1$

৯. $\log x=\frac{1}{2}\log y$ হলে, $\log x^2$ এর মান কত?

(ক) x (খ) y

(গ) $\log y$ ✓ (ঘ) $\log\sqrt{y}$

ব্যাখ্যা: $\log x=\frac{1}{2}\log y$
বা, $2\log x=\log y$
$\therefore \log x^2=\log y$

১০. $\log_x\left(\frac{1}{25}\right)=-2$ হলে, x এর মান কত?

(ক) ± 5 (খ) 5 ✓

(গ) $\pm\frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

ব্যাখ্যা: $\log_x\left(\frac{1}{25}\right)=-2$ বা, $x^{-2}=\frac{1}{25}=5^{-2}$
$\therefore x=5$

১১. $\log_4 x=\frac{1}{2}$ হলে, $x=$ কত?

(ক) 4 (খ) 2 ✓

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{9}$

ব্যাখ্যা: $\log_4 x=\frac{1}{2}$
বা, $x=4^{\frac{1}{2}}$
বা, $x=\sqrt{4}$
$\therefore x=2$

১২. $\log_x 625=4$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 2 (খ) 4

(গ) 5 ✓ (ঘ) 25

ব্যাখ্যা: $\log_x 625=4$
বা, $625=x^4$
বা, $x^4=625$
বা, $x^4=(5)^4$
$\therefore x=5$

KRITITO

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

৩৪ টি প্রশ্ন

১. $\log_9 3$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $\log_9 3 = \log_9 \sqrt{9}$
$= \log_9 (9)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_9 9 = \frac{1}{2} \times 1$
$= 1[\because \log_9 a = 1]$
নির্ণেয় মান 1।

২. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

উত্তর: $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ
$= \log_5 5\sqrt{5} = \log_5 5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$
$= \log_5 5' + \frac{1}{2} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log_5 5$
$= \frac{3}{2} \times 1[\because \log_a a = 1]$
$= \frac{3}{2}$
নির্ণেয় $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ $\frac{3}{2}$।

৩. দেখাও যে, $\log 54 = 2\log 3 + \log 6$।

উত্তর: বামপক্ষ $= \log 54 = \log(9 \times 6) = \log 9 + \log 6$
$= \log 3^2 + \log 6 = 2\log 3 + \log 6 =$ ডানপক্ষ
$\therefore \log 54 = 2\log 3 + \log 6$। (দেখানো হলো)

৪. $\log_x 1024 = 10$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\log_x 1024 = 10$
বা, $x^{10} = 1024$ বা, $x^{10} = (32)^2$ বা, $x^{10} = (2^5)^2$
বা, $x^{10} = 2^{5\times2} = 2^{10}$
$\therefore x = 2$
নির্ণেয় মান : $x = 2$।

৫. $\log_{\sqrt{5}} 125$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= \log_{\sqrt{5}} 125$
$= \log_{\sqrt{5}}(\sqrt{5})^6$ '31dg $\sqrt{5}\sqrt{5} = 6 \times 4 = 6$
নির্ণেয় মান 6।

KRITITO

৬. $\log_x 32 = 5$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\log_x 32 = 5$
বা, $x^5 = 32$
বা, $x^5 = 2^5$
$\therefore x = 2$
নির্ণেয় মান : $x = 2$।

---

৭. $\log_5 x = 4$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\log_5 x = 4$
বা, $5^4 = x$
$\therefore x = 625$
নির্ণেয় মান : $x = 625$।

---

৮. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

উত্তর: $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $= \log_3 3\sqrt{3}$
$= \log_3\left(3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}\right) = \log_3 3^{1+\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{2+1}{2}}$
$= \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$
নির্ণেয় $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $\frac{3}{2}$।

---

৯. প্রমাণ কর যে, $\log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N$।

উত্তর: ধরি, $\log_a M = x, \log_a N = y$
$\therefore M = a^x, N = a^y$
এখন, $M \times N = a^x \times a^y = a^{x+y}$
$\therefore \log_a(M \times N) = x + y$
বা, $\log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N$ [x, y এর মান বসিয়ে]
$\therefore \log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N$। (প্রমাণিত)

---

১০. $\log_2(p^2 - 30p + 232) = 4$ হলে, p এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে,
$\log_2(p^2 - 30p + 232) = 4$
বা, $p^2 - 30p + 232 = 2^4$
বা, $p^2 - 30p + 232 = 16$
বা, $p^2 - 30p + 232 - 16 = 0$
বা, $p^2 - 30p + 216 = 0$
বা, $p^2 - 18p - 12p + 216 = 0$
বা, $p(p - 18) - 12(p - 18) = 0$
বা, $(p - 12)(p - 18) = 0$
হয়, $p - 12 = 0$ অথবা, $p - 18 = 0$
$\therefore p = 12 \therefore p = 18$

---

১১. প্রমাণ কর যে, $\log_5 3 + 1 = \log_5 15$

উত্তর: বামপক্ষ $= \log_5 3 + 1 = \log_5 3 + \log_5 5$
$= \log_5 (3 \times 5) = \log_5 15 =$ ডানপক্ষ
$\therefore \log_5 3 + 1 = \log_5 15.$ (প্রমাণিত)

---

১২. দেখাও যে, $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$.

উত্তর: আমরা জানি,
$\log_a M = \log_b M \times \log_a b$
$M = a$ বসিয়ে পাই,
$\log_a a = \log_b a \times \log_a b$
বা, $1 = \log_b a \times \log_a b$
বা, $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
$\therefore \log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ (দেখানো হলো)

---

১৩. দেখাও যে, $\log_2 M^r = r \log_2 M$

উত্তর: ধরি, $\log_a M = x$
$\therefore M = a^x$
বা, $(M)^r = (a^x)^r$
বা, $M^t = a^{xt}$
বা, $\log_a M^t = rx$
বা, $\log_a M^t = {}_a \log_a M$ [x এর মান বসিয়ে]
$\therefore \log_a M^t = r \log_a M.$ (দেখানো হলো)

---

১৪. স্বাভাবিক লগারিদম বলতে কী বুঝ?

উত্তর: স্বাভাবিক লগারিদমের ভিত্তি হলো e । e একটি অমূলদ সংখ্যা, $e = 2.71828$। এই লগারিদমকে নেপিরিয়ান বা e ভিত্তিক বা তৃতীয় লগারিদমও বলা হয়। $\log_e x$ কে $\ln x$ আকারেও লেখা হয়।

---

১৫. সাধারণ লগারিদম বর্ণনা কর।

উত্তর: সাধারণ লগারিদমের ভিত্তি হলো 10। এই লগারিদমকে ব্রিগস লগারিদম বা 10 ভিত্তিক লগারিদম বা ব্যবহারিক লগারিদমও বলা হয়। একে $\log_{10} x$ আকারে প্রকাশ করা হয়।

---

১৬. 0.5809 সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $0.5809 = 5.809 \times 10^{-1}$
$\therefore$ সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক হলো -1। বা, $\bar{1}$.

---

১৭. 527.4 সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $527.4 = 5.274 \times 10^2$
$\therefore$ সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক হলো 2.

১৮. 256 ভিত্তিক $\sqrt[6]{4}$ এর লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

উত্তর: $\log_{256}(\sqrt[6]{4}) = \log_{256}\sqrt[6]{(4^4)^{\frac{1}{4}}} = \log_{256}(256)^{\frac{1}{24}}$
$= \frac{1}{24}\log_{256} 256 = \frac{1}{24} = 0.04167$
এখন, $\log(0.04167) = -1.38021 = -2 + 0.6197887$
$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক -2 বা $\bar{2}$ এবং অংশক 0.6197887 (Ans.)

১৯. একটি সংখ্যার সাধারণ লগের পূর্ণক 2 এবং অংশক 0.081689 হলে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

উত্তর: সংখ্যাটির লগারিদমের মান $= 2 + 0.081689 = 2.081689$
ধরি, সংখ্যাটি x $\therefore \log_{10} x = 2.081689$
বা, $x = 10^{2.081689}$ $\therefore x = 120.695$
$\therefore$ সংখ্যাটি 120.695 (Ans.)

২০. একটি সংখ্যার সাধারণ লগের পূর্ণক 2 এবং অংশক 0.770752628 হলে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

উত্তর: সংখ্যাটির লগারিদমের মান $= 2 + 0.770752628$
$= 2.770752628$
এখন, ধরি, সংখ্যাটি x $\therefore$
$\log_{10} x = 2.770752628$
বা, $x = 10^{2.770752628} = 589.865$
$\therefore$ সংখ্যাটি 589.865 (Ans.)

২১. $P = 0.23798 \div 37.88$ হ'লে P এর সাধারণ লগ (আসন্ন পাচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর।

উত্তর: $P = 0.23798 \div 37.88$
$\log P$
$= \log(0.23798 \div 37.88) = \log 0.23798 - \log 37.88$
$= -0.62346 - 1.57841 = -2.20187$
$= -3 + 0.79813 = \bar{3}.79813$

২২. $\frac{6^4 \times 6^2}{6^3 \times 6}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= \frac{6^4 \times 6^2}{6^3 \times 6}$
$= \frac{6^{4+2}}{6^{3+1}} = \frac{6^6}{6^4} = 6^{6-4} = 6^2 = 36$

২৩. সরল কর: $\dfrac{\sqrt[5]{6} \times \sqrt[3]{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt[4]{6}}$

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\sqrt[5]{6} \times \sqrt[3]{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt[4]{6}}$
$= \dfrac{6^{\frac{1}{5}} \times 6^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{4}}}$
$= \dfrac{6^{\frac{3+5}{15}}}{6^{\frac{2+1}{4}}} = \dfrac{6^{\frac{8}{15}}}{6^{\frac{3}{4}}} = 6^{\frac{8}{15}-\frac{3}{4}} = 6^{\frac{32-45}{60}} = 6^{-\frac{13}{60}}$
নির্ণেয় মান 36

২৪. প্রমাণ কর যে, $\dfrac{3^8 \cdot 9 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 8} = 54$।

উত্তর: বামপক্ষ $= \dfrac{3^8 \cdot 9 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 8} = \dfrac{3^8 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 2^3} = \dfrac{3^{8+2} \cdot 2^4}{3^7 \cdot 2^3}$
$= \dfrac{3^{10} \cdot 2^4}{3^7 \cdot 2^3} = 3^{10-7} \cdot 2^{4-3} = 3^3 \cdot 2^1$
$= 27 \times 2 = 54$ = ডানপক্ষ
$\therefore \dfrac{3^8 \cdot 9 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 8} = 54$ (প্রমাণিত)

২৫. $\dfrac{5^3 \times 5^{-3}}{2^4 \times 2^{-2}}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{5^3 \times 5^{-3}}{2^4 \times 2^{-2}} = \dfrac{5^{3-3}}{2^{4-2}} = \dfrac{5^0}{2^2} = \dfrac{1}{4}$
নির্ণেয় মান $\dfrac{1}{4}$।

২৬. $(3^{-2} + 6^{-1} + 2^{-3})$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= 3^{-2} + 6^{-1} + 2^{-3}$
$= \dfrac{1}{3^2} + \dfrac{1}{6^1} + \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{8+12+9}{72} = \dfrac{29}{72}$
নির্ণেয় মান $\dfrac{29}{72}$।

২৭. সমাধান কর: $(\sqrt{7})^{5x-1} = (\sqrt[3]{7})^{2x-3}$

উত্তর: $(\sqrt{7})^{5x-1} = (\sqrt[3]{7})^{2x-3}$
বা, $7^{\frac{5x-1}{2}} = 7^{\frac{2x-3}{5}}$
বা, $\dfrac{5x-1}{2} = \dfrac{2x-3}{5}$
বা, $25x - 5 = 4x - 6$
বা, $25x - 4x = -6 + 5$
বা, $21x = -1$
$\therefore x = -\dfrac{1}{21}$
নির্ণেয় সমাধান: $x = -\dfrac{1}{21}$।

২৮. $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$ **হলে, x এর মান নির্ণয় কর।**

> **উত্তর:** এখানে, $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$
> বা, $5^{2x+1} = (5^3)^{x-3}$
> বা, $5^{2x+1} = 5^{3x-9}$
> বা, $2x + 1 = 3x - 9$
> বা, $2x - 3x = -9 - 1$
> বা, $-x = -10$
> $\therefore x = 10$
> নির্ণেয় মান: $x = 10$।

---

২৯. সমাধান কর: $(\sqrt{2})^{x+3} = (\sqrt[3]{2})^{x-1}$**।**

> **উত্তর:** দেওয়া আছে, $(\sqrt{2})^{x+3} = (\sqrt[3]{2})^{x-1}$
> বা, $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{x+3} = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{x-1}$
> বা, $2^{\frac{x+3}{2}} = 2^{\frac{x-1}{3}}$
> বা, $\frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{3}$
> বা, $3x + 9 = 2x - 2$
> বা, $3x - 2x = -9 - 2$
> $\therefore x = -11$
> নির্ণেয় সমাধান: $x = -11$।

---

৩০. সমাধান কর: $4^{2x+4} = 1024$

> **উত্তর:** দেওয়া আছে, $4^{2x+4} = 1024$
> বা, $4^{2x+4} = 4^5$
> বা, $2x + 4 = 5$
> বা, $2x = 5 - 4$
> বা, $2x = 1$
> $\therefore x = \frac{1}{2}$
> নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}$

---

৩১. সমাধান কর: $4^{x+1} = 32$**।**

> **উত্তর:** দেওয়া আছে, $4^{x-1} = 32$
> বা, $(2^2)^{x+1} = 2^5$ বা, $2^{2x+2} = 2^5$
> বা, $2x + 2 = 5$ বা, $2x = 5 - 2$ বা, $2x = 3$
> $\therefore x = \frac{3}{2}$
> নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{3}{2}$।

---

৩২. সমাধান কর: $4^{x+3} = 2^{x-7}$

> **উত্তর:** দেওয়া আছে, $4^{x+3} = 2^{x-7}$

KRITITO KRITITO KRITITO

৩৩. $8^{x+1} = 64$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $8^{x+1} = 64$
বা, $8^{x+1} = 8^2$
বা, $x + 1 = 2$
বা, $x = 2 - 1$
$\therefore x = 1$
নির্ণেয় মান: $x = 1$.

---

৩৪. সমাধান কর: $9^{3x+2} = 27$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $9^{3x+2} = 27$
বা, $(3^2)^{3x+2} = 3^3$
বা, $3^{6x+4} = 3^3$
বা, $6x + 4 = 3$
বা, $6x = 3 - 4 = -1$
$\therefore x = -\dfrac{1}{6}$
নির্ণেয় মান: $x = -\dfrac{1}{6}$.

KRITITO

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৬ টি প্রশ্ন

১

$$P = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}, x \in \mathbb{N}$$

[সিলেট বোর্ড ২০২৩]

$$Q = \log_{10} x + \log_{10}(x-9)$$

(ক) $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর

উত্তর: এখানে, $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$
বা, $5^{2x+1} = (5^3)^{x-3}$
বা, $5^{2x+1} = 5^{3x-9}$
বা, $2x + 1 = 3x - 9$
বা, $2x - 3x = -9 - 1$
বা, $-x = -10$
$\therefore x = 10$
নির্ণেয় মান: 10.

(খ) $P = 1$ হলে, দেখাও যে, $x = \dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$

উত্তর: দেওয়া আছে,
$P = \dfrac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}; x \in \mathbb{N}$
$P = 1$ হলে, $1 = \dfrac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}$
বা, $7^{(x+2)(x-1)} = (49)^{x+1}$
বা, $7^{x^2+2x-x-2} = 7^{2x+2}$
বা, $x^2 + x - 2 = 2x + 2$
বা, $x^2 + x - 2 - 2x - 2 = 0$
বা, $x^2 - x - 4 = 0$
বা, $x^2 - 2 \cdot x \cdot \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{4} - 4 = 0$
বা, $\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{17}{4} = 0$
বা, $\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 = 0$
বা, $\left(x - \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{17}}{2}\right) = 0$
হয়, $x - \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{17}}{2} = 0$
বা, $x = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{17}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$
$\therefore x = \dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$
অথবা:

$x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} = 0$
বা, $x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$
(দেখানো হলো)

(গ) $Q = 1$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $Q = \log_{10} x + \log_{10}(x - 9)$
$Q = 1$ হলে, $1 = \log_{10} x + \log_{10}(x - 9)$
বা, $\log_{10}\{x(x - 9)\} = 1$
বা, $x(x - 9) = 10^1$
বা, $x^2 - 9x = 10$
বা, $x^2 - 9x - 10 = 0$
বা, $x^2 - 10x + x - 10 = 0$
বা, $x(x - 10) + 1(x - 10) = 0$
বা, $(x - 10)(x + 1) = 0$
হয়, $x - 10 = 0$
বা, $x = 10$
নির্ণেয় মান: 10
অথবা, $x + 1 = 0$
বা, $x = -1;$
যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার log এর মান অসংজ্ঞায়িত।

২ $x=2, y=3$ এবং $z=5$। [রাজউক উত্তরা মেডেল কলেজ, ঢাকা]

(ক) $\log_5(\sqrt[3]{z}\sqrt{z})$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $z=5$

প্রদত্ত রাশি $=\log_5(\sqrt[3]{z}\sqrt{z})=\log_5(\sqrt[3]{5}\sqrt{5})$

$=\log_5(5^{\frac{1}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{2}})=\log_5(5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}})$

$=\log_5(5^{\frac{5}{6}})=\frac{5}{6}\log_5 5$

$=\frac{5}{6}\times 1 \quad [\because \log_a a=1]$

$=\frac{5}{6}$

নির্ণেয় মান: $\frac{5}{6}$

(খ) সরল কর: $\dfrac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}}\div\dfrac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}}\times\dfrac{1}{y^{-2}}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $y=3$

প্রদত্ত রাশি $=\dfrac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}}\div\dfrac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}}\times\dfrac{1}{y^{-2}}$

$=\dfrac{3^{a+1}}{(3^a)^{a-1}}\div\dfrac{(3\cdot 3)^{a+1}}{(3^{a+1})^{a-1}}\times\dfrac{1}{3^{-2}}$ [মান বিসিয়ে]

$=\dfrac{3^{a+1}}{3^{a^2-a}}\div\dfrac{(3^2)^{a+1}}{3^{a^2-1}}\times 3^2$

$=3^{a+1-a^2+a}\div\dfrac{3^{2a+2}}{3^{a^2-1}}\times 3^2$

$=3^{2a-a^2+1}\times\dfrac{3^{a^2-1}}{3^{2a+2}}\times 3^2$

$=3^{2a-a^2+1}\times 3^{a^2-1-2a-2}\times 3^2$

$=3^{2a-a^2+1+a^2-1-2a-2+2}=3^0=1$

নির্ণেয় সরলমান 1।

(গ) দেখাও যে, $\left(\log_{10}\sqrt{y^3}+\log_{10}x^3-\log_{10}\sqrt{x^3z^3}\right)\div\log_{10}1.2=\dfrac{3}{2}$

উত্তর: (গ) দেওয়া আছে, $x=2, y=3$ এবং $z=5$

বামপক্ষ $= \left(\log_{10}\sqrt{y^3} + \log_{10}x^3 - \log_{10}\sqrt{x^3z^3}\right) + \log_{10}1.2$

$= \dfrac{\log_{10}\sqrt{3^3} + \log_{10}2^3 - \log_{10}\sqrt{2^3\cdot 5^3}}{\log_{10}1.2}$ [মান বিসিয়ে]

$= \dfrac{\log_{10}3^{\frac{3}{2}} + \log_{10}8 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10}\frac{12}{10}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log_{10}3 + \log_{10}2^3 - \log_{10}10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10}12 - \log_{10}10}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log_{10}3 + 3\log_{10}2 - \frac{3}{2}\log_{10}10}{\log_{10}(3\times 4) - 1}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}(\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - 1)}{\log_{10}3 + \log_{10}4 - 1}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}(\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - 1)}{\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - 1}$

$= \dfrac{3}{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \left(\log_{10}\sqrt{y^3} + \log_{10}x^3 - \log_{10}\sqrt{x^3z^3}\right) + \log_{10}1.2 = \dfrac{3}{2}$ (দেখানো হলো)

৩ $Q = \sqrt[3]{8}, Y = 8, Z = \sqrt[3]{27}, P = \frac{8}{3}$ [বরিশাল বোর্ড ২০২৪]

(ক) $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

উত্তর: $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $= \log_3(3\sqrt{3})$
$= \log_3(3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = \log_3(3^{1+\frac{1}{2}}) = \log_3(3^{\frac{3}{2}})$
$= \frac{3}{2}\log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$
নির্ণেয় $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $\frac{3}{2}$

(খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2, Y = 8$
এবং $Z = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$
বামপক্ষ $= \frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2}$
$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log(2 \times 8) - \log 3^2}$
$= \frac{\log 2^{\frac{1}{2}} + \log 8^{\frac{1}{2}} - \log 3}{\log 16 - \log 9}$
$= \frac{\frac{1}{2}\log 2 + \frac{1}{2}\log 8 - \log 3}{\log\frac{16}{9}}$
$= \frac{\frac{1}{2}(\log 2 + \log 8) - \log 3}{\log\frac{16}{9}}$
$= \frac{\frac{1}{2}\log 16 - \log 3}{\log\frac{16}{9}}$
$= \frac{\log 16^{\frac{1}{2}} - \log 3}{\log\frac{16}{9}}$
$= \frac{\log 4 - \log 3}{\log\frac{16}{9}}$
$= \frac{\log\frac{4}{3}}{\log\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\log\frac{4}{3}}{2\log\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$ = ডানপক্ষ
$\therefore \frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ (প্রমাণিত)

(গ) $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে, x-এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = 2$ [খ হতে প্রাপ্ত]
$Y = 8, Z = \sqrt[3]{27} = 3$ [খ হতে প্রাপ্ত]
এবং $P = \frac{8}{3}$
এখন, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে,
বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{\frac{8}{3}}\right)^{16} = (2 \times 8)^{x-2}$

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(8 \times \frac{3}{8}\right)^{16} = 16^{x-2}$

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times 3^{16} = (2^4)^{x-2}$

বা, $2^{12} = 2^{4x-8}$

বা, $12 = 4x - 8$

বা, $4x = 12 + 8$

বা, $4x = 20$

বা, $x = \frac{20}{4}$

$\therefore x = 5$

নির্ণেয় মান: $x = 5$

KRITITO

8 (i) $x^2 = 7 + 4\sqrt{3},\ x > 0$ (ii) $P = \dfrac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$ [ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২৪]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $a^2 - 2ab - 2b - 1$.

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= a^2 - 2ab - 2b - 1$
$= a^2 - 1^2 - 2ab - 2b$
$= (a+1)(a-1) - 2b(a+1)$
$= (a+1)(a-1-2b)$

(খ) $x^3 - \dfrac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $x^2 = 7 + 4\sqrt{3},\ x > 0$
বা, $x^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3$
বা, $x^2 = 2^2 + 2\cdot 2\cdot\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$
বা, $x^2 = (2+\sqrt{3})^2$
বা, $x = 2 + \sqrt{3}$
$\therefore \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$
$= \dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$ [লব ও হরকে $(2-\sqrt{3})$ দ্বারা গুণ করে]
$= \dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2 - \sqrt{3}$
এখানে, $\left(x - \dfrac{1}{x}\right) = 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \dfrac{1}{x^3}$
$= \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^3 + 3\cdot x\cdot\dfrac{1}{x}\cdot\left(x - \dfrac{1}{x}\right)$
$= (2\sqrt{3})^3 + 3(2\sqrt{3})$
$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$
নির্ণেয় মান: $30\sqrt{3}$

(গ) দেখাও যে, $P = \dfrac{3}{2}$.

উত্তর: দেওয়া আছে,
$P = \dfrac{\log_{10}\sqrt{27} + \log_{10}\sqrt{64} - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10} 6 - \log_{10} 5}$
$= \dfrac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10} 10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10}\left(\frac{6}{5}\right)}$
$= \dfrac{\frac{3}{2}\log_{10} 3 + 3\log_{10} 2 - \frac{3}{2}\log_{10} 10}{\log_{10} 1.2}$
$= \dfrac{\frac{3}{2}(\log_{10} 3 + 2\log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - \log_{10} 10}$
$= \dfrac{\frac{3}{2}(\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - 1)}{\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - 1}$

$$= \frac{3}{2}$$

$\therefore P = \frac{3}{2}$ (দেখানো হলো)

KRITITO

৫ $A = x^4 - 10x^2 + 1,\ B = \log_{10}\sqrt{27},\ C = \log_{10}\sqrt{\frac{1}{8}}$ এবং $D = \frac{1}{2}\log_{10} 125$ [রাজশাহী বোর্ড ২০১৯]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $m^4 - 6m^2 + 1$.

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= m^4 - 6m^2 + 1$
$= (m^2)^2 - 2m^2 + 1 - 4m^2$
$= (m^2 - 1)^2 - (2m)^2$
$= (m^2 - 1 + 2m)(m^2 - 1 - 2m)$
$= (m^2 + 2m - 1)(m^2 - 2m - 1)$

(খ) $A = 0$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $A = x^4 - 10x^2 + 1$
প্রশ্নতে, $A = 0$
বা, $x^4 - 10x^2 + 1 = 0$
বা, $x^4 + 1 = 10x^2$
বা, $\frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{10x^2}{x^2}$ [উভয়পক্ষকে x^2 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$
$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$
প্রদত্ত রাশি $= x^4 + \frac{1}{x^4}$
$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$
$= (10)^2 - 2 = 100 - 2 = 98$
নির্ণেয় মান: 98

(গ) প্রমাণ কর যে, $(B - C - D) \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2}$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $B = \log_{10}\sqrt{27},\ C = \log_{10}\sqrt{\frac{1}{8}}$ এবং $D = \frac{1}{2}\log_{10} 125$
$= (B - C - D) \div \log_{10} 1.2$
$= \left(\log_{10}\sqrt{27} - \log_{10}\sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{1}{2}\log_{10} 125\right) \div \log_{10}\frac{12}{10}$
$= \left(\log_{10}(3^3)^{\frac{1}{2}} - \log_{10}\left(\frac{1}{2^3}\right)^{\frac{1}{2}} - \log_{10} 5^{\frac{3}{2}}\right) \div \log_{10}\frac{6}{5}$
$= \left(\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} - \log_{10} 2^{-\frac{3}{2}} - \log_{10} 5^{\frac{3}{2}}\right) \div (\log_{10} 6 - \log_{10} 5)$
$= \left(\frac{3}{2}\log_{10} 3 - \left(-\frac{3}{2}\log_{10} 2\right) - \frac{3}{2}\log_{10} 5\right) \div (\log_{10}(2 \times 3) - \log_{10} 5)$
$= \left(\frac{3}{2}\log_{10} 3 + \frac{3}{2}\log_{10} 2 - \frac{3}{2}\log_{10} 5\right) \div (\log_{10} 2 + \log_{10} 3 - \log_{10} 5)$
$= \frac{3}{2}(\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5) \div (\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)$
$= \frac{\frac{3}{2}(\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)}{(\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)}$

$= \frac{3}{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore (B - C - D) \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2}$ (প্রমাণিত)

৬ **দেওয়া আছে, $x = 1000$ এবং $y = 0.0625$.**

(ক) x কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b মৌলিক সংখ্যা।

উত্তর: এখানে, $x = 1000$

$= 8 \times 125 = 2^3 \times 5^3$

$\therefore x = 1000$ কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশিত রূপ $2^3 \cdot 5^3$,

যেখানে $a = 2$ ও $b = 5$ মৌলিক সংখ্যা।

[Note: $a = 2, b = 5$ উভয়ই মৌলিক সংখ্যা।]

(খ) x ও y এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

উত্তর: এখানে, $x = 1000$

এবং $y = 0.0625$

$\therefore x$ এবং y এর গুণফল $= 1000 \times 0.0625 = 62.5$

এখন, $62.5 = 6.25 \times 10 = 6.25 \times 10^1$

$\therefore x$ ও y এর গুণফলের বৈজ্ঞানিক আকার 6.25×10^1

(গ) xy এর সাধারণ লেগার পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

উত্তর: খ-হতে প্রাপ্ত, $xy = 62.5$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$AC \to \log \to 62.5 \to = \to 1.79588$

$\therefore \log 62.5$ এর পূর্ণক 1

এবং অংশক 0.79588

62.5 এর সাধারণ লেগার পূর্ণক 1 এবং অংশক 0.79588

KRITITO

কৃতিত্ব

প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC

এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ ও দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

অধ্যায় ৫ ও অধ্যায় ১২ • সম্পূর্ণ বইয়ের সাজেশন

বহুনির্বাচনি ২৫টি • সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ৪৮টি • সৃজনশীল প্রশ্ন ১২টি — সম্পূর্ণ সমাধানসহ

ব্যাচ **SSC**	বিষয় **গণিত**
অধ্যায় **অধ্যায় ৫ ও ১২**	প্রশ্নের ধরন **MCQ • SQ • CQ**

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

২৫টি প্রশ্ন

অধ্যায় ৫- এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ | অধ্যায় ১২- দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

৪৭। দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x দশক স্থানীয় অঙ্ক $2x$ হলে অঙ্ক এর সংখ্যাটি কত?

ক) $2x$ খ) $3x$
গ) $12x$ **ঘ) $21x$ ✓**

৪৮। $x^4 - 1 = 0$ সমীকরণটির কয়টি বাস্তব মূল রয়েছে?

ক) 4 খ) 3
গ) 2 ✓ ঘ) 1

৪৯। দুইটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গের অন্তর 3 এবং গুণফল 2 হলে, এদের বর্গের সমষ্টি কত?

ক) 5 ✓ খ) 3
গ) 2 ঘ) 1

৫০। $5x^2 + 12x - 9 = 0$ সমীকরণের সমাধান সেট কোনটি?

ক) $\{5, -9\}$ খ) $\left\{-3, -\frac{3}{5}\right\}$
গ) $\left\{-3, \frac{3}{5}\right\}$ ✓ ঘ) $\{5, -3\}$

৫১। $(\sqrt{5} + 1)x + 4 = 4\sqrt{5}$ হলে, x এর মান কত?

ক) $\sqrt{5} - 1$ খ) $4 - 2\sqrt{5}$
গ) $6 - 2\sqrt{5}$ ✓ ঘ) $6 + 2\sqrt{5}$

৫২। অভেদের ক্ষেত্রে-

$i.$ সমান চিহ্নের দুইপক্ষে দুইটি বহুপদী থাকে
$ii.$ উভয়পক্ষে বহুপদীর মাত্রা সমান থাকে
$iii.$ চলকের কিছু কিছু মানের জন্য সমতাটি সত্য হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii ✓ খ) i, iii
গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

৫৩। $\frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = a^2 - b^2$ সমীকরণটির x এর মান কত?

ক) 1 **খ) ab ✓**
গ) $-ab$ ঘ) $\frac{a}{b}$

৫৪। কোনো সমীকরণের –

$i.$ চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকে সমীকরণটির মান বলে
$ii.$ চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকে সমীকরণটির ঘাত বলে
$iii.$ সর্বোচ্চ ঘাত এর সমান সংখ্যক মূল থাকে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii
গ) ii, iii ✓ ঘ) i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৫-৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি শ্রেণিতে 60 জন শিক্ষার্থী আছে এবং বেঞ্চ আছে 18 টি।

৫৫। প্রতি বেঞ্চে 4 জন করে বসলে কতটি বেঞ্চ লাগে?

ক) 12 **খ) 15 ✓**
গ) 16 ঘ) 18

৫৬। প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে বসলে কত জনকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়?

ক) 3 খ) 5
গ) 6 ✓ ঘ) 8

৫৭। প্রতি বেঞ্চে 5 জন করে বসলে কতটি বেঞ্চ খালি থাকে?

ক) 3 খ) 4
গ) 5 **ঘ) 6 ✓**

৫৮। $7x - 3y = 10,\ 21x - 9y = 30$ সমীকরণ জোটটি—

$i.$ সঙ্গতিপূর্ণ
$ii.$ পরস্পর অনির্ভরশীল
$iii.$ অসংখ্য সমাধান আছে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii **খ) i, iii ✓**
গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

৫৯। $x + 3y = 1$ ও $2x + 6y = 2$ হলে সমীকরণ জোটটি-

ক) অসমঞ্জস খ) সমাধান নেই
গ) অনির্ভরশীল **ঘ) পরস্পর নির্ভরশীল ✓**

৬০। $4x + y = 3,\ 8x + 2y = 0$ সমীকরণ জোটটির লেখ চিত্রদ্বয় সমান্তরাল হওয়ায়-

$i.$ সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করে না
$ii.$ সরলরেখাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু নেই
$iii.$ সমীকরণ জোটটির সমাধান নেই

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii
গ) ii, iii **ঘ) i, ii, iii ✓**

নিচের তথ্যের আলোকে (৬১ ও ৬২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 32 মিটার।

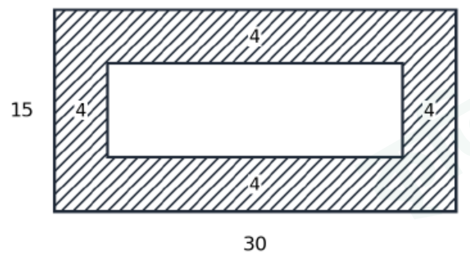
৬১। ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক) 10 **খ) 9 ✓**
গ) 8 ঘ) 7

৬২। ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক) 31.5 খ) 36
গ) 63 ✓ ঘ) 126

৬৩।



প্রদত্ত ক্ষেত্রের

$i.$ ক্ষেত্রফল = 450 বর্গ একক।
$ii.$ রাস্তা বাদে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 26 ও 11 একক।
$iii.$ রাস্তা বাদে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 154 বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii **খ) i, iii ✓**
গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
দুইটি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের অন্তর 72।

৬৪। ছোট সংখ্যাটি $2x - 1$ হলে বড় সংখ্যাটি কত?

ক) $2x$ খ) $2x + 2$
গ) $x + 1$ **ঘ) $2x + 1$ ✓**

৬৫। ছোট সংখ্যাটি কত?

ক) 19 **খ) 17 ✓**
গ) 23 ঘ) 21

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৬ - ৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির 4 গুণ।

৬৬। দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি x ও মাতার বয়স y হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $y = 4x$ ✓ খ) $x = 4y$
গ) $y = (4 + x)$ ঘ) $x = 4 + y$

৬৭। মাতার বয়স 40 বছর হলে দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি কত বছর?

ক) 10 ✓ খ) 20
গ) 30 ঘ) 40

৬৮। 10 বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি কত বছর হবে?

ক) 10 খ) 20
গ) 30 ✓ ঘ) 40

৬৯। নিচের কোন ভগ্নাংশের লব ও হর থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে?

ক) $\frac{7}{9}$ ✓ খ) $\frac{9}{7}$
গ) $\frac{3}{5}$ ঘ) $\frac{5}{3}$

৭০। দুইটি সরলরেখা পরস্পর সমাপতিত হলে, সমাধান সংখ্যা কত?

ক) অসংখ্য ✓ খ) সমাধান নেই
গ) অনন্য ঘ) 2

৭১। $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1,\ \frac{x}{6} + \frac{4}{y} = 3$ সমীকরণের সমাধান (x, y) কোনটি?

ক) $(6,\ 2)$ ✓ খ) $(2, 6)$
গ) $(3,\ 1)$ ঘ) $(2,\ 1)$

সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন (SQ)

৪৮টি প্রশ্ন

অধ্যায় ৫: এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ

প্রশ্ন ১। এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ কী? উদাহরণ দাও।

উত্তর: যে সমীকরণে একটি মাত্র অজ্ঞাত রাশি থাকে তাকে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ বলে। যেমন, $x+2=5$, $y^2+5=21, 3x^2+4=52, x^2-5x+6=0$ ইত্যাদি এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ। কারণ প্রত্যেকটি সমীকরণে একটি অজ্ঞাত রাশি বিদ্যমান।

প্রশ্ন ২। সরল সমীকরণ কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

উত্তর: যে সমীকরণে চলকের ঘাত শুধু এক তাকে সরল সমীকরণ বলে। যেমন, $x+2=0, x+y+2=3$, $2x+4=8, \ldots\ldots$ ইত্যাদি সরল সমীকরণ।

প্রশ্ন ৩। সমীকরণের ঘাত কী? উদাহরণ দাও।

উত্তর: কোনো সমীকরণের চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকে সমীকরণটির ঘাত বলে। যেমন: $y+3=2y-7$ সমীকরণটির চলক y এর সর্বোচ্চ ঘাত 1. তাই সমীকরণটির ঘাত 1। $x^2+5x+6=0$ সমীকরণে চলক x এর সর্বোচ্চ ঘাত 2, তাই এই সমীকরণের ঘাত 2.

প্রশ্ন ৪। চলক ও ধ্রুবকের পার্থক্য লেখ।

উত্তর: যে রাশির মান পরিবর্তনশীল তাকে চলক বলে। অপরদিকে ধ্রুবক অপরিবর্তনশীল। সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের শেষের দিকের অক্ষর x, y, z চলক হিসেবে ব্যবহার হয় কিন্তু ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের প্রথম দিকের অক্ষর a, b, c ধ্রুবক হিসেবে ব্যবহৃত হয়। চলক স্বাধীন, অধীন বিভিন্ন ধরনের হতে পারে। কিন্তু ধ্রুবকের কোনো প্রকারভেদ হয় না।

প্রশ্ন ৫। সমীকরণের মূল বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: সমীকরণ সমাধান করে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সমান সংখ্যক মান পাওয়া যায়। এই মান বা মানগুলোকে বলা হয় সমীকরণটির মূল। এই মূল বা মূলগুলো দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়। একাধিক মূলের ক্ষেত্রে এগুলো সমান বা অসমান হতে পারে। যেমন, $x^2-5x+6=0$ সমীকরণটির মূল 2,3. আবার, $(x-3)^2=0$ সমীকরণে x এর মান 3 হলেও এর মূল 3, 3.

প্রশ্ন ৬। সমাধান কর:
$(y-1)(y+2)=(y+4)(y-2)$

উত্তর: $(y-1)(y+2)=(y+4)(y-2)$.
$(y-1)(y+2)=(y+4)(y-2)$
বা, $y^2-y+2y-2=y^2+4y-2y-8$
বা, $y-2=2y-8$
বা, $y-2y=-8+2$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $-y=-6$
$\therefore\ y=6$
নির্ণেয় সমাধান: $y=6$.

প্রশ্ন ৭। সমাধান কর: $5(x-2)=3(x-4)$.

উত্তর: $5(x-2)=3(x-4)$.
বা, $5x-10=3x-12$
বা, $5x-3x=-12+10$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $2x=-2$
বা, $\frac{2x}{2}=-\frac{2}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore\ x=-1$
নির্ণেয় সমাধান: $\mathbf{x}=-\mathbf{1}$.

প্রশ্ন ৮। সমাধান কর: $7(3-2y)+5(y-1)=34$.

উত্তর: $7(3-2y)+5(y-1)=34$
বা, $21-14y+5y-5=34$
বা, $-9y=34-21+5$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $-9y=39-21$
বা, $-9y=18$
বা, $\frac{-9y}{-9}=\frac{18}{-9}$ [উভয়পক্ষকে -9 দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore\ y=-2$
নির্ণেয় সমাধান: $y=-2$.

প্রশ্ন ৯। সমাধান কর: $\frac{x}{3}+5=\frac{x}{2}+7.$

উত্তর: $\frac{x}{3}+5=\frac{x}{2}+7.$

সমাধান: $\frac{x}{3}+5=\frac{x}{2}+7$

বা, $\frac{x}{3}-\frac{x}{2}=7-5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{x}{3}-\frac{x}{2}=2$

বা, $\frac{2x-3x}{6}=2$

বা, $-x=12$ [আড়গুণন করে]

$\therefore\ x=-12$

নির্ণেয় সমাধান: $x=-12.$

প্রশ্ন ১০। সমাধান কর: $\frac{y}{2}-\frac{y}{3}=\frac{y}{5}-\frac{1}{6}$

উত্তর: $\frac{y}{2}-\frac{y}{3}=\frac{y}{5}-\frac{1}{6}$

বা, $\frac{y}{2}-\frac{y}{3}-\frac{y}{5}=-\frac{1}{6}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{15y-10y-6y}{30}=-\frac{1}{6}$

বা, $\frac{15y-16y}{30}=-\frac{1}{6}$

বা, $-\frac{y}{30}=-\frac{1}{6}$

বা, $6y=30$ [আড়গুণন করে]

বা, $\frac{6y}{6}=\frac{30}{6}$ [উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore\ y=5$

নির্ণেয় সমাধান: $y=5.$

প্রশ্ন ১১। কোনো সংখ্যার তিনগুণের সাথে 5 যোগ করলে যোগফল 26 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, সংখ্যাটি $=x$

$\therefore$ সংখ্যাটির তিনগুণ $=3x$

প্রশ্নমতে, $3x+5=26$

বা, $3x=26-5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x=21$

বা, $x=\frac{21}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore\ x=7$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 7.

প্রশ্ন ১২। কোনো সংখ্যা থেকে 27 বিয়োগ করলে বিয়োগফল -24 হয়। সংখ্যাটি কত?

উত্তর: মনে করি, সংখ্যাটি $=x$

প্রশ্নমতে, $x-27=-24$

বা, $x=27-24$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore\ x=3$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 3.

প্রশ্ন ১৩। কোনো সংখ্যার এক-তৃতীয়াংশ 40 এর সমান হলে সংখ্যাটি কত?

উত্তর: মনে করি, সংখ্যাটি $=x$

x এর এক-তৃতীয়াংশ $=\frac{x}{3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{3}=40$

বা, $x=120$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 120.

প্রশ্ন ১৪। দুইটি সংখ্যার যোগফল 55 এবং বড় সংখ্যাটির 5 গুণ ছোট সংখ্যাটির 6 গুণের সমান। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, ছোট সংখ্যাটি x

$\therefore$ বড় সংখ্যাটি $(55-x)$

শর্তমতে, $5(55-x)=6x$

বা, $275-5x=6x$

বা, $6x+5x=275$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $11x=275$

বা, $x=\frac{275}{11}$

$\therefore\ x=25$

অর্থাৎ, ছোট সংখ্যা 25 এবং বড় সংখ্যাটি $(55-25)=30$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 25 এবং 30.

প্রশ্ন ১৫। একটি খাতা ও একটি কলমের মোট দাম 75 টাকা। খাতার দাম 5 টাকা কম ও কলমের দাম 2 টাকা বেশি হলে, খাতার দাম কলমের দামের দ্বিগুণ হতো। খাতার দাম কত?

উত্তর: মনে করি, একটি খাতার দাম x টাকা

$\therefore$ একটি কলমের দাম $(75 - x)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $x - 5 = 2\{(75 - x) + 2\}$

বা, $x - 5 = 2(77 - x)$

বা, $x - 5 = 154 - 2x$

বা, $x + 2x = 154 + 5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x = 159$

বা, $x = \frac{159}{3}$

$\therefore\ x = 53$

$\therefore$ খাতার দাম 53 টাকা।

প্রশ্ন ১৬। দ্বিঘাত সমীকরণ কাকে বলে?

উত্তর: যে সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাত 2, তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। সাধারণত $ax^2 + bx + c = 0$ [যেখানে a, b, c ধ্রুবক এবং $a \neq 0$] আকারের সমীকরণকে এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়।

যেমন, $x^2 + 5x + 6 = 0$ সমীকরণে চলক x এর সর্বোচ্চ ঘাত 2, তাই এটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

প্রশ্ন ১৭। $x^2 + 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মূল নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $x^2 + 5x + 6 = 0$

এখানে চলক x এর সর্বোচ্চ ঘাত 2

$\therefore$ সমীকরণটির মূল দুইটি

এখন, $x^2 + 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 + 3x + 2x + 6 = 0$

বা, $x(x + 3) + 2(x + 3) = 0$

বা, $(x + 3)(x + 2) = 0$

হয়, $x + 3 = 0$
বা, $x = -3$

অথবা, $x + 2 = 0$
বা, $x = -2$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণের মূল $-2, -3.$

নির্ণেয় সমীকরণের মূল দুইটি: $-2, -3.$

প্রশ্ন ১৮। $(2x - 1)^2 = 0$ সমীকরণের ঘাত কত?

উত্তর: প্রদত্ত সমীকরণ: $(2x - 1)^2 = 0$

বা, $4x^2 - 4x + 1 = 0 \ldots\ldots (1),$

এখানে x এর সর্বোচ্চ ঘাত 2.

$\therefore$ সমীকরণটির ঘাত 2

প্রশ্ন ১৯। $4x^2 - 4x + 1 = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর।

উত্তর: $4x^2 - 4x + 1 = 0$

বা, $4x^2 - 2x - 2x + 1 = 0$

বা, $2x(2x - 1) - 1(2x - 1) = 0$

বা, $(2x - 1)(2x - 1) = 0$

$\therefore\ 2x - 1 = 0$

বা, $2x = 1$
বা, $x = \frac{1}{2}$

অথবা, $2x - 1 = 0$
বা, $2x = 1$
বা, $x = \frac{1}{2}$

প্রদত্ত সমীকরণের মূল, $x = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

প্রশ্ন ২০। $x^2 + 5x - 6 = 0$ এর সমাধান সেট নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $x^2 + 5x - 6 = 0$

বা, $x^2 + 6x - x - 6 = 0$

বা, $x(x + 6) - 1(x + 6) = 0$

বা, $(x + 6)(x - 1) = 0$

হয়, $x + 6 = 0$
$\therefore\ x = -6$

অথবা, $x - 1 = 0$
$\therefore\ x = 1$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{-6, 1\}.$

প্রশ্ন ২১। $2x - 1 = \frac{1 - 2x}{x}$ এর সমাধান সেট নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $2x - 1 = \frac{1 - 2x}{x}$

বা, $2x^2 - x = 1 - 2x$

বা, $2x^2 - x + 2x - 1 = 0$

বা, $x(2x - 1) + 1(2x - 1) = 0$

বা, $(2x - 1)(x + 1) = 0$

হয়, $2x - 1 = 0$
বা, $2x = 1$
$\therefore\ x = \frac{1}{2}$

অথবা, $x + 1 = 0$
$\therefore\ x = -1$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \left\{-1, \frac{1}{2}\right\}.$

প্রশ্ন ২২। $x = \sqrt{2x-1}$ **হলে, x এর মান কত?**

উত্তর: $x = \sqrt{2x-1}$
বা, $x^2 = 2x - 1$ [বর্গ করে]
বা, $x^2 - 2x + 1 = 0$
বা, $(x-1)^2 = 0$
বা, $x - 1 = 0$
$\therefore\ x = 1$
নির্ণেয় মান: $x = 1.$

প্রশ্ন ২৩। **যদি** $2x(x-3) = x - 3$ **হয়, তবে x এর মান কত?**

উত্তর: $2x(x-3) = x - 3$
বা, $2x(x-3) - (x-3) = 0$
বা, $(x-3)(2x-1) = 0$

হয়, $x - 3 = 0$	অথবা, $2x - 1 = 0$
$\therefore\ x = 3$	বা, $2x = 1$
	$\therefore\ x = \frac{1}{2}$

নির্ণেয় মান: $x = \frac{1}{2}, 3.$

প্রশ্ন ২৪। $x - 1 = \frac{x-1}{x-2}$ **হলে, x এর মান কত?**

উত্তর: $x - 1 = \frac{x-1}{x-2}$
বা, $(x-1)(x-2) = (x-1)$
বা, $(x-1)(x-2) - (x-1) = 0$
বা, $(x-1)(x-2-1) = 0$
বা, $(x-3)(x-1) = 0$

হয়, $x - 3 = 0$	অথবা, $x - 1 = 0$
$\therefore\ x = 3$	$\therefore\ x = 1$

নির্ণেয় মান: $x = 1, 3.$

প্রশ্ন ২৫। $x^2 - x - 12 = 0$ **সমীকরণের মূল নির্ণয় কর।**

উত্তর: $x^2 - x - 12 = 0$
বা, $x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$
বা, $x(x-4) + 3(x-4) = 0$
বা, $(x-4)(x+3) = 0$

হয়, $x - 4 = 0$	অথবা, $x + 3 = 0$
বা, $x = 4$	বা, $x = -3.$

$\therefore\ x = -3, 4$
নির্ণেয় সমীকরণটির মূলদ্বয়: -3 ও $4.$

প্রশ্ন ২৬। **দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি 26 হলে, বড় সংখ্যাটি কত?**

উত্তর: ধরি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও $x + 2$
প্রশ্নমতে, $x + x + 2 = 26$
বা, $2x = 26 - 2 = 24$
বা, $x = \frac{24}{2} = 12$
$\therefore\ x = 12$
$\therefore$ বড় সংখ্যাটি $= x + 2$
$= 12 + 2 = 14.$
নির্ণেয় বড় সংখ্যাটি 14.

প্রশ্ন ২৭। **দুইটি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের অন্তর 72, হলে বড় সংখ্যাটি কত?**

উত্তর: মনে করি, ছোট সংখ্যাটি $2x + 1$
$\therefore$ বড় সংখ্যাটি $= 2x + 3$
প্রশ্নমতে, $(2x+3)^2 - (2x+1)^2 = 72.$
বা, $4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1 = 72$
বা, $8x + 8 = 72$
বা, $8x = 72 - 8$
বা, $8x = 64$
$\therefore\ x = 8$
$\therefore$ বড় সংখ্যাটি $= 2x + 3 = 2 \times 8 + 3 = 19.$
নির্ণেয় বড় সংখ্যাটি 19.

প্রশ্ন ২৮। **কোনো বর্গের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে, পরিসীমা কত?**

উত্তর: ধরি, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.
শর্তমতে, $a^2 = 100$
বা, $\sqrt{a^2} = \sqrt{100}$ [বর্গমূল করে]
বা, $\sqrt{(a)^2} = \sqrt{(10)^2}$
বা, $a = 10$
$\therefore$ বর্গের পরিসীমা $= 4a$ সে.মি.
$= 4 \times 10$ সে.মি.
$= 40$ সে.মি.
নির্ণেয় পরিসীমা 40 সে.মি.।

প্রশ্ন ২৯। দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের অন্তর 15 হলে, সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

উত্তর: ধরি, সংখ্যা দুইটি x ও $x+1$

শর্তমতে, $(x+1)^2 - x^2 = 15$

বা, $x^2 + 2x + 1 - x^2 = 15$

বা, $2x + 1 = 15$

বা, $2x = 15 - 1 = 14$

বা, $x = \frac{14}{2}$

$\therefore \ x = 7.$

$\therefore$ সংখ্যা দুইটি $x = 7$ এবং $x + 1 = 7 + 1 = 8$

$\therefore$ সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি

$= 7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$

নির্ণেয় সমষ্টি 113.

প্রশ্ন ৩০। একটি সমকোণী ত্রিভুজ আকৃতির জমির সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 7 একক এবং 24 একক হলে জমিটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তর: ধরি, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য = x একক

শর্তমতে, $x^2 = 7^2 + 24^2$

বা, $x^2 = 49 + 576 = 625$

বা, $x = \sqrt{625}$

$\therefore \ x = 25$

$\therefore$ জমির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 25 একক

নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 25 একক।

অধ্যায় ১২: দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

প্রশ্ন ১। সহসমীকরণ কাকে বলে?

সমাধান: চলকের মান দ্বারা একাধিক সমীকরণ সিদ্ধ হলে সমীকরণগুলোকে একসাথে সহসমীকরণ বলে।

প্রশ্ন ২। সরল সহসমীকরণ বলতে কী বোঝায়?

সমাধান: সরল সহসমীকরণ বলতে দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে বুঝায় যখন এদের একত্রে উপস্থাপন করা হয় এবং চলক দুইটি একই বৈশিষ্ট্যের হয়।

প্রশ্ন ৩। সাধারণ সমাধান কাকে বলে?

সমাধান: যে মান একাধিক সহসমীকরণকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ চলকের যে মানের জন্য একাধিক সরল সহসমীকরণের উভয় পক্ষ একই হয় তাকে সাধারণ সমাধান বলে।

প্রশ্ন ৪। সমঞ্জস ও অনির্ভরশীল সমীকরণজোট কাকে বলে?

সমাধান: যে সমীকরণজোটের একটি মাত্র সমাধান পাওয়া যায় সেই সমীকরণজোটকে সমঞ্জস ও অনির্ভরশীল সমীকরণজোট বলে।

প্রশ্ন ৫। নির্ভরশীল সমীকরণজোট বলতে কী বোঝায়?

সমাধান: যে সমীকরণজোটের একাধিক সমাধান বিদ্যমান অর্থাৎ একাধিক মান দ্বারা সমীকরণজোটটি সিদ্ধ হয় সেই সমীকরণজোটকে নির্ভরশীল সমীকরণজোট বলে।

প্রশ্ন ৬। কখন একটি সমীকরণজোটের একাধিক সমাধান বিদ্যমান থাকে?

সমাধান: যদি সমীকরণজোটের চলকের সহগের অনুপাত ও ধ্রুব পদের অনুপাত সমান হয় তবে ঐ সমীকরণজোটের একাধিক সমাধান বিদ্যমান।

প্রশ্ন ৭। কখন একটি সমীকরণজোট অসমঞ্জস হয়?

সমাধান: যদি একটি সমীকরণজোটের চলকের সহগের অনুপাত সমান হয় কিন্তু ধ্রুব পদের অনুপাত সমান হয় না তবে সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস।

প্রশ্ন ৮। $2x - 9y = 6, 4x - 18y = 12$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস এবং পরস্পর নির্ভরশীল কি-না যাচাই কর।

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোট: $2x - 9y = 6$

$4x - 18y = 12$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-9}{-18} = \frac{1}{2}$

ধ্রুবকপদদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{-9}{-18} = \frac{6}{12}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস এবং পরস্পর নির্ভরশীল।

প্রশ্ন ৯। $2x - 3y = -5, 3x + y = 9$ এর সমাধান আছে কিনা পরীক্ষা কর।

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ জোট, $2x - 3y = -5$ এবং $3x + y = 9$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{3}{1}$ বা, -3

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{5}{9}$

আমরা পাই, $\frac{2}{3} \neq -3$

অতএব, সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

$\therefore$ সমীকরণজোটটির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১০৷ $8x + 5y - 11 = 0$ **এবং** $3x - 4y - 10 = 0$ **সমীকরণজোটের সমাধানযোগ্যতা যাচাই কর।**

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোট:

$8x + 5y = 11$

$3x - 4y = 10$

1ম সমীকরণকে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং 2য় সমীকরণকে

$a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 8, b_1 = 5, c_1 = 11$

এবং $a_2 = 3, b_2 = -4, c_2 = 10$

সুতরাং, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{8}{3}; \frac{b_1}{b_2} = -\frac{5}{4}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{10}$

অর্থাৎ, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস এবং এর একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১১৷ $3x + 2y = 10, 2x - 3y = -2$ **সমীকরণজোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।**

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $3x + 2y = 10 \;\ldots\ldots (i)$

$2x - 3y = -2 \;\ldots\ldots (ii)$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{-3}$

এখানে, $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় সমঞ্জস এবং পরস্পর অনির্ভরশীল।

সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান রয়েছে।

প্রশ্ন ১২৷ দেখাও যে $4x - 5y = -7, 5x - y = 7$ **সমীকরণজোটটি পরস্পর অনির্ভরশীল।**

সমাধান: প্রদত্ত সরল সমীকরণজোট, $4x - 5y = -7$ এবং

$5x - y = 7$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{4}{5}$,

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-5}{-1} = 5$

যেহেতু $\frac{4}{5} \neq 5$

সুতরাং সমীকরণজোটটি পরস্পর অনির্ভরশীল। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩৷ $7x + 2y = 20, 3x - 4y = -6$ **সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর।**

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোট, $7x + 2y = 20$ এবং

$3x - 4y = -6$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{7}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-4}$ বা, $-\frac{1}{2}$

যেহেতু $\frac{7}{3} \neq -\frac{1}{2}$

সুতরাং সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৪৷ $2x + 3y = 23; 3x - 2y = 2$ **সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর এবং এরা পরস্পর সমঞ্জস ও নির্ভরশীল কিনা তা যাচাই কর।**

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ জোট: $2x + 3y = 23$ এবং

$3x - 2y = 2$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{3} \neq -\frac{3}{2}$

অর্থাৎ, সমীকরণদ্বয় সমঞ্জস, অনির্ভরশীল এবং একটিমাত্র সমাধান বিদ্যমান।

প্রশ্ন ১৫৷ $-7x + 8y = 9$ **এবং** $5x - 4y = -3$ **সমীকরণজোটটি সমঞ্জস কিনা? এর কয়টি সমাধান রয়েছে বের কর।**

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোট:

$-7x + 8y = 9$ এবং $5x - 4y = -3$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-7}{5}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{8}{-4} = -2$

আমরা পাই, $\frac{-7}{5} \neq -2$

অর্থাৎ, সমীকরণজোটটি সমঞ্জস এবং এর একটিমাত্র সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৬। $3x - 4y = 0$ এবং $2x - 3y = -1$ সমীকরণজোটটি পরস্পর নির্ভরশীল কিনা এবং এদের সমাধান সংখ্যা কত?

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোট, $3x - 4y = 0$ এবং $2x - 3y = -1$

x-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$

y-এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$

যেহেতু $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি অনির্ভরশীল ও এর একটি মাত্র সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৭। $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 1$ এবং $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = 1$ সমীকরণজোটের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 1$ এবং $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = 1$

ধরি, $\frac{1}{x} = u$ এবং $\frac{1}{y} = v$

তাহলে, $\frac{u}{2} + \frac{v}{3} = 1$ বা, $3u + 2v = 6 \; \ldots\ldots (i)$

[উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা গুণ করে]

এবং $\frac{u}{3} + \frac{v}{2} = 1$ বা, $2u + 3v = 6 \; \ldots\ldots (ii)$

[উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা গুণ করে]

u এর সহগগুলোর অনুপাত $= \frac{3}{2}$

v এর সহগগুলোর অনুপাত $= \frac{2}{3}$

এখানে, $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস, অনির্ভরশীল এবং এর একটিমাত্র সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৮। $ax + by = a^2 + b^2$ এবং $2bx - ay = ab$ সমীকরণজোটে $a = 1$ এবং $b = 2$ হলে, সমীকরণজোটটি সংগতিপূর্ণ হবে কি না যাচাই কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$ax + by = a^2 + b^2 \; \ldots\ldots (1)$

এবং $2bx - ay = ab \; \ldots\ldots (2)$

(1) ও (2) নং সমীকরণে a = 1 এবং b = 2 বসিয়ে পাই,

$x + 2y = 5 \; \ldots\ldots\ldots (3)$

$4x - y = 2 \; \ldots\ldots\ldots (4)$

x এর সহগগুলোর অনুপাত $= \frac{1}{4}$

y এর সহগগুলোর অনুপাত $= \frac{2}{-1}$

এখানে, $\frac{1}{4} \neq \frac{2}{-1}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সংগতিপূর্ণ।

অধ্যায় ৫: এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ

১ ঢাকা বোর্ড ২০২৪

$a=2, b=3, c=5$ এবং $D=\frac{1}{y}+\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{y+b}$ হলে,

(ক) $\frac{(2^{n+4}-4\cdot2^{n+1})}{2^{n+2}\div\sqrt[3]{8}}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

(খ) $D=0$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ) $\frac{\log\sqrt{b^3}-b\log\left(\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{b}{a}\right)\log(ca)}{\log(ab)-\log c}$ মান নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি $=\frac{(2^{n+4}-4\cdot2^{n+1})}{2^{n+2}\div\sqrt[3]{8}}$

$=\frac{(2^{n+1+3}-4\cdot2^{n+1})}{2^{n+2}\div\sqrt[3]{2^3}}$

$=\frac{2^{n+1}\cdot2^3-4\cdot2^{n+1}}{2^{n+2}\div(2^3)^{\frac{1}{3}}}$

$=\frac{2^{n+1}(2^3-4)}{2^{n+2}\div2}$

$=\frac{2^{n+1}(8-4)}{2^{n+2-1}}=\frac{4\cdot2^{n+1}}{2^{n+1}}=4.$

নির্ণেয় মান: 4.

(খ) দেওয়া আছে, $a=2, b=3$

এবং $D=\frac{1}{y}+\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{y+b}$

$D=0$ হলে,

$\frac{1}{y}+\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{y+b}=0$

বা, $\frac{1}{y}-\frac{1}{y+b}=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b}$

বা, $\frac{y+b-y}{y(y+b)}=\frac{a+b-a}{a(a+b)}$

বা, $\frac{b}{y(y+b)}=\frac{b}{a(a+b)}$

বা, $\frac{1}{y^2+by}=\frac{1}{a^2+ab}$ [উভয়পক্ষকে b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $y^2+by=a^2+ab$

বা, $y^2-a^2+by-ab=0$

বা, $(y+a)(y-a)+b(y-a)=0$

বা, $(y-a)(y+a+b)=0$

হয়, $y-a=0$

বা, $y=a$

বা, $y=2$ $[\because a=2]$

অথবা, $y+a+b=0$

বা, $y=-a-b$

বা, $y=-2-3$ $[\because a=2, b=3]$

$\therefore\ y=-5$

নির্ণেয় মান: $y=-5, 2$

(গ) দেওয়া আছে, $a=2, b=3$ এবং $c=5$

প্রদত্ত রাশি

$=\frac{\log\sqrt{b^3}-b\log\left(\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{b}{a}\right)\log(ca)}{\log(ab)-\log c}$

$=\frac{\log\sqrt{3^3}-3\log\left(\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)\log(5\times2)}{\log(2\cdot3)-\log5}$

$=\frac{\log(3^3)^{\frac{1}{2}}-3\log(2^{-1})-\frac{3}{2}\log10}{\log6-\log5}$

$=\frac{\frac{3}{2}\log3+3\log2-\frac{3}{2}\log10}{\log\frac{6}{5}}$

$[\because \log a^n = n\log a$ এবং
$\log(a^{-1}) = -\log a]$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 2^2 - \frac{3}{2}\log 10}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + \log 4 - \log 10)}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log\frac{3\times 4}{10}}{\log 1.2}$$

$[\because \log m + \log n - \log p = \log\frac{mn}{p}]$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 1.2}{\log 1.2} = \frac{3}{2}$$

নির্ণেয় মান: $\frac{3}{2}$

২ যশোর বোর্ড ২০২৩

দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 বেশি।

(ক) $a : b = c : d$ হলে দেখাও যে, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$. ২

(খ) উদ্দীপকের সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

(গ) প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি মিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে এবং আয়তক্ষেত্রটির কর্ণ যদি কোনো বর্গের বাহুর সমান হয় তবে বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) মনে করি, $a : b = c : d = k$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore\ a = bk$

এবং $c = dk$

বামপক্ষ $= \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

$= \frac{(bk)^2+b^2}{(bk)^2-b^2}$

$= \frac{b^2k^2+b^2}{b^2k^2-b^2} = \frac{b^2(k^2+1)}{b^2(k^2-1)} = \frac{k^2+1}{k^2-1}$

ডানপক্ষ $= \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$

$= \frac{(dk)^2+d^2}{(dk)^2-d^2}$

$= \frac{d^2k^2+d^2}{d^2k^2-d^2} = \frac{d^2(k^2+1)}{d^2(k^2-1)} = \frac{k^2+1}{k^2-1}$

$\therefore\ \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$. (দেখানো হলো)

(খ) মনে করি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x

$\therefore$ দশক স্থানীয় অঙ্ক $= 11 - x$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10(11-x) + x$

$= 110 - 10x + x = 110 - 9x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে পরিবর্তিত সংখ্যাটি হবে

$= 10\cdot x + (11 - x)$

$= 10x + 11 - x$

$= 9x + 11$

শর্তমতে, $9x + 11 = 110 - 9x + 27$

বা. $9x + 11 = 137 - 9x$

বা. $9x + 9x = 137 - 11$

বা. $18x = 126$

বা. $x = \frac{126}{18} = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 110 - 9 \times 7 = 110 - 63 = 47$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 47.

(গ) খ-হতে প্রাপ্ত, সংখ্যাটি 47

সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় মিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করলে,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 7 মিটার এবং প্রস্থ = 4 মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $= \sqrt{7^2 + 4^2}$ মিটার

$= \sqrt{49 + 16}$ মিটার

$= \sqrt{65}$ মিটার

$= 8.062$ মিটার (প্রায়)

আয়তক্ষেত্রের কর্ণ কোনো বর্গের বাহুর সমান হলে,

বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 8.062$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2} \times \sqrt{65}$ মিটার

$= \sqrt{130}$ মিটার

$= 11.402$ মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য 11.402 মিটার (প্রায়)।

৩ কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা

একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 1. ভগ্নাংশটি বর্গ করে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার হর, লব অপেক্ষা 31 বেশি।

(ক) সমাধান সেট নির্ণয় কর: $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$ ২

(খ) ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। ৪

(গ) লব ও হরের গুণফলকে টাকায় প্রকাশ করে মাহদি সেই টাকা দ্বারা কিছুসংখ্যক কলম ক্রয় করলো। সে যদি ঐ টাকায় একটি কলম বেশি পেতো তবে প্রতিটি কলমের মূল্য গড়ে 1 টাকা কম পড়তো। মাহদি কতগুলো কলম ক্রয় করেছিল? ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$

বা, $\frac{6(x-2)}{x-6} = 1 - \frac{x-2}{x+2}$

বা, $\frac{6(x-2)}{x-6} = \frac{x+2-x+2}{x+2}$

বা, $\frac{6(x-2)}{x-6} = \frac{4}{x+2}$

বা, $\frac{3(x-2)}{x-6} = \frac{2}{x+2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3(x-2)(x+2) = 2(x-6)$

বা, $3(x^2-4) = 2x - 12$

বা, $3x^2 - 12 = 2x - 12$

বা, $3x^2 - 2x = -12 + 12$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x(3x - 2) = 0$

হয়, $x = 0$ | অথবা, $3x - 2 = 0$

বা, $x = \frac{2}{3}$

নির্ণেয় সমাধান সেট $= \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$.

(খ) মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশের লব $= x$ এবং,

হর $= x + 1$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{x+1}$

$\therefore$ ভগ্নাংশটির বর্গ $= \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = \frac{x^2}{x^2 + 2x + 1}$

প্রশ্নমতে, $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 31$

বা, $x^2 - x^2 + 2x = 31 - 1$

বা, $2x = 30$

$\therefore\ x = 15$

$\therefore$ হর $= x + 1 = 15 + 1 = 16$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{15}{16}$

(গ) 'খ' হতে পাই, ভগ্নাংশের লব $= 15$ এবং হর $= 16$

লব ও হরের গুণফল $= (15 \times 16) = 240$

মনে করি, মাহদি 240 টাকা দিয়ে xটি কলম কিনেছিল। এতে

প্রতিটি কলমের গড় দাম পড়ে $\frac{240}{x}$ টাকা

সে যদি 240 টাকায় $(x + 1)$ টি কলম পেতো তবে প্রতিটি

কলমের দাম পড়তো $\frac{240}{x+1}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{240}{x+1} = \frac{240}{x} - 1$

বা, $\frac{240}{x+1} = \frac{240 - x}{x}$

বা, $240x = (x + 1)(240 - x)$

বা, $240x = 240x + 240 - x^2 - x$

বা, $x^2 + x - 240 = 0$

বা, $x^2 + 16x - 15x - 240 = 0$

বা, $x(x + 16) - 15(x + 16) = 0$

বা, $(x - 15)(x + 16) = 0$

হয়, $x - 15 = 0$

$\therefore\ x = 15$

অথবা, $x + 16 = 0$

$\therefore\ x = -16$; যা গ্রহণযোগ্য নয়; কারণ কলমসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারেনা।

$\therefore$ মাহদি 15 টি কলম কিনেছিল।

8

একটি স্টিমারে যাত্রী সংখ্যা 376 জন। ডেকের যাত্রীর সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 33840 টাকা।

(ক) ডেকের যাত্রী সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ তৈরি কর। ২

(খ) ডেকের যাত্রী ও কেবিনের যাত্রীর সংখ্যা কত? ৪

(গ) কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া কত? ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) মনে করি, ডেকের যাত্রী সংখ্যা $= x$ জন

$\therefore$ কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= (376 - x)$ জন

প্রশ্নমতে, $x = 3(376 - x)$

নির্ণেয় সমীকরণ $x = 3(376 - x)$.

(খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, $x = 3(376 - x)$

বা, $x = 1128 - 3x$

বা, $x + 3x = 1128$

বা, $4x = 1128$

বা, $x = \frac{1128}{4} = 282$

$\therefore$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282 জন

এবং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= (376 - 282)$ জন

$= 94$ জন

অতএব, ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282 জন

এবং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা 94 জন।

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত, ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282 জন

এবং কেবিনের সংখ্যা 94 জন

ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা

মনে করি, কেবিনের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া y টাকা

$\therefore$ ডেকের মোট ভাড়া $= 60 \times 282$ টাকা

$= 16920$ টাকা

এবং কেবিনের মোট ভাড়া $= y \times 94$ টাকা $= 94y$ টাকা

প্রশ্নমতে, $16920 + 94y = 33840$

বা, $94y = 33840 - 16920$

বা, $y = \frac{16920}{94} = 180$

অতএব, কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া 180 টাকা।

অনুশীলনী ৫.২

১ বরিশাল বোর্ড ২০১৫

সজীবদের লিচু গাছ থেকে সজীব ও তার বন্ধুরা x জনের জন্য মোট 1950 টি লিচু পাড়ল। পরবর্তীতে সজীবের ছোট ভাই উপস্থিত হওয়ায় আরও 34 টি লিচু পাড়া হলেও গড়ে 1 টি লিচু কম পেল। আরও yটি লিচু পাড়লে গড়ে তারা 1 টি করে লিচু বেশি পেত।

(ক) সজীবের ভাই আসায় প্রত্যেকে কতটি লিচু পেল, তা x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

(খ) x –এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ) y-এর মান নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) x জনের প্রাপ্ত লিচুর গড় $= \frac{1950}{x}$

সজীবের ছোট ভাই আসায় $(x + 1)$ জনের প্রাপ্ত লিচুর গড়

$= \frac{1950 + 34}{x + 1} = \frac{1984}{x + 1}$

$\therefore$ সজীবের ছোট ভাই আসায় প্রত্যেকে গড়ে $\frac{1984}{x+1}$ টি করে লিচু পেল।

(খ) ১ম শর্তমতে, $\frac{1950}{x} = \frac{1984}{x+1} + 1$

বা, $\frac{1950}{x} - \frac{1984}{x+1} = 1$

বা, $\frac{1950(x+1) - 1984x}{x(x+1)} = 1$

বা, $\frac{1950x + 1950 - 1984x}{x^2 + x} = 1$

বা, $1950 - 34x = x^2 + x$

বা, $x^2 + x = 1950 - 34x$

বা, $x^2 + x - 1950 + 34x = 0$

বা, $x^2 + 35x - 1950 = 0$

বা, $x^2 + 65x - 30x - 1950 = 0$

বা, $x(x + 65) - 30(x + 65) = 0$

বা, $(x + 65)(x - 30) = 0$

হয়, $x + 65 = 0$

বা, $x = -65$; যেহেতু লোকসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

অথবা, $x - 30 = 0$

বা, $x = 30$

সেহেতু $x \neq -65$

$\therefore\ x = 30$

নির্ণেয় মান: 30.

(গ) খ-হতে প্রাপ্ত, $x = 30$

আরও y টি লিচু পাড়লে $(x+1)$ জনের প্রাপ্ত লিচুর গড়

$= \frac{1950+y}{x+1}$

২য় শর্তমতে, $\frac{1950}{x} = \frac{1950+y}{x+1} - 1$

বা, $\frac{1950}{30} = \frac{1950+y}{30+1} - 1$ [$x = 30$ বসিয়ে]

বা, $65 = \frac{1950+y}{31} - 1$

বা, $\frac{1950+y}{31} = 65 + 1 = 66$

বা, $1950 + y = 2046$

বা, $y = 2046 - 1950 = 96$

নির্ণেয় মান: 96.

২

রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম এবং বাগানের পরিসীমা 100 মিটার।

(ক) $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ এর সমাধান সেট কোনটি? ২

(খ) বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

(গ) বাগানটির সীমানার বাইরের চারিদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রতি বর্গমিটার 140.00 টাকা হিসেবে মোট খরচ কত হবে? ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

বা, $\frac{x-a}{x-b} - 1 + \frac{x-b}{x-a} - 1 = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2$

[উভয়পক্ষে 2 বিয়োগ করে]

বা,

$\frac{x-a-x+b}{x-b} + \frac{x-b-x+a}{x-a} = \frac{a^2+b^2-2ab}{ab}$

বা, $\frac{-a+b}{x-b} + \frac{a-b}{x-a} = \frac{(a-b)^2}{ab}$ [$\because -a+b = -(a-b)$]

বা, $\frac{-(a-b)}{x-b} + \frac{a-b}{x-a} = \frac{(a-b)^2}{ab}$

বা, $-\frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-a} = \frac{a-b}{ab}$ [উভয়পক্ষকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে; $a \neq b$]

বা, $\frac{-x+a+x-b}{(x-b)(x-a)} = \frac{a-b}{ab}$

বা, $\frac{a-b}{(x-b)(x-a)} = \frac{a-b}{ab}$

বা, $\frac{1}{x^2-ax-bx+ab} = \frac{1}{ab}$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = ab$

বা, $x^2 - ax - bx = 0$ [ab বিয়োগ করে]

বা, $x(x-a-b) = 0$

হয়, $x = 0$

অথবা, $x - a - b = 0$

বা, $x = a + b$

নির্ণেয় সমাধান সেট $= \{0,\ a+b\}$.

(খ) মনে করি, আয়তাকার বাগানের প্রস্থ $= x$ মিটার

দৈর্ঘ্য $= 2x - 10$ মিটার

প্রশ্নমতে, $2(x + 2x - 10) = 100$

বা, $3x - 10 = \frac{100}{2} = 50$

বা, $3x = 50 + 10 = 60$

বা, $x = \frac{60}{3} = 20$

প্রস্থ $= 20$ মিটার

দৈর্ঘ্য $= (2 \times 20 - 10)$মিটার $= 30$ মিটার

বাগানটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার।

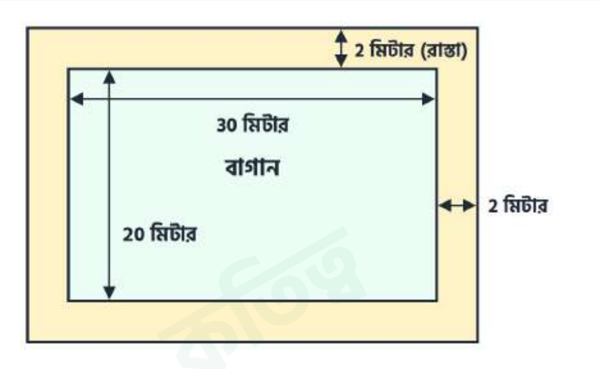
(গ) খ-হতে প্রাপ্ত,

বাগানটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

বাগানটির ক্ষেত্রফল $= (30 \times 20)$বর্গমিটার

$= 600$ বর্গমিটার



আবার, রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য $= (30 + 2 \times 2)$মিটার

$= 34$ মিটার

রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ $= (20 + 2 \times 2)$মিটার

$= 24$ মিটার

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (34 \times 24)$বর্গমিটার

$= 816$ বর্গমিটার

রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (816 - 600)$বর্গমিটার

$= 216$ বর্গমিটার

রাস্তাটি ইট দিয়ে তৈরি করতে, প্রতি বর্গমিটারে খরচ হয় 140 টাকা

216 বর্গমিটারে খরচ হয় $= (216 \times 140)$টাকা

$= 30240$ টাকা

মোট খরচ 30240 টাকা।

৩

একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা যথাক্রমে $(x-1)$ সে.মি. ও x সে.মি. এবং একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ত্রিভুজটির উচ্চতার সমান। আবার, একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $(x+3)$ সে.মি. ও প্রস্থ x সে.মি.।

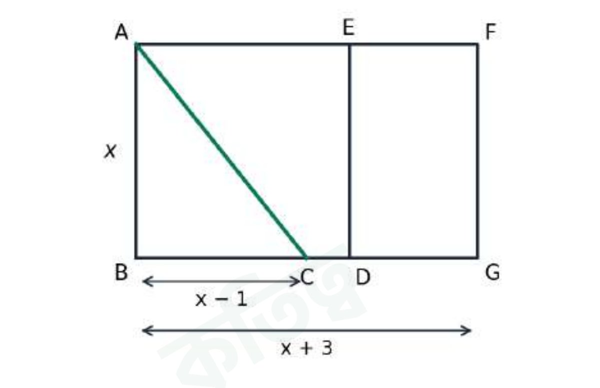
(ক) একটিমাত্র চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলো দেখাও। ২

(খ) ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 10 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত? ৪

(গ) ত্রিভুজক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারাবাহিক অনুপাত বের কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)



(খ) এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি,

$BC = (x-1)$ সে.মি.

ABC সমকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা, $AB = x$ সে.মি.

ABC সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 10 বর্গ সে.মি.

আমরা জানি,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$\therefore\ 10 = \frac{1}{2} \times (x-1) \times x$

বা, $\frac{1}{2}(x^2 - x) = 10$

বা, $x^2 - x = 20$

বা, $x^2 - x - 20 = 0$

বা, $x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$

বা, $x(x-5) + 4(x-5) = 0$

বা, $(x-5)(x+4) = 0$

হয়, $x - 5 = 0 \ \therefore\ x = 5$

অথবা, $x + 4 = 0$

বা, $x = -4$ [গ্রহণযোগ্য নয়; কারণ ত্রিভুজের উচ্চতা ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ ত্রিভুজক্ষেত্রটির উচ্চতা 5 সে. মি.।

(গ) (খ)-হতে প্রাপ্ত, ABC ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 10 বর্গ সে.মি.

উচ্চতা, $AB = x = 5$ সে.মি.

এখন, $ABDE$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= AB^2$

$= (5)^2$ বর্গ সে. মি.$= 25$ বর্গ সে.মি.

$ABGF$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BG = (x+3)$সে.মি.

$= (5+3)$সে. মি. $= 8$ সে. মি.

এবং প্রস্থ, $AB = x = 5$ সে.মি.

$\therefore\ ABGF$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= BG \times AB$

$= (8 \times 5)$ বর্গ সে. মি.

$= 40$ বর্গ সে. মি.

$\therefore$ ত্রিভুজক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারাবাহিক অনুপাত $= 10 : 25 : 40 = 2 : 5 : 8.$

$\therefore$ ত্রিভুজক্ষেত্র: বর্গক্ষেত্র: আয়তক্ষেত্র $= 2 : 5 : 8.$

অধ্যায় ১২: দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

১

যশোর বোর্ড ২০২৪

$3x + 2y = 10,\ 2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

(ক) সমীকরণজোটটির প্রকৃতি নির্ণয় করো ২

(খ) সমীকরণ দুইটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে $(3x, 3y)$ নির্ণয় করো ৪

(গ) উক্ত সমীকরণদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $3x + 2y = 10 \;\ldots\ldots (1)$

$2x - 3y = -2 \;\ldots\ldots (2)$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \dfrac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \dfrac{2}{-3}$

এখানে, $\dfrac{3}{2} \neq \dfrac{2}{-3}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় সমঞ্জস এবং পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান রয়েছে।

(খ) প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + 2y = 10$

বা, $3x + 2y - 10 = 0 \;\ldots\ldots (1)$

এবং $2x - 3y = -2$

বা, $2x - 3y + 2 = 0 \;\ldots\ldots (2)$

আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 2 - (-3) \times (-10)} = \frac{y}{(-10) \times 2 - (2) \times 3}$$

$$= \frac{1}{3 \times (-3) - 2 \times 2}$$

বা, $\dfrac{x}{4 - 30} = \dfrac{y}{-20 - 6} = \dfrac{1}{-9 - 4}$

বা, $\dfrac{x}{-26} = \dfrac{y}{-26} = \dfrac{1}{-13}$

এখন, $\dfrac{x}{-26} = \dfrac{1}{-13}$

বা, $x = \dfrac{-26}{-13} = 2$

$\therefore \; 3x = 2 \times 3 = 6$

আবার, $\dfrac{y}{-26} = \dfrac{1}{-13}$

বা, $y = \dfrac{-26}{-13} = 2$

$\therefore \; 3y = 2 \times 3 = 6$

নির্ণেয় $(3x, 3y) = (6, 6)$

(গ) প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $3x + 2y = 10 \;\ldots\ldots\ldots (1)$

$2x - 3y = -2 \;\ldots\ldots\ldots (2)$

(1) নং হতে পাই, $3x + 2y = 10$

বা, $2y = 10 - 3x$

বা, $y = \dfrac{10 - 3x}{2}$

এখন, x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে নিচের ছকটি তৈরি করি।

x	0	2	4	6
y	5	2	-1	-4

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো (0, 5), (2, 2), (4, -1), (6, -4)

(2) নং হতে পাই, $2x - 3y = -2$

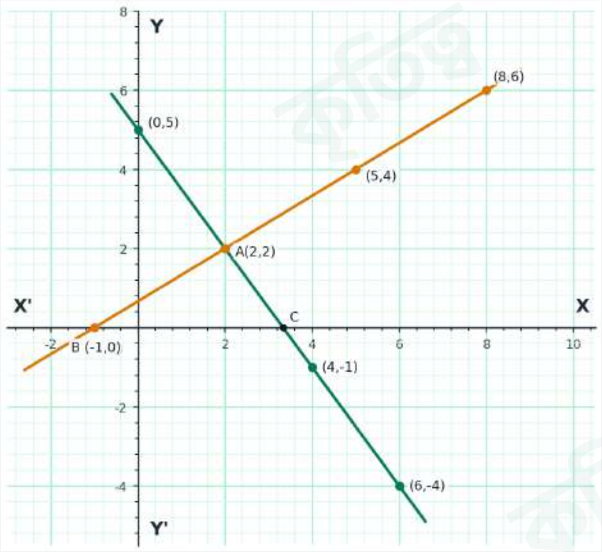
বা, $3y = 2x + 2$

বা, $y = \dfrac{2x + 2}{3}$

এখন, x-এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে নিচের ছকটি তৈরি করি।

x	-1	2	5	8
y	0	2	4	6

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো (-1, 0), (2, 2), (5, 4), (8, 6)



মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন (1) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (0, 5), (2, 2), (4, -1), (6, -4) বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। আবার একইভাবে (2) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (-1, 0), (2, 2), (5, 4), (8, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

ছক কাগজ হতে দেখা যায়, সরলরেখা দুটি x-অক্ষের সহিত ABC ত্রিভুজ উৎপন্ন করেছে যার ভূমি

$BC = |-1| + |3.33|$

$= 1 + 3.33$

$= 4.33$ একক

এবং উচ্চতা $= |2|$

$= 2$ একক

এখন, ΔABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times 4.33 \times 2$

$= 4.33$ বর্গ একক

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 4.33 বর্গ একক (প্রায়)।

২

একটি সরল সমীকরণজোট, $2x - 3y = -5$

$3x + y = 9$

(ক) $2x - 9y = 6,\ 4x - 18y = 12$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস এবং পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই করো ২

কুমিল্লা বোর্ড ২০২০

(খ) সরল সমীকরণজোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করো ৪

(গ) সরল সমীকরণজোটকে লেখের মাধ্যমে সমাধান করো ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) প্রদত্ত সমীকরণজোট : $2x - 9y = 6$

$4x - 18y = 12$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-9}{-18} = \frac{1}{2}$

ধ্রুবকপদদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{-9}{-18} = \frac{6}{12}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস এবং পরস্পর নির্ভরশীল।

(খ) প্রদত্ত সরল সমীকরণজোট :

$2x - 3y = -5$ বা, $2x - 3y + 5 = 0$

$3x + y = 9$ বা, $3x + y - 9 = 0$

এখন, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-3) \times (-9) - 1 \times 5} = \frac{y}{5 \times 3 - (-9) \times 2}$$

$$= \frac{1}{2 \times 1 - 3 \times (-3)}$$

বা, $\frac{x}{27 - 5} = \frac{y}{15 + 18} = \frac{1}{2 + 9}$

বা, $\frac{x}{22} = \frac{y}{33} = \frac{1}{11}$

হয়, $\frac{x}{22} = \frac{1}{11}$

বা, $x = \frac{22}{11}$

$\therefore\ x = 2$

অথবা, $\frac{y}{33} = \frac{1}{11}$

বা, $y = \frac{33}{11}$

$\therefore\ y = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$.

(গ) প্রদত্ত সরল সমীকরণজোট :

$2x - 3y = -5\ \ldots\ldots\ldots(1)$

$3x + y = 9\ \ldots\ldots\ldots(2)$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $3y = 2x + 5$ বা, $y = \frac{2x + 5}{3}$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	-4	2	5
y	-1	3	5

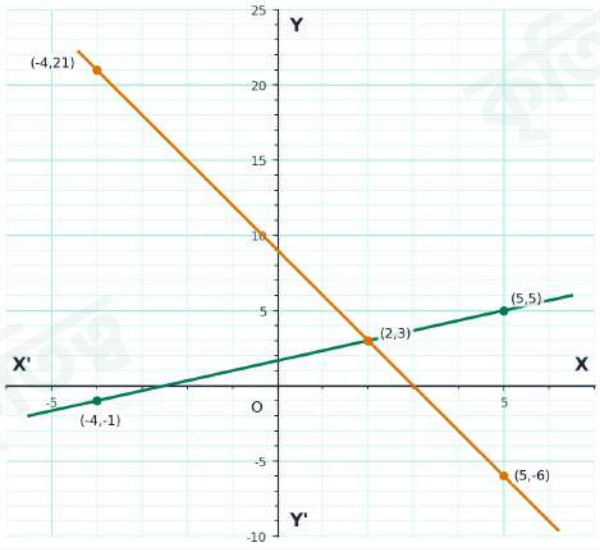
$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-4, -1), (2, 3) ও (5, 5) ।

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = 9 - 3x$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	-4	2	5
y	21	3	-6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-4, 21), (2, 3) ও (5, -6) ।



মনে করি, ছক কাগজে XOX' বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি। একইভাবে, (2) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও যোগ করি। উভয়ক্ষেত্রে যোগকৃত বিন্দুগুলো সরলরেখা নির্দেশ করে এবং (2, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$.

৩ ঢাকা বোর্ড ২০১৬

একটি সরল সমীকরণজোট $7x + 2y = 20$

$$3x - 4y = -6$$

(ক) সমীকরণজোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় করো ২

(খ) আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটটির সমাধান করে (x, y) নির্ণয় করো ৪

(গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণজোটটির সমাধান করো ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) প্রদত্ত সমীকরণজোট, $7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{7}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-4}$ বা, $-\frac{1}{2}$

যেহেতু $\frac{7}{3} \neq -\frac{1}{2}$

সুতরাং সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

(খ) প্রদত্ত সমীকরণজোট, $7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$

বা, $7x + 2y - 20 = 0$

$3x - 4y + 6 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 6 - (-4) \times (-20)} = \frac{y}{(-20) \times 3 - 6 \times 7} = \frac{1}{7 \times (-4) - 3 \times 2}$$

বা, $\frac{x}{12 - 80} = \frac{y}{-60 - 42} = \frac{1}{-28 - 6}$

বা, $\frac{x}{-68} = \frac{y}{-102} = \frac{1}{-34}$

$\therefore \frac{x}{-68} = \frac{1}{-34}$

আবার, $\frac{y}{-102} = \frac{1}{-34}$

বা, $x = \frac{-68}{-34}$
বা, $x = 2$

বা, $y = \frac{-102}{-34}$
বা, $y = 3$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, 3)$.

(গ) প্রদত্ত সমীকরণজোট :

$7x + 2y = 20 \ ....(1)$

$3x - 4y = -6 \ ....(2)$

(1) নং সমীকরণ হতে পাই,

$2y = 20 - 7x$

বা, $y = \frac{20 - 7x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	2	4
y	17	3	-4

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-2, 17), (2, 3), (4, -4)

আবার, (2) নং সমীকরণ হতে পাই,

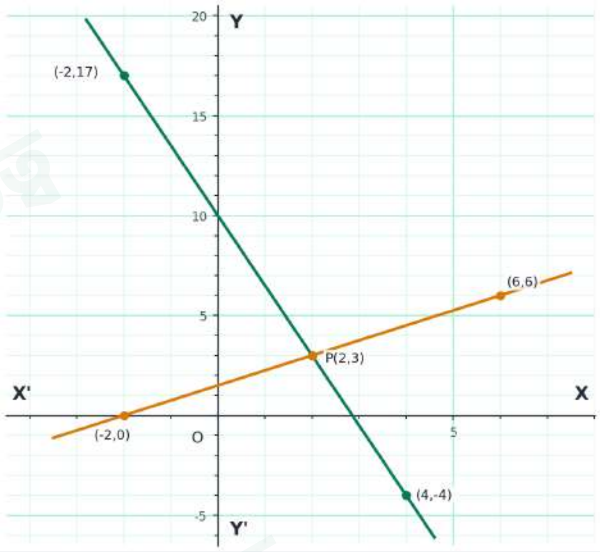
$4y = 3x + 6$

বা, $y = \frac{3x + 6}{4}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	2	6
y	0	3	6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-2, 0), (2, 3), (6, 6)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, ছক কাগজে (1) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (-2, 17), (2, 3), (4, -4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে, (2) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (-2, 0), (2, 3), (6, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরপর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র হতে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 3)।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, 3)$.

৪

দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য 6। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সংখ্যার যোগফল 132।

আবার, $4x - 5y = -7,\ 5x - y = 7$ একটি সরল সমীকরণজোট।

(ক) দেখাও যে, সমীকরণজোটটি পরস্পর অনির্ভরশীল। ২

(খ) সংখ্যাটি নির্ণয় করো ৪

(গ) লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণজোটটি সমাধান করো ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) প্রদত্ত সরল সমীকরণজোট, $4x - 5y = -7$

$5x - y = 7$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{4}{5}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-5}{-1} = 5$

যেহেতু $\frac{4}{5} \neq 5$

$\therefore$ সুতরাং সমীকরণজোটটি পরস্পর অনির্ভরশীল। (দেখানো হলো)

(খ) ধরি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা

$= 10x + y$

এখানে, কোন অঙ্কটি বড় তা অজানা।

শর্তমতে, $x - y = \pm 6 \ ....(1)$

এবং $10x + y + 10y + x = 132$

বা, $11x + 11y = 132$

বা, $11(x + y) = 132$

বা, $x + y = \frac{132}{11}$

$\therefore\ x + y = 12 \ ....(2)$

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x - y + x + y = \pm 6 + 12$

বা, $2x = 12 \pm 6$

বা, $x = \frac{12 \pm 6}{2}$

$\therefore\ x = 9, 3$

(2) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 9$ হলে, $9 + y = 12$

বা, $y = 12 - 9 \ \therefore\ y = 3$

$x = 3$ হলে, $3 + y = 12$

বা, $y = 12 - 3 \ \therefore\ y = 9$

$x = 9$ এবং $y = 3$ হলে, সংখ্যাটি

$= 10 \times 3 + 9 = 30 + 9 = 39$

$x = 3$ এবং $y = 9$ হলে, সংখ্যাটি

$= 10 \times 9 + 3 = 90 + 3 = 93$

নির্ণেয় সংখ্যা 39 বা 93.

(গ) প্রদত্ত সরল সমীকরণজোট,

$4x - 5y = -7 \ ......(3)$

$5x - y = 7 \ ......(4)$

সমীকরণ (3) হতে পাই, $5y = 4x + 7$

বা, $y = \frac{4x + 7}{5}$

এখন, x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি :

x	-8	2	7
y	-5	3	7

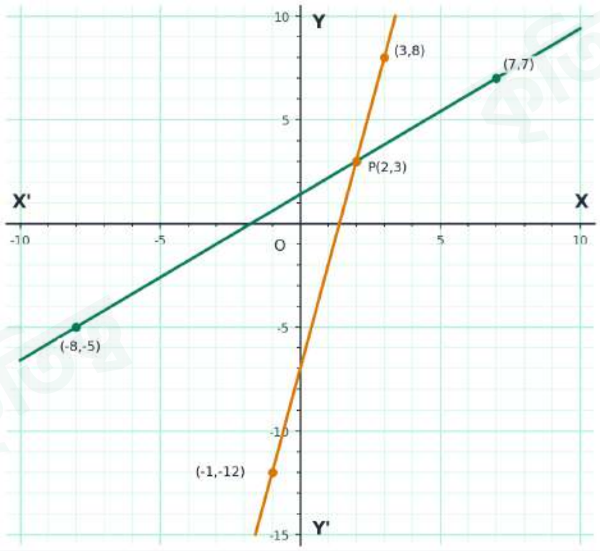
$\therefore$ সমীকরণ (3) এর লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-8, -5), (2, 3) এবং (7, 7)।

সমীকরণ (4) হতে পাই, $y = 5x - 7$

এখন, x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি:

x	-1	2	3
y	-12	3	8

$\therefore$ সমীকরণ (4) এর লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-1, -12), (2, 3) এবং (3, 8)।



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। (3) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (-8, -5), (2, 3), (7, 7) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে (4) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (-1, -12), (2, 3), (3, 8) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র হতে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 3)।

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

৫

সিলেট বোর্ড ২০১৭

কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। আবার লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হর থেকে 3 বিয়োগ করলে তা 1 এর সমান হয়।

(ক) ভগ্নাংশটিকে $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোট গঠন করো ২

(খ) ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো ৪

(গ) লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রাপ্ত সমীকরণজোট সমাধান করো ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান:

(ক) ধরি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

শর্তমতে, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{3}$ এবং $\frac{x-2}{y-3} = 1$

নির্ণেয় সমীকরণজোট $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{3}$ এবং $\frac{x-2}{y-3} = 1$

(খ) ক-হতে প্রাপ্ত, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{3} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

এবং $\frac{x-2}{y-3} = 1 \ldots\ldots (2)$

(1) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x - 3 = y + 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $3x - y = 2 + 3$

$\therefore\ 3x - y = 5 \quad \ldots\ldots\ldots (3)$

(2) নং সমীকরণ হতে পাই,

$x - 2 = y - 3$ [আড়গুণন করে]

বা, $x - y = -3 + 2$

$\therefore\ x - y = -1 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$

(3) নং সমীকরণ হতে (4) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$3x - y - x + y = 5 + 1$

বা, $2x = 6$ বা, $x = \frac{6}{2} = 3$

(3) নং সমীকরণে x-এর মান বসিয়ে পাই, $3 \times 3 - y = 5$

বা, $9 - y = 5$

বা, $y = 9 - 5 \therefore y = 4$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{4}$.

(গ) ক-হতে প্রাপ্ত, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{3} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

এবং $\frac{x-2}{y-3} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$

(1) নং সমীকরণ হতে পাই, $3x - 3 = y + 2$

বা, $y = 3x - 3 - 2$

বা, $y = 3x - 5$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান নির্ণয় করি :

x	2	3	4
y	1	4	7

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 1), (3, 4), (4, 7)।

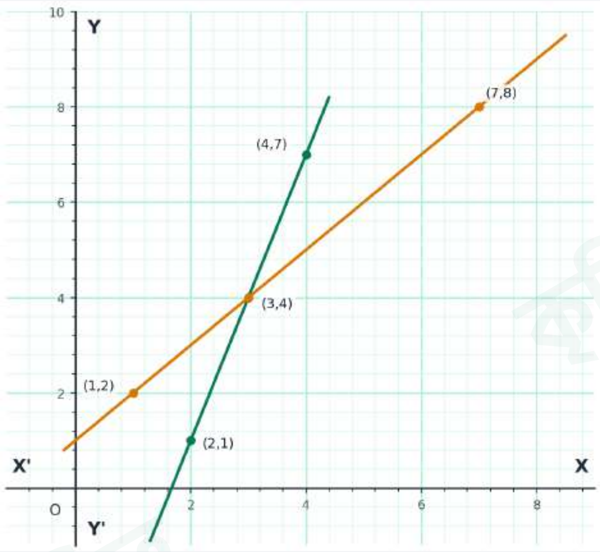
(2) নং সমীকরণ হতে পাই, $x - 2 = y - 3$

বা, $y = x - 2 + 3 = x + 1$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান-নির্ণয় করি:

x	1	3	7
y	2	4	8

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 2), (3, 4), (7, 8).



মনে করি, ছক কাগজে XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরি। এখন (1) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (2, 1), (3, 4), (4, 7) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। আবার একইভাবে (2) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (1, 2), (3, 4), (7, 8) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা। ছক কাগজ হতে দেখা যায় যে, সরলরেখা দুইটি পরস্পর (3, 4) বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (3, 4)$.

প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC 27

গণিত

রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ • অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা • ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

বহুনির্বাচনি **২৫টি** • সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন **৫০টি** • সৃজনশীল প্রশ্ন **১৫টি**

BATCH
SSC 27

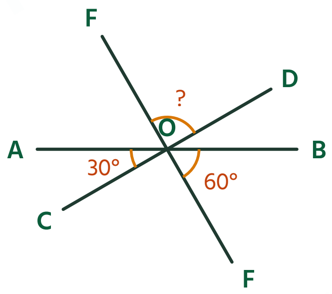
SUBJECT
গণিত (Mathematics)

CHAPTER
অধ্যায় ৬, ১৪ ও ১৫

QUESTION TYPES
MCQ • SQ • CQ

৭২ চিত্রে ∠DOF = কত?

ক) 90° ✓
খ) 60°
গ) 150°
ঘ) 160°



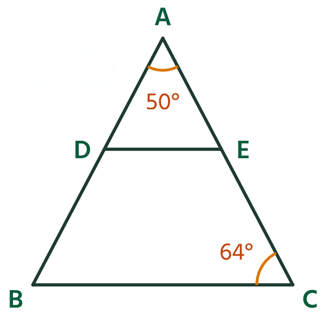
ব্যাখ্যা
বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান।
∴ ∠BOE = ∠AOF = 60° [বিপ্রতীপ কোণ]
আবার, ∠AOC = ∠BOD = 30° [বিপ্রতীপ কোণ]
এখন, ∠AOB সরল কোণের ক্ষেত্রে,
∠AOB = 180° [∵ সরলকোণ = 180°]
বা, ∠AOF + ∠DOF + ∠BOD = 180°.
বা, 60° + ∠DOF + 30° = 180°
বা, ∠DOF = 180° − 90° = 90°
∴ ∠DOF = 90°

৭৩ 180° − x° কোণের সম্পূরক কোণ কত ডিগ্রি?

ক) 90°
খ) x° ✓
গ) 180°
ঘ) x° + 90°

ব্যাখ্যা
ধরি, 180° − x° এর সম্পূরক কোণ = A
যেহেতু সম্পূরক কোণের ক্ষেত্রে, ২টি কোণের পরিমাপের যোগফল 180° ।
∴ 180° − x° + A = 180°
বা, A = 180° − 180° + x°
∴ A = x°
∴ 180° − x° এর সম্পূরক কোণ x°

৭৪ চিত্রে, DE ∥ BC হলে ∠ADE এর মান কত?



ক) 50°
খ) 64°
গ) 66° ✓
ঘ) 114°

ব্যাখ্যা

DE ∥ BC এবং AC তাদের ছেদক।

∴ ∠AED = ∠ECB [অনুরূপ কোণ]

বা, ∠AED = 64°

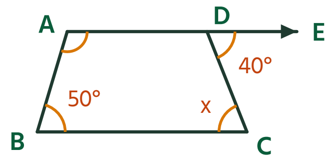
এখন, △ ADE

∠ADE + ∠DAE + ∠AED = 180°

∠ADE + 50° + 64° = 180°

∠ADE = 66°

৭৫ ABCD চতুর্ভুজ ∠x = কত?



ক) 30°
খ) 40° ✓
গ) 50°
ঘ) 60°

ব্যাখ্যা

চিত্রে, AE ও BC পরস্পর সমান্তরাল রেখা এবং CD তাদের ছেদক।

∴ উৎপন্ন একান্তর কোণদ্বয় সমান হবে।

∴ ∠DCB = ∠EDC = 40°

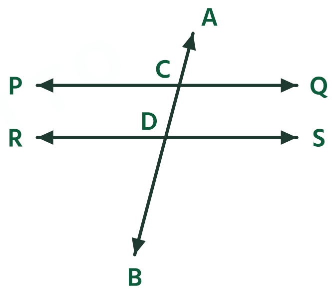
৭৬ চিত্রে PQ ∥ RS হলে

i. ∠ACQ = অনুরূপ ∠CDS

ii. ∠PCD = একান্তর ∠CDS

iii. ∠QCD + ∠CDS = দুই সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?



ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

ব্যাখ্যা

দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার একই ছেদক দ্বারা উৎপন্ন-

(ক) প্রত্যেক জোড়া অনুরূপ কোণ সমান হবে।

(খ) প্রত্যেক জোড়া একান্তর কোণ সমান হবে।

(গ) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটি পরস্পর সম্পূরক তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ হবে।

i. চিত্রে, PQ || RS এবং AB ছেদক।

∴ ∠ACQ = অনুরূপ ∠CDS

ii. চিত্রে, PQ ∥ RS এবং CD ছেদক।

∴ ∠PCD = একান্তর ∠CDS

iii. চিত্রে, ছেদক AB এর একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটি হলো ∠QCD ও ∠CDS = দুই সমকোণ

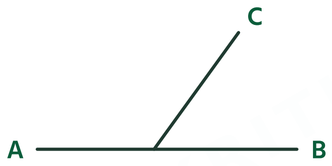
৭৭ AB রেখার উপর CO রেখা O বিন্দুতে মিলিত হলে-

i. ∠AOC + ∠BOC = 1 সরলকোণ

ii. ∠AOC ও ∠BOC পরস্পরের সম্পূরক কোণ

iii. ∠AOC ও ∠BOC প্রত্যেকটি স্থূলকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?



ক) i ও ii ✓

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা

(i) সত্য। কারণ, ∠AOC + ∠BOC = ∠AOB = 1 সরলকোণ

(ii) সত্য। কারণ, দুইটি কোণের ডিগ্রি পরিমাপের সমষ্টি 180° হলে, কোণ দুইটিকে একে অপরের সম্পূরক কোণ বলে।

এখানে, ∠AOC + ∠BOC = 1 সরলকোণ = 180°

(iii) সত্য নয়। কারণ, চিত্র থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, ∠AOC > এক সমকোণ, তাই ∠AOC একটি স্থূলকোণ।

আবার, ∠COB < এক সমকোণ, তাই ∠COB একটি সূক্ষ্মকোণ।

৭৮ চিত্রের বহুভুজটির মোট কোণের মান কত?

ক) 4 সমকোণ
খ) 6 সমকোণ
গ) 8 সমকোণ ✓
ঘ) 10 সমকোণ

ব্যাখ্যা

B, F এবং C, E যোগ করি বহুভুজটি তিনটি ক্ষেত্রে বিভক্ত হয়।

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ

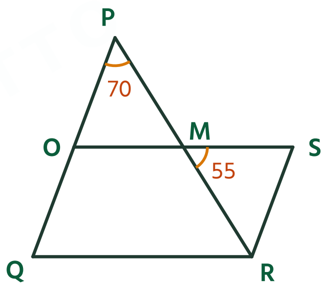
এবং চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি 4 সমকোণ

∴ বহুভুজের মোট কোণ = ΔABF এর মোট কোণ + BCEF এর মোট কোণ + ΔCDE এর মোট কোণ

= (2 + 4 + 2) সমকোণ

= 8 সমকোণ,

৭৯ OQ ∥ RS এবং OM ∥ QR ∠OQR + ∠RSM = কত?



ক) 110° ✓
খ) 125°
গ) 140°
ঘ) 180°

ব্যাখ্যা

OQ ∥ RS বা PQ ∥ RS

এবং PR তাদের ছেদক

∠QPR = ∠PRS [একান্তর কোণ]

∴ ∠PRS = 70° [∵ ∠QPR = 70°]

বা, ∠MRS = 70°

△ MRS এ ∠MRS + ∠RMS + ∠RSM = 180°

[ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, 70° + 55° + ∠RSM = 180°

বা, ∠RSM = 180° − 125° = 55°

OQ ∥ RS এবং OM ∥ QR বা OS ∥ QR

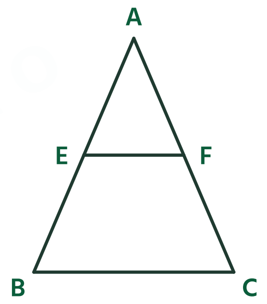
সুতরাং, OQRS একটি সামান্তরিক সামান্তরিকের বিপরীত কোণ জোড়া পরস্পর সমান

∴ ∠OQR = ∠OSR

বা, ∠OQR = ∠RSM = 55°

∴ ∠OQR + ∠RSM = 55° + 55° = 110°

৮০ চিত্রে E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে নিচের কোনটি সঠিক?



ক) AB ∥ AC

খ) AB = BC

গ) BC = EF

ঘ) BC − 2EF ✓

ব্যাখ্যা

উপপাদ্য-৪৫ অনুসারে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।
এখানে, চিত্রে △ ABE -এ, E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং EF হলো E, F এর সংযোজক রেখাংশ। △ ABE এর অপর বাহুটি হল BC

অর্থাৎ $EF = \frac{1}{2}BC$, $\therefore BC = 2EF$

৮১ △ ABE এর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c হলে কোনটি সঠিক?

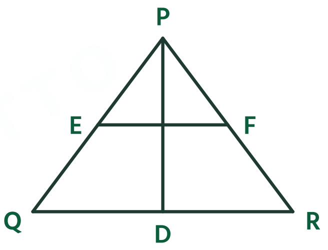
ক) $a + b > c$ এবং $b + c > a$ এবং $c + a < b$

খ) $a + b > c$ অথবা $b + c > a$ অথবা $c + a > b$ ✓

গ) $a + b < c$ এবং $b + c < a$ এবং $c + a < b$

ঘ) $a + b < c$ অথবা $b + c < a$ অথবা $c + a < b$

৮২ চিত্রে PE = EQ, PF = FR, PD, ∠QPR এর সমদ্বিখণ্ডক হলে-



i. QR = 2EF

ii. $\frac{QD}{DR} = \frac{QE}{RF}$

iii. EF ∥ QR

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

ব্যাখ্যা

চিত্রে PE = EQ

অর্থাৎ E, PQ এর মধ্যবিন্দু

এবং PF = FR

সুতরাং F, PR এর মধ্যবিন্দু।

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও তার অর্ধেক।

∴ EF ∥ QR

এবং EF = $\frac{1}{2}$ QR

∴ OR = 2EF

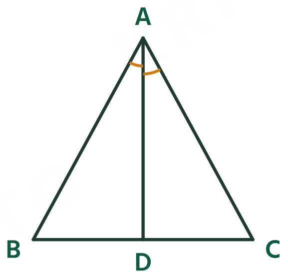
আবার, ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে বিভক্ত করে।

∴ QD : DR = QP : RP

বা, $\frac{OD}{DR} = \frac{QP}{RP}$ বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{2QE}{2RF}$

∴ $\frac{QD}{DR} = \frac{QE}{RF}$

৮৩ চিত্রানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?



ক) AB : AC BD : CD ✓

খ) AB : AC BD : AD

গ) AB : AC CD : AD

ঘ) AB : AC AD : AC

ব্যাখ্যা

ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। চিত্রানুসারে, ABC ত্রিভুজের A কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক AD; বিপরীত বাহু BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় AB ও AC

∴ $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ বা, AB : AC BD : CD

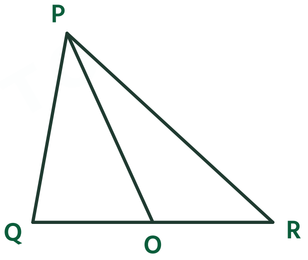
৮৪ $\triangle$ PQR এ PR > PQ এবং $\angle$P এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে O বিন্দুতে ছেদ করলে-

i. $\angle POR = \angle PQO + \angle OPR$

ii. $\triangle POQ : \triangle POR - QO : OR^2$

iii. PQ : PR = QO : OR

নিচের কোনটি সঠিক?



ক) i ও ii
খ) i ও iii ✓
গ) ii ও iii
ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা

$\therefore \angle POR = \angle PQO + \angle OPQ$

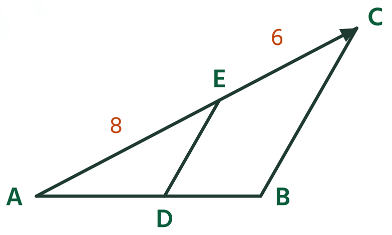
আবার, $\angle OPQ + \angle OPR$

(ii) $\triangle$ POQ ও $\triangle$ POR সদৃশ নয় বলে এটি সত্য নয়।

(iii) ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে

PQ : PR = QO : OR

৮৫ চিত্রে ED ‖ BC এবং AF : F,C = 8 : 61 যদি, AD = 4 মি. হয় BD = কত?



ক) 4 মি.
খ) 3 মি. ✓
গ) 5 মি.
ঘ) 4.5 মি.

ব্যাখ্যা

ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে। চিত্রে ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল ED সরলরেখা ABC ত্রিভুজের অপর দুই বাহু AB ও AC কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে AB ও AC বাহুদ্বয় যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে সমান অনুপাতে বিভক্ত হয়।

$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

বা, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

বা, $\frac{4}{BD} = \frac{8}{6}$

$\therefore BD = 4 \times \frac{6}{8} = 3$ মিটার

৮৬ $\triangle$ ABC ও $\triangle$ DEF এর উচ্চতা যথাক্রমে h ও k সে.মি. এবং এদের ভূমি h সে.মি. হলে, $\triangle$ ক্ষেত্র ABC : $\triangle$ ক্ষেত্র DEF = কত?

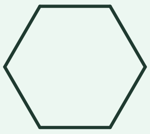
ক) k : h
খ) h : k ✓
গ) b : k
ঘ) b : h

ব্যাখ্যা

এখানে $\triangle$ ABC ও $\triangle$ DEF এর উচ্চতা যথাক্রমে h ও k সে.মি. এবং এদের ভূমি সে.মি.। আমরা জানি, দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।

সুতরাং $\triangle$ ক্ষেত্র ABC : $\triangle$ ক্ষেত্র DEF h : k

নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ করো এবং ৮৭ ও ৮৮ প্রশ্নের উত্তর দাও



বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

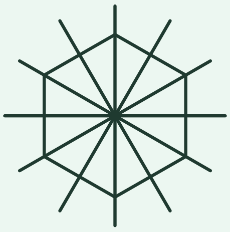
৮৭ বহুভুজটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

ক) ৩টি
খ) ৬টি ✓
গ) ৭টি
ঘ) অসংখ্য

ব্যাখ্যা

বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হওয়ায় চিত্রের বহুভুজটি সুষম ষড়ভুজ। সুষম যেকোন বহুভুজের প্রতিসাম্য রেখা হবে এর বাহুর সংখ্যার সমান।

মোট প্রতিসাম্য রেখা ৬টি।



৮৮ বহুভুজটির-

i. ঘূর্ণন মাত্রা 4
ii. ঘূর্ণন কোণ 60°
iii. প্রতিটি কোণ সমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii
খ) i ও iii
গ) ii ও iii ✓
ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা

i. বহুভুজটি রেখা প্রতিসমতা 6 বলে ঘূর্ণন প্রতিসমতাও 6 হবে।

ii. ঘূর্ণন কোণ = $\frac{\text{একবার ঘূর্ণনে উৎপন্ন কোণ}}{\text{রেখা প্রতিসমতার সংখ্যা}} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

iii. সুষম বহুভুজের সকল বাহু ও কোণ পরস্পর সমান

৮৯ নিচের কোন বর্ণটির প্রতিসমতা নেই?

ক) Z ✓
খ) X
গ) O
ঘ) M

ব্যাখ্যা
এখানে, M এর একটি X এর দুইটি O এর অসংখ্য প্রতিসাম্য রেখা আছে। কিন্তু এর কোনো প্রতিসাম্য রেখা নেই।

৯০ নিচের কোন জ্যামিতিক চিত্রটির রৈখিক প্রতিসমতা নাও থাকতে পারে?

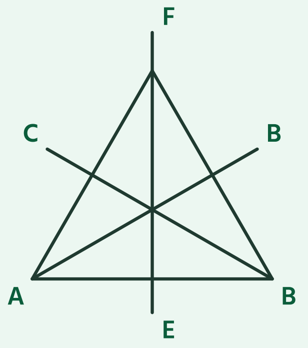
ক) বৃত্ত
খ) রম্বস
গ) আয়ত
ঘ) ট্রাপিজিয়াম ✓

ব্যাখ্যা
বৃত্তের অসংখ্য প্রতিসাম্য রেখা বিদ্যমান। যেমন- রম্বসের ক্ষেত্রে ২টি ও আয়তের ক্ষেত্রে ২টি প্রতিসাম্য রেখা আছে। কিন্তু ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রে নাও থাকতে পারে।

৯১ সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?

ক) 1
খ) 2
গ) 3 ✓
ঘ) 3

ব্যাখ্যা
ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ। সমবাহু ত্রিভুজ হলো তিন বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ। সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ও কোণগুলো সমান। সুতরাং, সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি প্রতিসাম্য রেখা থাকা সম্ভব। চিত্রে প্রতিসাম্য রেখাগুলো দেখানো হলো-



চিত্রে AB, CB ও B হলো তিনটি প্রতিসাম্য রেখা।

৯২ সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা 6 cm হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

ক) $12\sqrt{3}$

খ) $4\sqrt{3}$ ✓

গ) $6\sqrt{3}$

ঘ) $24\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা

মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য AB = BC = AC = a cm

এবং উচ্চতা AD = 6 cm

সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore BD - DC = \frac{a}{2}$ cm

$AD \perp BC$ হওয়ায় $\angle ADB$ = এক সমকোণ।

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ [AB অতিভুজ]

বা. $AB^2 = AD^2 - BD^2$

বা, $a^2 - (\frac{a}{2})^2 = 6^2$

বা, $a^2 - \frac{a^2}{4} = 36$

বা, $\frac{4a^2 - a^2}{4} = 36$

বা, $\frac{3a^2}{4} = 36$

বা, $a^2 = 36 \times \frac{4}{3}$

বা, $a^2 = 48$

বা, $a^2 = 16 \times 3$

বা, $a = \sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$\therefore a = 4\sqrt{3}$

৯৩ কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

ক) $\frac{1}{4}$

খ) $\frac{1}{2}$ ✓

গ) $\frac{1}{3}$

ঘ) 2

ব্যাখ্যা

কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ গুণ।

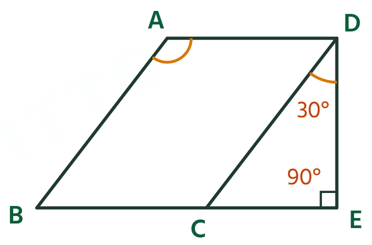
৯৪ চিত্রে ∠A = কত?

ক) 120° ✓

খ) 100°

গ) 140°

ঘ) 130°



ব্যাখ্যা

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

△ CDF হতে,

∠C + ∠D + ∠F = 180°

বা, ∠C = 180° − ∠D − ∠E

বা, ∠C = 180° − 30° − 90° = 60°

আবার, ∠BCE = 180° [∵ এক সরল কোণ]

বা, ∠BCD + ∠DCE = 180°

বা, ∠BCD = 180° − ∠DCF

বা, ∠BCD = 180° − 60° [∵ ∠DCE = ∠C = 60°]

∠BCD = 120°

আবার, সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।

ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রে

∠A = ∠BCD = 120°

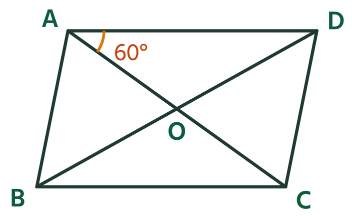
৯৫ চিত্রে, ABCD একটি রম্বস। AC, BD দুইটি কর্ণ। ∠CAD = 60°, ∠ADB = কত?

ক) 60°

খ) 30° ✓

গ) 10°

ঘ) 20°



ব্যাখ্যা

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

∴ ∠AOD = ∠COD = ∠BOC = ∠AOB = 90°

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

এখন △ AOD এ ∠ADO + ∠OAD + ∠AOD = 180°

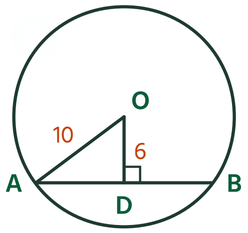
বা, ∠ADB = 180° − ∠AOD − ∠OAD [∵ ∠ADO = ∠ADB]

বা, ∠ADB = = 180° − 90° − ∠CCD) [∵ ∠OAD = ∠CAD]

= 90° − 60° [∵ ∠CAD = 60°]

= 30° ∴ ∠ADB = 30°

৯৬ চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত একক?



ক) 8
খ) 12
গ) 16 ✓
ঘ) 20

ব্যাখ্যা

দেওয়া আছে.

AD = BD এবং OD ⊥ AB

ΔODA হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$OA^2 = AD^2 + OD^2$ [∵ OA অতিভুজ]

বা, $AD^2 = OA^2 - OD^2$

বা, $AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2}$

$= \sqrt{100 - 36}$

$= \sqrt{64} = 8$ একক

∴ AB = AD + BD = AD + AD [∵ AD = BD]

= 2AD

= 2 × 8 = 16 একক

সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও উত্তর (SQ)

৫০টি প্রশ্ন

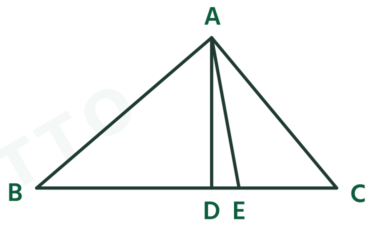
অধ্যায় ৬: রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

প্রশ্ন ১। ত্রিভুজ কাকে বলে? ত্রিভুজ কত প্রকার ও কী কী?

উত্তর:
তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্রকে ত্রিভুজ বলে।
বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার। যথা: সমবায়ু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু।
আবার, কোণভেদেও ত্রিভুজ তিন প্রকার। যথা: সূক্ষ্মকোণী, স্থূলকোণী ও সমকোণী।

প্রশ্ন ২। চিত্রসহ ত্রিভুজের মধ্যমা ও উচ্চতার সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:
ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত অঙ্কিত রেখাংশকে মধ্যমা বলে। আবার, যেকোনো শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর লম্ব-দূরত্বই ত্রিভুজের উচ্চতা।
চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AE মধ্যমা এবং AD উচ্চতা।

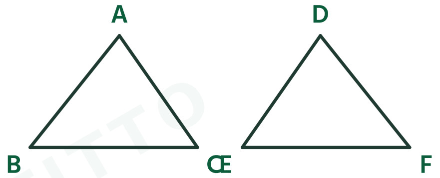


প্রশ্ন ৩। বাহু ও কোণের সর্বসমতা বলতে কী বোঝায়?

উত্তর:
দুইটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুইটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি রেখাংশ সর্বসম হলে এদের দৈর্ঘ্য সমান। দুইটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুইটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি কোণ সর্বসম হলে এদের পরিমাপও সমান।

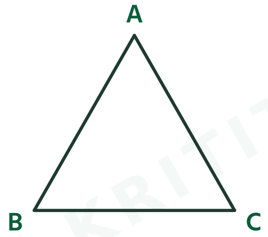
প্রশ্ন ৪। ত্রিভুজের সর্বসমতা ব্যাখ্যা কর।

উত্তর:
একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বায়ু ও অনুরূপ কোণগুলো সমান।
চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সর্বসম।



প্রশ্ন ৫। চিত্রসহ সমবাহু ত্রিভুজের সংজ্ঞা লেখ।

উত্তর:
সমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তা সমবাহু ত্রিভুজ। পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB = BC CA অর্থাৎ বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য সমান। সুতরাং ABC ত্রিভুজটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

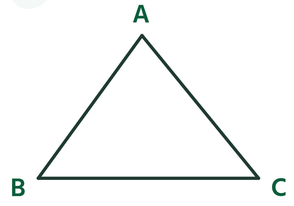


প্রশ্ন ৬। বিষমবাহু ত্রিভুজ বলতে কী বুঝ?

উত্তর:

বিষমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান তা বিষমবাহু ত্রিভুজ। পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB, BC, CA বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান।

সুতরাং ABC ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

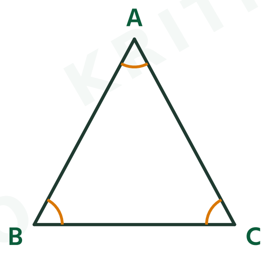


প্রশ্ন ৭। সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। চিত্রে, ABC ত্রিভুজে ∠BAC, ∠ABC, ∠BCA কোণ তিনটির প্রত্যেকটি সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ 90° অপেক্ষা কম।

সুতরাং △ ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

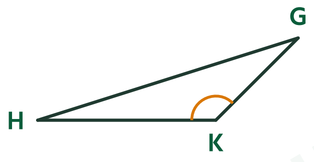


প্রশ্ন ৮। স্থূলকোণী ত্রিভুজ কাকে বলে?

উত্তর:

স্থূলকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ, তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ। পাশের চিত্রে GHK ত্রিভুজে ∠GKH একটি স্থূলকোণ, অপর কোণ দুইটি ∠GHK ও ∠HGK প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ।

সুতরাং △ GHK একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।



প্রশ্ন ৯। ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ বলতে কী বোঝায়?

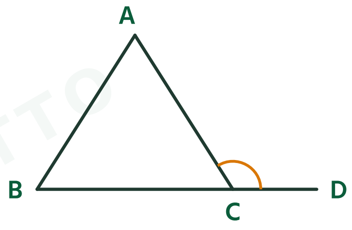
উত্তর:

কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তা ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোন। এই কোণের সন্নিহিত কোণটি ছাড়া ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণকে এই বহিঃস্থ কোণের বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলে।

চিত্রে, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। ∠ACD ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ।

∠BAC ও ∠ABC হচ্ছে বহিঃস্থ ∠ACD এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ।

∠ABC, ∠BAC ও ∠ACB ত্রিভুজটির তিনটি অন্তঃস্থ কোণ।



প্রশ্ন ১০। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC এর AB = AC, কোণ BAC = 70° হলে, কোণ ACB এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

ত্রিভুজ ABC-এ,

∠ABC + ∠ACB + ∠BAC = 180°

বা, ∠ACB + ∠ACB + 70° = 180°

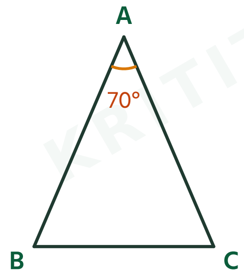
[যেহেতু AB = AC অতএব ∠ACB = ∠ABC]

বা, 2 ∠ACB = 180° − 70°

বা, 2 ∠ACB = 110°

অতএব ∠ACB = 55°

নির্ণেয় ∠ACB এর মান 55°।



প্রশ্ন ১১। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$ হলে, দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

উত্তর:

এখানে, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $= 1 : 1 : \sqrt{2}$

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

অতএব ত্রিভুজের বাহু তিনটি হলো $a = x$ একক, $b = x$ একক এবং $c = \sqrt{2}x$ একক

এখন, $a^2 + b^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 = (\sqrt{2}x)^2 = c^2$

অতএব $a^2 + b^2 = c^2$

ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী হয়।

যেহেতু $a^2 + b^2 = c^2$ এবং দুইটি বাহুর অনুপাত সমান।

সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত 5 : 12 : 13 হলে দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

উত্তর:

এখানে, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত = 5 : 12 : 13

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

অতএব ত্রিভুজের বাহু তিনটি হলো $a = 5x$ একক, $b = 12x$ একক এবং $c = 13x$ একক

এখন, $a^2 + b^2 = (5x)^2 + (12x)^2 = 25x^2 + 144x^2 = 169x^2 = (13x)^2 = c^2$

অতএব $a^2 + b^2 = c^2$

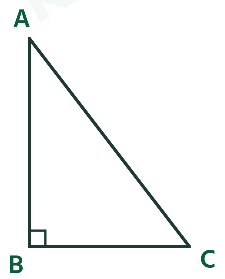
ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী হয়।

যেহেতু ত্রিভুজটিতে $a^2 + b^2 = c^2$

সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩। প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ।

উত্তর:



মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 90°$। প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ।

অর্থাৎ, $\angle A + \angle C = 90°$

প্রমাণ: ত্রিভুজ ABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [যেহেতু ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle A + \angle C = 180° - \angle B = 180° - 90°$

অতএব $\angle A + \angle C = 90°$

অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ১৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x°$ ও $2x°$ হলে, ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাপ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x°$ ও $2x°$। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি এক সমকোণ বা 90°।

অর্থাৎ $4x° + 2x° = 90°$

বা, $6x° = 90°$

বা, $x° = \frac{90°}{6} = 15°$

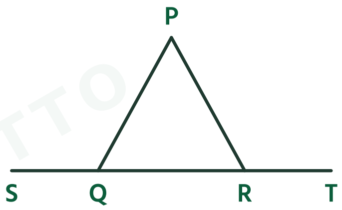
অতএব ক্ষুদ্রতম কোণ = $2x° = 2 \times 15° = 30°$।

অতএব সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাপ 30°

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম কোণ 30°।

প্রশ্ন ১৫। PQR সমবাহু ত্রিভুজের QR বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল নির্ণয় কর।

উত্তর:



ধরি, PQR সমবাহু ত্রিভুজের QR বাহুকে উভয় দিকে S ও T পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। ফলে কোণ PQS ও কোণ PRT দুটি বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হলো।

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60°

$\therefore$ PQR ত্রিভুজে $\angle PQR = \angle PRQ = \angle QPR = 60°$

বহিঃস্থ $\angle PQS$ = বিপরীত অন্তঃস্থ $(\angle QPR + \angle PRQ)$

$\therefore \angle PQS = 60° + 60° = 120°$

আবার, বহিঃস্থ $\angle PRT$ = বিপরীত অন্তঃস্থ $(\angle PQR + \angle QPR)$

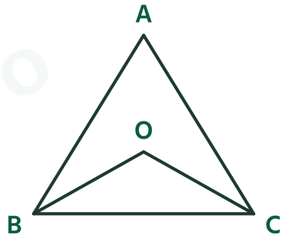
$\therefore \angle PRT = 60° + 60° = 120°$

$\therefore$ বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল = $120° + 120° = 240°$

নির্ণেয় বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল 240°।

প্রশ্ন ১৬। ত্রিভুজ ABC এ কোণ B ও কোণ C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। কোণ A = 50° হলে 2 কোণ BOC এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



এখানে, ত্রিভুজ ABC এ

$\angle A = 50°$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক BQ ও CO পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

আমরা জানি, $\angle BOC = 90° + 1/2 \angle A$

$\therefore 2 \angle BOC = 180° + \angle A = 180° + 50° = 230°$

নির্ণেয় $2 \angle BOC = 230°$।

প্রশ্ন ১৭। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য ৪° হলে, বৃহত্তম কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 8°

ধরি, সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ x°

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ = $x° - 8°$

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি 90°

$\therefore x° + x° - 8° = 90°$

বা, $2x° = 90° + 8°$

বা, $x° = \frac{98°}{2}$

$\therefore x° = 49°$

নির্ণেয় বৃহত্তম কোণ 49°।

প্রশ্ন ১৮। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 6° হলে, ক্ষুদ্রতম কোণ কত হবে?

উত্তর:

দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 6°

ধরি, সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ x°

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ $x° - 6°$

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি 90°

$\therefore x° + x° - 6° = 90°$

বা, $2x° = 90° + 6°$

বা, $x° = \frac{96°}{2} = 48°$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ = $x° - 6° = 48° - 6° = 42°$।

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম কোণ 42°।

প্রশ্ন ১৯। ABC ত্রিভুজে AB = AC এবং AD একটি মধ্যমা হলে, প্রমাণ কর যে, Δ ABD ≅ Δ ACD।

উত্তর:

মনে করি, Δ ABC-এ AB = AC এবং AD মধ্যমা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ABD ≅ Δ ACD

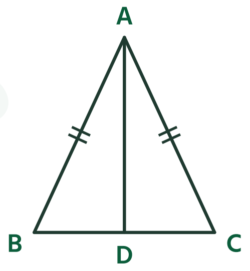
প্রমাণ: Δ ABD ও Δ ACD-এ

AB = AC [দেওয়া আছে]

AD = AD [সাধারণ বাহু]

BD = CD [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore$ Δ ABD ≅ Δ ACD. **(প্রমাণিত)**



প্রশ্ন ২০। সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা 3 সে.মি. হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা, AD = 3 সে.মি.

ধরি, বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

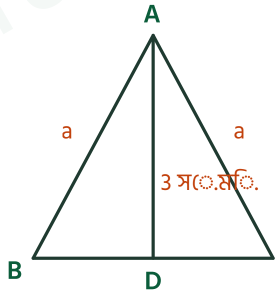
∴ আমরা জানি, AD = $(\frac{\sqrt{3}}{2})a$

বা, $3 = (\frac{\sqrt{3}}{2})a$

বা, $\sqrt{3}a = 3 \times 2$

বা, $a = \frac{3 \times 2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

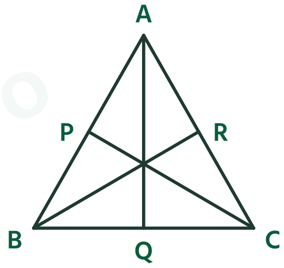
নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সে.মি.।



প্রশ্ন ২১। Δ ABC এর AB, BC এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R হলে, মধ্যমাসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

উত্তর:

চিত্রে Δ ABC এর AB, BC ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q ও R এবং AQ, BR ও CP এর তিনটি মধ্যমা।



অধ্যায় ১৪: অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা

প্রশ্ন ১। অনুপাত ও সমানুপাতের তিনটি ধর্ম লেখ।

উত্তর:

অনুপাত ও সমানুপাতের তিনটি ধর্ম হলো:

(i) a : b = x : y এবং c : d = x : y হলে, a : b = c : d হবে।

(ii) a : b = b : a হলে, a = b হবে।

(iii) a : b = c : d হলে, ad = bc (আড়গুণন)।

প্রশ্ন ২। অনুপাত ও সমানুপাতের যোজন-বিয়োজন সম্পর্কিত ধর্ম লেখ।

উত্তর:

অনুপাত ও সমানুপাতের যোজন বিয়োজন সম্পর্কিত ধর্ম হলো:

(i) a : b = x : y হলে, a + b : b = x + y : y হবে (যোজন)

এবং a − b : b = x − y : y হবে (বিয়োজন)।

(ii) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (যোজন ও বিয়োজন)।

প্রশ্ন ৩। অনুপাত ও সমানুপাতের ব্যস্তকরণ ও একান্তরকরণ সম্পর্কিত ধর্ম লেখ।

উত্তর:

অনুপাত ও সমানুপাতের ব্যস্তকরণ ধর্মটি হলো:

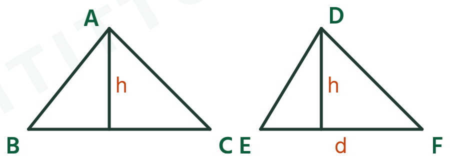
ব্যস্তকরণ: a : b = x : y হলে, b : a = y : x হবে।

একান্তরকরণ: a : b = x : y হলে, a : x = b : y হবে।

প্রশ্ন ৪। দুইটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে তাদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি কেমন হবে?

উত্তর:

মনে করি, ত্রিভুজদ্বয় ABC ও DEF এর ভূমি যথাক্রমে BC = a, EF = d এবং উভয় ক্ষেত্রে উচ্চতা h.



সুতরাং, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times a \times h$

ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times d \times h$

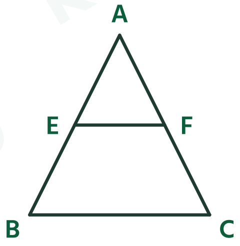
অতএব, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times a \times h : \frac{1}{2} \times d \times h = a : d = BC : EF$.

সুতরাং, দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক হবে।

প্রশ্ন ৫। চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে BC ও EF এর অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর:

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।



অর্থাৎ $EF = \frac{1}{2} BC$

বা, $2EF = BC$

বা, $\frac{BC}{EF} = \frac{2}{1}$

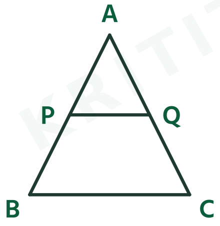
$\therefore BC : EF = 2 : 1$

নির্ণেয় অনুপাত 2 : 1.

প্রশ্ন ৬। Δ ABC এ PQ ∥ BC হলে, AP : PB = কত?

উত্তর:

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।



চিত্রে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল PQ সরলরেখা AB ও AC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

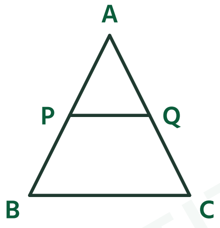
বা, AP : PB = AQ : QC.

নির্ণেয় AP : PB = AQ : QC.

প্রশ্ন ৭। Δ ABC এর ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি. এবং AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে, Δ APQ এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

দেওয়া আছে, Δ ABC-এর ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি.।



চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু P ও Q.

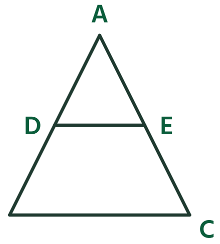
$\therefore$ Δ APQ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4} \times$ Δ ABC এর ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{4} \times 48$ বর্গ সে.মি. = 12 বর্গ সে.মি.

নির্ণেয় ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি.।

প্রশ্ন ৮। ত্রিভুজ ABC-এ DE || BC, AD = 3 মিটার এবং AE = 2 মিটার হলে, AB : AC = কত?

উত্তর:



আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজকে অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

চিত্র হতে পাই, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

বা, $\frac{BD}{AD} = \frac{EC}{AE}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $\frac{BD + AD}{AD} = \frac{EC + AE}{AE}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$ [একান্তরকরণ করে]

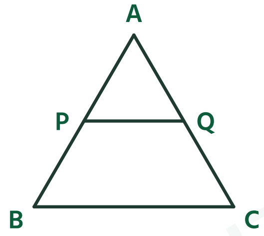
বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}$

অতএব, AB : AC = 3 : 2.

নির্ণেয় AB : AC = 3 : 2.

প্রশ্ন ৯। ত্রিভুজ ABC এর BC বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ AB ও AC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। AB : AP = 15 : 14 এবং AC = 60 মিটার হলে, CQ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



দেওয়া আছে,

AB : AP = 15 : 14 এবং AC = 60 মিটার

যেহেতু ত্রিভুজ ABC এ PQ || BC

সুতরাং $\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ}$

বা, $\frac{15}{14} = \frac{60}{AQ}$

বা, $AQ = \frac{60 \times 14}{15}$

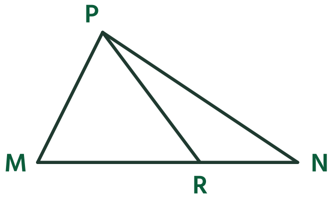
অতএব, AQ = 56

অতএব, CQ = AC − AQ = (60 − 56) = 4 মিটার

নির্ণেয় CQ এর মান 4 মিটার।

প্রশ্ন ১০। ত্রিভুজ PMN এর ক্ষেত্রফল 16 বর্গ সে.মি. এবং $\frac{MR}{MN} = \frac{3}{4}$ হলে, ত্রিভুজ PMR এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর:



এখানে, ত্রিভুজ PMN এর ক্ষেত্রফল = 16 বর্গ সে.মি. এবং $\frac{MR}{MN} = \frac{3}{4}$.

আবার, ΔPMR এবং ΔPMN এর উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\frac{\Delta PMR}{\Delta PMN} = \frac{MR}{MN}$

বা, $\frac{\Delta PMR}{16} = \frac{3}{4}$

বা, $\Delta PMR = \frac{3 \times 16}{4}$

অতএব, ΔPMR = 12

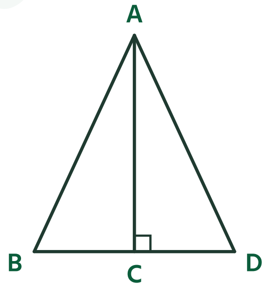
নির্ণেয় ΔPMR এর ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি.।

প্রশ্ন ১১। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. এবং ΔACD এর ক্ষেত্রফল 80 বর্গ সে.মি. হলে, BC : CD = কত?

উত্তর:

এখানে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. এবং ΔACD এর ক্ষেত্রফল 80 বর্গ সে.মি.।

আবার, ΔABC ও ΔACD এর উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।



অর্থাৎ, $\frac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{BC}{CD}$

বা, $\frac{32}{80} = \frac{BC}{CD}$

বা, $\frac{BC}{CD} = \frac{2}{5}$

অতএব, BC : CD = 2 : 5

নির্ণেয় অনুপাত 2 : 5.

প্রশ্ন ১২। ΔABC ও ΔDEF এর ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 100 বর্গ সে.মি. ও 120 বর্গ সে.মি.। উচ্চতা সমান হলে ভূমির অনুপাত কত?

উত্তর:

এখানে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং ΔDEF এর ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি.।

ধরি, ABC ত্রিভুজের ভূমি a এবং DEF ত্রিভুজের ভূমি b.

উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

অর্থাৎ $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{100}{120} = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$

অতএব, a : b = 5 : 6

নির্ণেয় ভূমির অনুপাত 5 : 6.

প্রশ্ন ১৩। ΔPQR ও ΔXYZ এর উচ্চতা একই এবং ভূমি যথাক্রমে 7 ও 8 সে.মি. হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, ΔPQR এর ভূমি QR = 7 সে.মি. এবং ΔXYZ এর ভূমি YZ = 8 সে.মি.।

উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হওয়ায় এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\frac{\Delta PQR}{\Delta XYZ} = \frac{QR}{YZ}$

বা, $\frac{\Delta PQR}{\Delta XYZ} = \frac{7}{8}$

অতএব, ΔPQR : ΔXYZ = 7 : 8

নির্ণেয় ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত 7 : 8.

অধ্যায় ১৫: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

প্রশ্ন ১। সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলতে কী বোঝ?

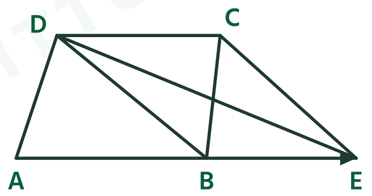
উত্তর:

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতলক্ষেত্রের নির্দিষ্ট পরিমাপ রয়েছে যাকে ক্ষেত্রফল বলে। এই ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। যেমন, যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার তার ক্ষেত্রফল হবে এক বর্গ সেন্টিমিটার।

প্রশ্ন ২। একটি ত্রিভুজ আঁক যার ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

উত্তর:

চিত্রে, DAE অঙ্কিত ত্রিভুজ যার ক্ষেত্রফল ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



প্রশ্ন ৩। পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ।

উত্তর:

পিথাগোরাসের উপপাদ্য: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

প্রশ্ন ৪। কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

উত্তর:

মনে করি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক

বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a$ একক

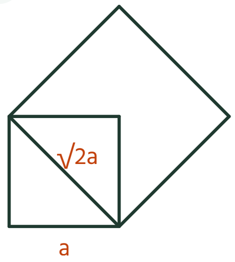
∴ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল

= $(\sqrt{2}a)^2$ বর্গ একক

= $2a^2$ বর্গ একক

= 2 × বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।



প্রশ্ন ৫। ত্রিভুজ PQR এ, ∠Q = 90°, PQ = 5 সে.মি., QR = 12 সে.মি. হলে, PR এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, ত্রিভুজ PQR এ, ∠PQR = 90°।

PQ = 5 সে.মি. এবং QR = 12 সে.মি.।

পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$= (5)^2 + (12)^2$

$= 25 + 144$

$= 169$

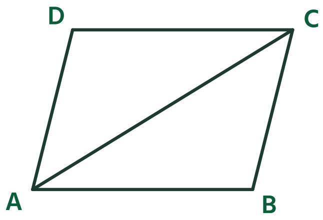
বা, PR = $\sqrt{169}$

PR = 13

অতএব, PR এর মান 13 সে.মি.।

প্রশ্ন ৬। কোনো ত্রিভুজ ও সামান্তরিক একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মাঝে অবস্থিত হলে দেখাও যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

উত্তর:



চিত্রে, ABCD একটি সামান্তরিক।

সামান্তরিকের বাহু AB = বাহু CD এবং বাহু AD = বাহু BC ।

প্রমাণ করতে হবে যে: Δ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{2}$ × সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD

প্রমাণ: Δ ABC ও Δ ADC-এ,

AB = CD [দেওয়া আছে]

BC = AD [দেওয়া আছে]

এবং AC = AC [সাধারণ বাহু]

∴ Δ ABC ≅ Δ ADC

∴ সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD = Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র ADC

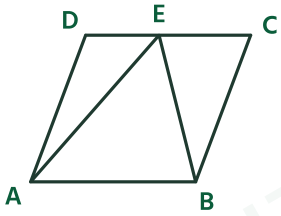
= Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র ABC

= 2 Δ ক্ষেত্র ABC

∴ Δ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{2}$ × সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৭। ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ মি. হলে, Δ ABE এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:



আমরা জানি, কোনো সামান্তরিক ও ত্রিভুজ একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

∴ Δ ABE এর ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{2}$ × ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{2}$ × 120 বর্গ মিটার = 60 বর্গমিটার

নির্ণেয় Δ ABE এর ক্ষেত্রফল 60 বর্গমিটার।

প্রশ্ন ৮। Δ ABC-এ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে, ∠B এর মান কত?

উত্তর:

Δ ABC-এ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী Δ ABC-এ অতিভুজ হচ্ছে AC

সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°

নির্ণেয় ∠B এর মান 90°।

প্রশ্ন ৯। যদি Δ ABC-এর $AB^2 + BC^2 = AC^2$ হয়, তবে ∠A + ∠C = কত?

উত্তর:

Δ ABC-এ, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী Δ ABC-এ অতিভুজ হচ্ছে AC

সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°

∴ বাহু AC এর বিপরীত কোণ ∠B = 90°

আমরা জানি, ত্রিভুজের সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর দুই কোণের সমষ্টি 90°

∴ ∠A + ∠C = 90°।

প্রশ্ন ১০। Δ PQR-এ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ এবং $\angle P = 50°$ হলে, $\angle R$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

Δ PQR-এ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী Δ PQR-এ অতিভুজ হচ্ছে PR

সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°

অর্থাৎ, $\angle Q = 90°$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

$\therefore \angle P + \angle Q + \angle R = 180°$

বা, $50° + 90° + \angle R = 180°$

বা, $140° + \angle R = 180°$

বা, $\angle R = 180° - 140$

$\therefore \angle R = 40°$

নির্ণেয় $\angle R$ এর মান 40°।

প্রশ্ন ১১। 40 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট Δ ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে, Δ AXY এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

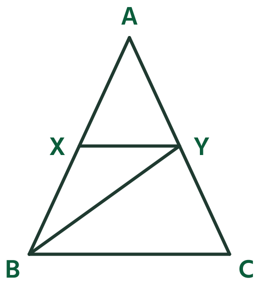
দেওয়া আছে, Δ ABC এর ক্ষেত্রফল = 40 বর্গমিটার

Y, AC এর মধ্যবিন্দু বলে, Δ ক্ষেত্র ABY = $\frac{1}{2} \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC

এবং X, AB এর মধ্যবিন্দু বলে, Δ ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{2} \times \Delta$ ক্ষেত্র ABY

= $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{4} \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{4} \times 40 = 10$ বর্গমিটার

$\therefore \Delta$ AXY এর ক্ষেত্রফল 10 বর্গমিটার।



প্রশ্ন ১২। Δ ABC এর ক্ষেত্রফল 144 বর্গ সে.মি. এবং AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q হলে, Δ ABQ এর ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর:

দেওয়া আছে, Δ ABC এর ক্ষেত্রফল = 144 বর্গ সে.মি.

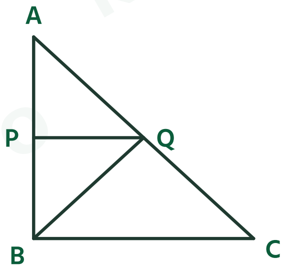
Q, AC এর মধ্যবিন্দু বলে, Δ ABQ এর ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{2} \times \Delta$ ABC এর ক্ষেত্রফল

= $\frac{1}{2} \times 144$ বর্গমিটার

= 72 বর্গমিটার

$\therefore \Delta$ ABQ এর ক্ষেত্রফল 72 বর্গমিটার।



প্রশ্ন ১৩। Δ ABC-এ, $\angle A = 90°$, AC = 12 সে.মি. ও AB = 5 সে.মি. হলে, BC = কত সে.মি.?

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\angle A = 90°$, AC = 12 সে.মি. এবং AB = 5 সে.মি.

চিত্র হতে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$

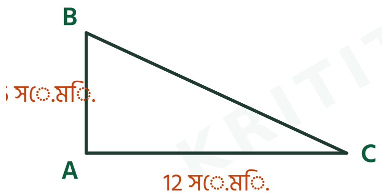
বা, $BC^2 = (5)^2 + (12)^2$

বা, $BC^2 = 25 + 144$

বা, $BC^2 = 169$

$\therefore BC = \sqrt{169} = 13$

নির্ণেয় মান: BC = 13 সে.মি.।



প্রশ্ন ১৪। একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল তার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

উত্তর:

ধরি, সরলরেখার দৈর্ঘ্য x একক

∴ সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল, $a_1 = x^2$ বর্গ একক

আবার, সরলরেখার অর্ধেকের দৈর্ঘ্য = $\frac{x}{2}$ একক

∴ অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল, $a_2 = (\frac{x}{2})^2$ বর্গ একক = $\frac{x^2}{4}$ বর্গ একক

এখন, $a_1 : a_2 = x^2 : \frac{x^2}{4} = 1 : \frac{1}{4} = 4 : 1$

∴ a_1 এর ক্ষেত্রফল a_2 এর ক্ষেত্রফলের চারগুণ।

অর্থাৎ সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল তার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের চারগুণ।

প্রশ্ন ১৫। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 144 বর্গ একক এবং ভূমি 12 একক হলে, ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?

উত্তর:

দেওয়া আছে,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 144 বর্গ একক এবং ভূমি = 12 একক

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

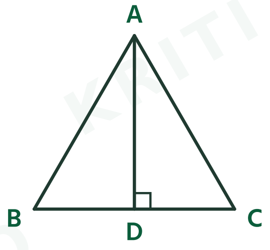
বা, 144 = $\frac{1}{2}$ × 12 × উচ্চতা

∴ উচ্চতা = $\frac{144}{6}$ = 24

নির্ণেয় উচ্চতা 24 একক।

প্রশ্ন ১৬। চিত্রে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD ⊥ BC, BD = 5 সে.মি. হলে, AD এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তর:



যেহেতু ABC ত্রিভুজটি সমবাহু সেহেতু AB = BC = AC.

আবার, AD ⊥ BC. সুতরাং BC = 2 × BD = 2 × 5 = 10 সে.মি.।

অর্থাৎ AB = BC = 10 সে.মি.।

Δ ABD এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$

$= \sqrt{10^2 - 5^2}$

$= \sqrt{100 - 25}$

$= \sqrt{75}$ = 8.66 সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় BD এর দৈর্ঘ্য 8.66 সে.মি. (প্রায়)।

সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১৫টি প্রশ্ন • প্রতিটি ১০ নম্বর

অধ্যায় ৬: রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

১ ঢাকা বোর্ড ২০২৪

ABC একটি ত্রিভুজের ∠ACD ও ∠ABE দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

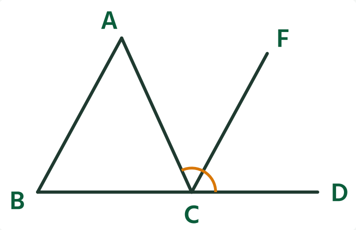
(ক) প্রমাণ কর যে, ∠ACD = ∠BAC + ∠ABC. ২

(খ) প্রমাণ কর যে, ∠ACD + ∠ABE > 2 সমকোণ। ৪

(গ) F, BC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, AB + AC > 2AF. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২



মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় ∠ACD বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ACD = ∠BAC + ∠ABC.

অঙ্কন: C বিন্দু দিয়ে BA-এর সমান্তরাল CF অঙ্কন করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. AB ও CF সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক।

∴ ∠BAC = ∠ACF [একান্তর কোণ]

ধাপ ২. আবার, BA ও CF সমান্তরাল এবং BCD ছেদক।

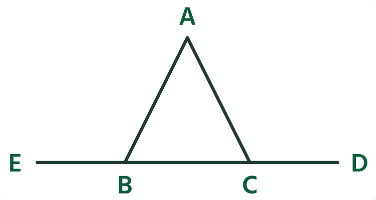
∴ ∠ABC = ∠FCD [অনুরূপ কোণ]

ধাপ ৩. অতএব, ∠BAC + ∠ABC = ∠ACF + ∠FCD. [(১) ও (২) থেকে]

বা, ∠BAC + ∠ABC = ∠ACD [∠ACD = ∠ACF + ∠FCD]

∴ ∠ACD = ∠BAC + ∠ABC. **(প্রমাণিত)**

(খ) ৪



মনে করি, ΔABC এ ∠ABE এবং ∠ACD দুইটি বহিঃস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABE + ∠ACD > দুই সমকোণ।

প্রমাণ: ধাপ ১. ΔABC-এ

বহিঃস্থ ∠ABE = বিপরীত অন্তঃস্থ (∠ACB + ∠BAC)

∴ ∠ABE = ∠ACB + ∠BAC

ধাপ ২. ΔABC-এ

বহিঃস্থ ∠ACD = বিপরীত অন্তঃস্থ (∠ABC + ∠BAC)

∴ ∠ACD = ∠ABC + ∠BAC

ধাপ ৩. (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, ∠ABE + ∠ACD = ∠ACB + ∠BAC + ∠ABC + ∠BAC

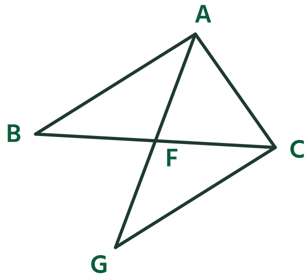
বা, ∠ACD + ∠ABE = (∠ABC + ∠ACB + ∠BAC) + ∠BAC

বা, ∠ACD + ∠ABE = 2 সমকোণ + ∠BAC [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণের সমান]

∴ ∠ACD + ∠ABE > 2 সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু F। A, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AF.



অঙ্কন: AF কে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AF = FG হয়। G, C যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. ΔABF এবং ΔGCF-এ,

BF = CF [∵ F, BC-এর মধ্যবিন্দু]

AF = GF [অঙ্কন অনুসারে]

∠AFB = ∠GFC [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ΔABF ≅ ΔGCF [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ AB = GC

ধাপ ২. এখন, ΔAGC-এ,

AC + GC > AG [∵ ত্রিভুজের দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, AC + AB > AF + FG [ধাপ (১) থেকে]

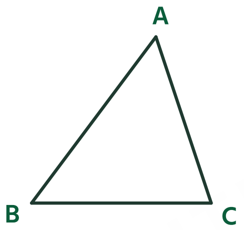
বা, AB + AC > AF + AF

∴ AB + AC > 2AF. **(প্রমাণিত)**

২

কুমিল্লা বোর্ড ২০২৪

চিত্রে AB > AC



(ক) কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

(খ) M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, MN || BC. ৪

(গ) ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, ∠APC সূক্ষ্মকোণ। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

শর্তমতে, $\pi r^2 = 100$

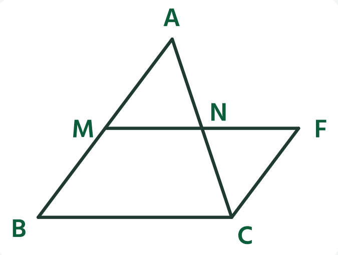
বা, $r^2 = \frac{100}{\pi} = \frac{100}{3.1416} = 31.83$

বা, $r = \sqrt{31.83} = 5.641$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5.641 সে.মি. (প্রায়)

(খ) ৪

মনে করি, ABC ত্রিভুজে (AB > AC)M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, MN || BC.



অঙ্কন: M, N যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন MN = NF হয়। C, F যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১: ΔAMN ও ΔNCF-এ

AN = CN [N, AC এর মধ্যবিন্দু]

MN = NF [অঙ্কনানুসারে]

∠ANM = ∠CNF [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ΔAMN ≅ ΔCNF [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

AM = CF বা, BM = CF [∵ AM = BM]

∠AMN = ∠NFC [একান্তর কোণ]

∴ AM || CF বা, BM || CF

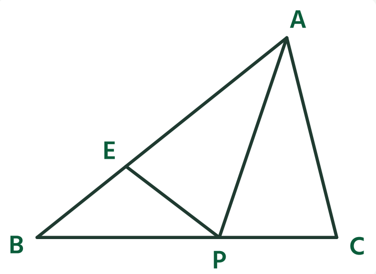
∴ BCFM একটি সামান্তরিক

∴ MF || BC

অর্থাৎ MN || BC. **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

দেওয়া আছে, ΔABC-এর AB > AC এবং ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠APC সূক্ষ্মকোণ।



অঙ্কন: AB বাহু হতে AC-এর সমান AE অংশ কাটি এবং P, E যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. ΔAEP ও ΔACP-এ, AE = AC [অঙ্কন অনুসারে]

AP = AP [সাধারণ বাহু]

∠PAE = ∠CAP [∵ AP, ∠A-এর সমদ্বিখণ্ডক]

∴ ΔAEP ≅ ΔACP [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, ∠APE = ∠APC

সুতরাং ∠APB > ∠APE [∵ ∠APE, ∠APB-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ ∠APB > ∠APC [∵ ∠APC = ∠APE]

∴ ∠APB স্থূলকোণ।

[∵ ∠APB ও ∠APC-এর সমষ্টি এক সরলকোণ।]

যেহেতু ∠APB এবং ∠APC সন্নিহিত কোণ

∴ ∠APC < 90°

∴ ∠APC সূক্ষ্মকোণ **(প্রমাণিত)**

৩ সিলেট বোর্ড ২০২৪

ΔABC-এ AD, BF ও CE তিনটি মধ্যমা।

(ক) AB = AC হলে, প্রমাণ কর যে, ΔABD ≅ ΔACD. ২

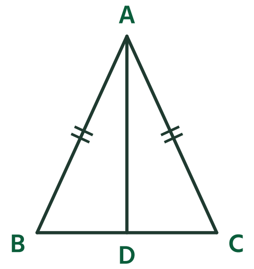
(খ) প্রমাণ কর যে, EF || BC এবং EF = $\frac{1}{2}$BC. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, AD + BF + CE < AB + BC + AC. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, ΔABC-এ $AB = AC$ এবং AD মধ্যমা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$



প্রমাণ: ΔABD ও ΔACD-এ

$AB = AC$ [দেওয়া আছে]

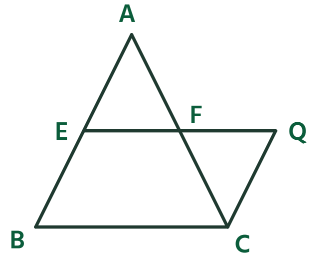
$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

$BD = CD$ [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$. **(প্রমাণিত)**

(খ) 8

মনে করি, ΔABC-এর AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু E এবং F. প্রমাণ করতে হবে যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}$ BC।



অঙ্কন: E, F যোগ করি এবং Q পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EF = FQ$ হয়। Q এবং C যোগ করি।

প্রমাণ: ΔAEF এবং ΔCQF এর মধ্যে

$EF = FQ$ [অঙ্কনানুসারে]

$AF = CF$ [$\because$ AC এর মধ্যবিন্দু F]

এবং $\angle AFE = \angle CFQ$ [বিপ্রতীপ কোণ]

সুতরাং $\Delta AEF \cong \Delta CQF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $AE = CQ$ এবং $\angle EAF = \angle QCF$

আবার E, AB এর মধ্যবিন্দু বলে $AE = BE$

ফলে, $BE = CQ$

আবার, $\angle EAF =$ একান্তর $\angle QCF$ বলে $AE \parallel CQ$ বা $AB \parallel CQ$

অর্থাৎ $BE \parallel CQ$

এখন, BCQE চতুর্ভুজে BE ও CQ পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে EQ ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হবে।

সুতরাং $EF \parallel BC$

আবার, $EQ = BC$

বা, $EF + FQ = BC$ [$\because EQ = EF + FQ$]

বা, $EF + EF = BC$ [$\because FQ = EF$]

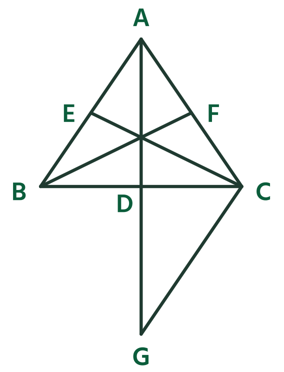
বা, $2EF = BC$

$\therefore EF = \frac{1}{2} BC$

অতএব $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}$ BC. **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

মনে করি, ΔABC এর AD, BF, CE তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$.



অঙ্কন: AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন AD = DG হয়। C, G যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. ΔABD ও ΔCDG-এ

BD = CD [∵ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

AD = DG [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDG$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = CG$

ধাপ ২. ΔACG –এ,

$AC + CG > AG$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DG$

বা, $AB + AC > AD + AD$ [∵ DG = AD]

$\therefore AB + AC > 2AD$

একইভাবে, $AB + BC > 2BF$ এবং $BC + AC > 2CE$

ধাপ ৩. $2(AB + BC + AC) > 2(AD + BF + CE)$ [ধাপ (২) হতে]

বা, $AB + BC + AC > AD + BF + CE$

$\therefore AD + BF + CE < AB + BC + AC$. **(প্রমাণিত)**

৪

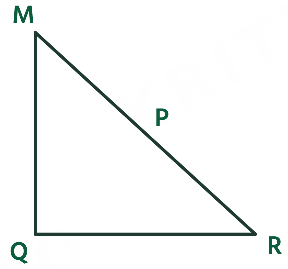
বরিশাল বোর্ড ২০২৪

চিত্রে PM = PR.

(ক) প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

(খ) L, MQ এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}$ QR = LP. ৪

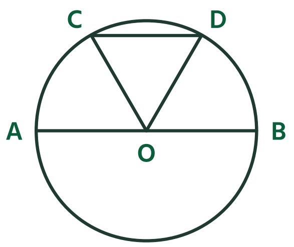
(গ) PQ = PR হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle MQR = 90°$. ৪



৪ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB > CD. অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।



অঙ্কন: O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ: OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD-এ, OC + OD > CD

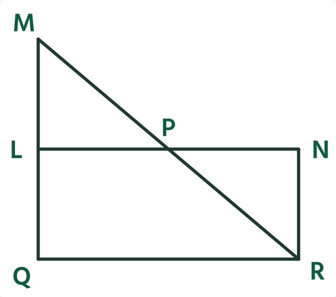
[∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, OA + OB > CD [∵ OA = OB = OC = OD]

∴ AB > CD. অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

(খ) 8

এখানে ΔMQR-এ L ও P যথাক্রমে MQ এবং MR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}$ QR = LP.



অঙ্কন: L, P যোগ করি। LP কে N পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন LP = PN হয়। N, R যোগ করি।

প্রমাণ: ΔMLP ও ΔPNR এর মধ্যে

PM = PR [দেওয়া আছে]

LP = PN [অঙ্কনানুসারে]

∠MPL = ∠RPN [বিপরীত কোণ]

∴ ΔMLP ≅ ΔPNR [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

ML = RN এবং ∠MLP = ∠PNR

আবার, ∠LMP = ∠NRP [একান্তর কোণ]

ML || RN বা, MQ || RN অর্থাৎ LQ || RN

আবার, LQ = ML = RN এবং LQ || RN

সুতরাং LQRN একটি চতুর্ভুজ।

∴ LN || QR বা LP || QR

আবার, LN = QR

বা, LP + PN = QR

বা, LP + LP = QR

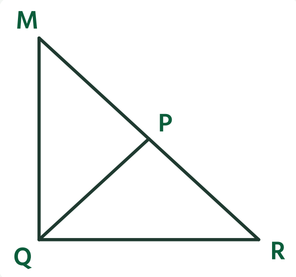
বা, 2LP = QR বা, LP = $\frac{1}{2}$ QR

∴ $\frac{1}{2}$ QR = LP. **(প্রমাণিত)**

(গ) 8

দেওয়া আছে, △ MQR − PQ = PR

প্রমাণ করতে হবে যে ∠MQR = 90°



প্রমাণ:

△ PQR এ PQ = PR [দেওয়া আছে]

∴ ∠PRQ = ∠PQR

অর্থাৎ ∠MRQ = ∠PQR

PQ = PM [অঙ্কন অনুসারে]

∴ ∠PMQ = ∠PQM

অর্থাৎ ∠RMQ = ∠PQM

△ MQR এ, ∠MQR + ∠MRQ + ∠RMQ = 180°

বা, ∠MQR + ∠PQR + ∠PQM = 180°

বা, ∠MQR + ∠MQR = 180°

বা, 2∠MQR = 180°

∴△ MQR = 90° **(প্রমাণিত)**

৫ ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২৪

ΔABC ত্রিভুজের $AB > AC$ এবং AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা।

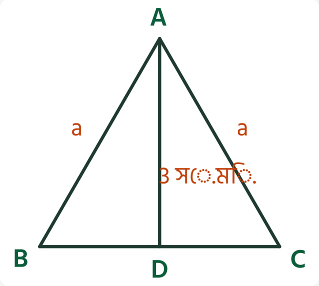
(ক) সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা 3 সে.মি. হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. ৪

(গ) $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP হলে, প্রমাণ কর $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২



দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা, AD = 3 সে.মি.

ধরি, বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

$\therefore$ আমরা জানি, $AD = (\frac{\sqrt{3}}{2})a$

বা, $3 = (\frac{\sqrt{3}}{2})a$

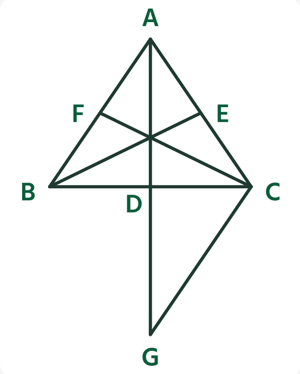
বা, $\sqrt{3}a = 3 \times 2$

বা, $a = \frac{3 \times 2}{\sqrt{3}}$

$\therefore a = 2\sqrt{3}$

নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সে.মি.

(খ) ৪



মনে করি, ΔABC এর AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$.

অঙ্কন: AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন AD = DG হয়। C, G যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. ΔABD ও ΔCDG-এ

BD = CD [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

AD = DG [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDG$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = CG$

ধাপ ২. ΔACG-এ,

$AC + CG > AG$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DG$

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DG = AD$]

$\therefore AB + AC > 2AD$

একইভাবে, $AB + BC > 2BE$

এবং $BC + AC > 2CF$

ধাপ ৩. $2(AB + BC + AC) > 2(AD + BE + CF)$ [ধাপ (২) হতে]

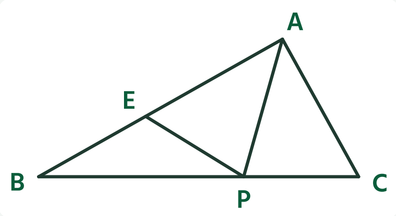
বা, $AB + BC + AC > AD + BE + CF$

$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$. **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

দেওয়া আছে, ΔABC-এর $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APB$ স্থূলকোণ।

অঙ্কন: AB বাহু হতে AC-এর সমান AE অংশ কাটি এবং P, E যোগ করি।



প্রমাণ: ধাপ ১. ΔAEP ও ΔACP-এ, $AE = AC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AP = AP$ [সাধারণ বাহু]

$\angle PAE = \angle CAP$ [$\because$ AP, $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\therefore \Delta AEP \cong \Delta ACP$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle APE = \angle APC$

সুতরাং $\angle APB > \angle APE$ [$\because$ $\angle APE$, $\angle APB$-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle APB > \angle APC$ [$\because$ $\angle APC = \angle APE$]

$\therefore$ $\angle APB$ স্থূলকোণ। [$\because$ $\angle APB$ ও $\angle APC$-এর সমষ্টি এক সরলকোণ।] **(প্রমাণিত)**

৬ কুমিল্লা বোর্ড ২০২০

ΔMNP এর Q, R ও S যথাক্রমে MN, MP এবং NP এর মধ্যবিন্দু।

(ক) 4 সে.মি. বাহুর দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [বিবরণ প্রয়োজন নেই] ২

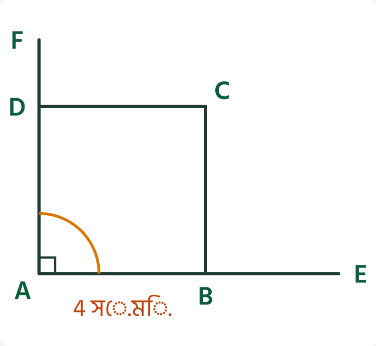
(খ) প্রমাণ কর যে, $MS + NR + PQ < MN + NP + MP$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $QR = \frac{1}{2}$ NP এবং $QR \parallel NP$. ৪

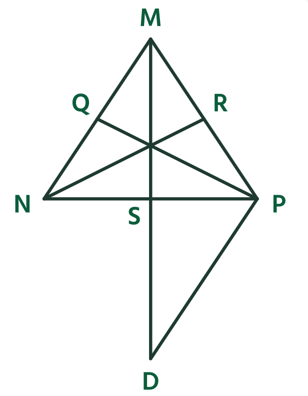
৬ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

ABCD বর্গ অঙ্কন করা হলো যার বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = BC = CD = AD = 4$ সে.মি.।



(খ) 8



এখানে, ΔMNP এর Q, R ও S যথাক্রমে MN, MP এবং NP এর মধ্যবিন্দু। M, S; N, R এবং Q, P যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MS + NR + PQ < MN + NP + MP$.

অঙ্কন: MS কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $MS = SD$ হয়। P, D যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১: ΔMNS ও ΔSPD এ

$NS = SP$ [$\because$ NP এর মধ্যবিন্দু S]

$MS = SD$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং $\angle MSN = \angle PSD$ [বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \Delta MNS \cong \Delta SPD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore MN = PD$

ধাপ ২: ΔMPD-এ,

$MP + PD > MD$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $MP + MN > MS + SD$ [$\because PD = MN$ এবং $MD = MS + SD$]

বা, $MP + MN > MS + MS$ [$\because MS = SD$]

বা, $MP + MN > 2MS$

একইভাবে, $MN + NP > 2NR$

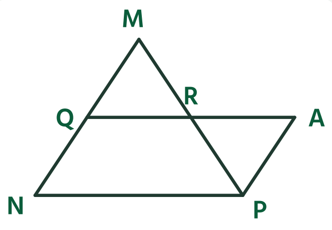
এবং $NP + MP > 2PQ$

ধাপ ৩: $2(MN + NP + MP) > 2(MS + NR + PQ)$ [ধাপ ২ হতে]

বা, $MN + NP + MP > MS + NR + PQ$

$\therefore MS + NR + PQ < MN + NP + MP$. **(প্রমাণিত)**

(গ) 8



এখানে, ΔMNP এর MN ও MP এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও R। Q ও R যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR = \frac{1}{2}$ NP এবং $QR \parallel NP$।

অঙ্কন: QR কে A পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $QR = RA$ হয়। A এবং P যোগ করি।

প্রমাণ: ΔMQR এবং ΔAPR এর মধ্যে

$QR = AR$ [অঙ্কনানুসারে]

$MR = PR$ [$\because$ MP এর মধ্যবিন্দু R]

এবং $\angle MRQ = \angle ARP$ [বিপ্রতীপ কোণ]

সুতরাং $\Delta MQR \cong \Delta APR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $MQ = AP$ এবং $\angle QMR = \angle APR$

আবার Q, MN এর মধ্যবিন্দু বলে $MQ = NQ$

ফলে, $NQ = AP$

আবার, $\angle QMR$ = একান্তর $\angle APR$ বলে $MQ \parallel PQ$

বা $MN \parallel PA$

অর্থাৎ $NQ \parallel PA$

এখন, NPAQ চতুর্ভুজে NQ ও PA পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে $QA \parallel NP$ হবে।

সুতরাং $QR \parallel NP$

আবার, $QA = NP$

বা, $QR + AR = NP$

বা, $QR + QR = NP$ [$\because QR = AR$]

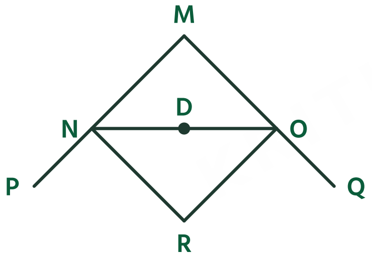
বা, 2QR = NP

∴ $QR = \frac{1}{2}$ NP

অতএব $QR = \frac{1}{2}$ NP এবং QR || NP. **(প্রমাণিত)**

৭

বরিশাল বোর্ড ২০২০



চিত্রে, ND = OD, ∠PNR = ∠ONR এবং ∠QOR = ∠NOR.

(ক) যদি ∠PNR = 55° এবং MN = MO হয়, তবে ∠NMO এর মান নির্ণয় কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, MN + MO > 2MD. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, 2∠NRO + ∠NMO = 180°. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

দেওয়া আছে, ∠PNR = ∠ONR = 55°

∴ ∠PNO = ∠PNR + ∠ONR = 55° + 55° = 110°

আবার, ∠MNP = 180° [এক সরলকোণ]

বা, ∠MNO + ∠PNO = 180°

বা, ∠MNO + 110° = 180°

বা, ∠MNO = 180° − 110° = 70°

আবার, ΔMNO হতে,

∠MNO + ∠MON + ∠NMO = 180° [∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, ∠MNO + ∠MNO + ∠NMO = 180° [MN = MO হওয়ায় ∠MNO = ∠MON]

বা, 2∠MNO + ∠NMO = 180°

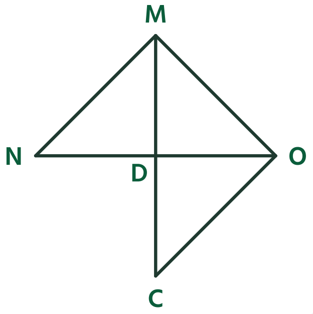
বা, 2 × 70° + ∠NMO = 180°

বা, 140° + ∠NMO = 180°

বা, ∠NMO = 180° − 140° = 40°

নির্ণেয় ∠NMO এর মান: 40°.

(খ) ৪



এখানে, ΔMNO এ ND = OD। M, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, MN + MO > 2MD.

অঙ্কন: MD কে C পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন MD = CD হয়। C, O যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১: ΔMND ও ΔCOD-এ,

ND = OD [দেওয়া আছে]

MD = CD [অঙ্কনানুসারে]

∠MDN = ∠CDO [বিপ্রতীপ কোণ]

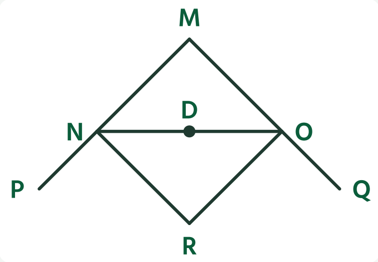
∴ ΔMND ≅ ΔCOD [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ MN = CO

আবার, MC = MD + CD

ধাপ ২: এখন, ΔMCO –এ
$MO + CO > MC$ [∵ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $MO + MN > MD + CD$ [ধাপ (১) হতে]
বা, $MN + MO > MD + MD$ [অঙ্কনানুসারে]
$\therefore MN + MO > 2MD$. **(প্রমাণিত)**

(গ) 8



এখানে, $\angle PNR = \angle ONR$ এবং $\angle QOR = \angle NOR$
প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle NRO + \angle NMO = 180°$.
প্রমাণ: ধাপ ১: ΔMNO-এ,
$\angle NMO + \angle MON + \angle ONM = 180°$ [∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]
ΔMNO –এর বহিঃস্থ $\angle PNO = \angle NMO + \angle MON$
[∵ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।]
অনুরূপভাবে, $\angle QON = \angle NMO + \angle ONM$
ধাপ ২: এখন, ΔNRO-এ,
$\angle NRO + \angle RNO + \angle NOR = 180°$ [∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle PNO + \frac{1}{2}\angle QON = 180°$
[∵ $\angle PNR = \angle ONR$ এবং $\angle QOR = \angle NOR$]
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}(\angle NMO + \angle MON) + \frac{1}{2}(\angle NMO + \angle ONM) = 180°$ [ধাপ (১) হতে]
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}(\angle NMO + \angle MON + \angle NMO + \angle ONM) = 180°$
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}(180° + \angle NMO) = 180°$ [ধাপ (১) হতে]
বা, $\angle NRO + 90° + \frac{1}{2}\angle NMO = 180°$
বা, $\angle NRO = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle NMO$
বা, $\angle NRO = 90° - \frac{1}{2}\angle NMO$
বা, $2\angle NRO = 180° - \angle NMO$
$\therefore 2\angle NRO + \angle NMO = 180°$. **(প্রমাণিত)**

অধ্যায় ১৪: অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা

১ ঢাকা বোর্ড ২০২০

ΔPQR ও ΔXYZ –এ, $\angle P = \angle X$, $\angle Q = \angle Y$, $\angle R = \angle Z$.

(ক) একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক) ২

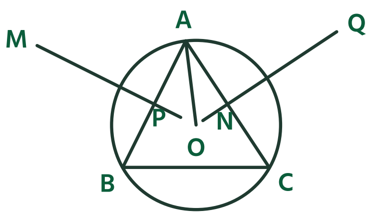
(খ) প্রমাণ করো যে, $\frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$. 8

(গ) ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতেছেদ করে এবং QR এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ PQ ও PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করো যে, $QD : DR = QM : RN$. 8

১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

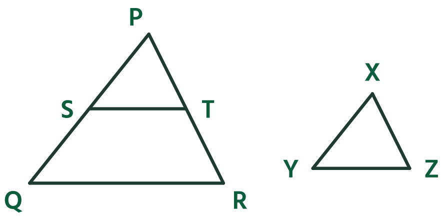
চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।



(খ) ৪

মনে করি, ΔPQR ও ΔXYZ-এ $\angle P = \angle X$, $\angle Q = \angle Y$ এবং $\angle R = \angle Z$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$ ।



অঙ্কন: ΔPQR ও ΔXYZ এর অনুরূপ বাহুগুলো অসমান বিবেচনা করি। PQ বাহু থেকে S বিন্দু ও PR বাহু থেকে T বিন্দু নিই যেন PS = XY ও PT = XZ হয়। S, T যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ ১ : ΔPST ও ΔXYZ-এ,

$\angle P = \angle X$, $PS = XY$, $PT = XZ$

$\therefore \Delta PST \cong \Delta XYZ$ [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore \angle PST = \angle XYZ = \angle PQR$

এবং $\angle PTS = \angle XZY = \angle PRQ$

কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ। ST রেখাংশ ও QR বাহুকে PQ ও PR বাহু ছেদ করায় অনুরূপ কোণযুগল সমান হয়েছে।

$\therefore ST \parallel QR$

$\therefore \frac{PQ}{PS} = \frac{PR}{PT}$

$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ}$

ধাপ ২: অনুরূপভাবে PQ বাহু ও QR বাহু থেকে যথাক্রমে XY রেখাংশ ও YZ রেখাংশের সমান রেখাংশ কেটে নিয়ে দেখানো যায়,

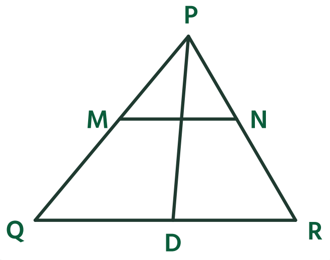
$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ}$

$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$ **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

মনে করি, ΔPQR-এ $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে। QR এর সমান্তরাল MN রেখাংশ PQ ও PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, QD : DR = QM : RN.



প্রমাণ:

ধাপ ১: $\triangle PQR$-এ $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PD, QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ QD : DR = PQ : PR [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PR}$

ধাপ ২: MN || QR হওয়ায় $\frac{PM}{QM} = \frac{PN}{RN}$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো-বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

বা, $\frac{PM + QM}{QM} = \frac{PN + RN}{RN}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{PQ}{QM} = \frac{PR}{RN}$

[∵ PM + QM = PQ এবং PN + RN = PR]

বা, $\frac{PQ}{PR} = \frac{QM}{RN}$

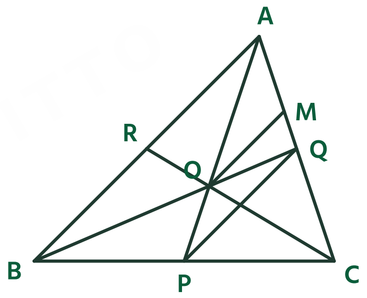
ধাপ ৩: ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই, $\frac{QD}{DR} = \frac{QM}{RN}$

∴ QD : DR = QM : RN. **(প্রমাণিত)**

২

সিলেট বোর্ড ২০১৯

চিত্রে, ΔABC এর AP, BQ এবং CR মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। আবার OM || PQ।



(ক) ΔXYZ এ ∠Y = 90° এবং YT ⊥ XZ প্রমাণ কর যে, ΔXYZ এবং ΔXYT সদৃশ। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, AB + AC > 2AP. ৪

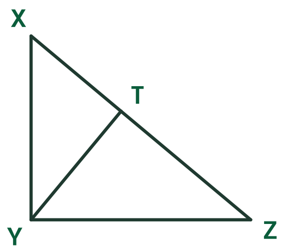
(গ) প্রমাণ কর যে, AC = 6MQ. ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

এখানে, ΔXYZ এ ∠Y = 90° বা এক সমকোণ এবং YT ⊥ XZ

প্রমাণ করতে হবে যে, ΔXYZ এবং ΔXYT সদৃশ।



প্রমাণ:

ΔXYZ এবং ΔXYT এ,

∠XYZ = ∠XTY [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

এবং ∠YXZ = ∠YXT [সাধারণ কোণ]

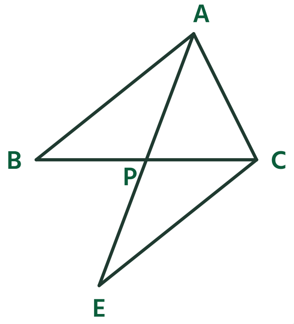
∴ অবশিষ্ট ∠XZY = অবশিষ্ট ∠XYT [অবশিষ্ট কোণ]

∴ ΔXYZ এবং ΔXYT সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

(খ) ৪

এখানে, ΔABC-এর BC বাহুর উপর মধ্যমা AP। A, P যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AP.



অঙ্কন: AP কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AP = PE হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔABP এবং ΔECP-এ

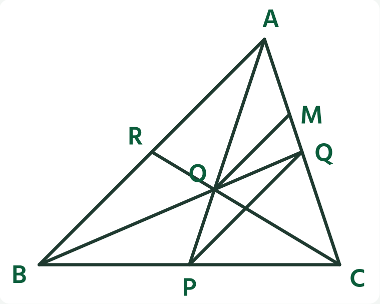
BP = CP [∵ P, BC-এর মধ্যবিন্দু]

AP = EP [অঙ্কন অনুসারে]

∠APB = ∠EPC [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ΔABP ≅ ΔECP [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ AB = EC
ধাপ ২: এখন, ΔAEC-এ,
AC + EC > AE
[∵ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, AC + AB > AP + PE [(১) থেকে]
বা, AB + AC > AP + AP
∴ AB + AC > 2AP. **(প্রমাণিত)**

(গ) 8
এখানে, ΔABC-এ AP ও BQ মধ্যমাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং PQ || OM।
প্রমাণ করতে হবে যে, AC = 6MQ.



প্রমাণ:
ধাপ ১: ΔABC এর AP ও BQ মধ্যমাদ্বয়ের ছেদবিন্দু O।
∴ AO : OP = 2 : 1 [∵ ত্রিভুজের মধ্যমাদ্বয়ের ছেদবিন্দু এদের 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]
বা, $\frac{AO}{OP} = \frac{2}{1}$
∴ AO = 2OP
ধাপ ২: ΔAPQ-এ, PQ || OM
∴ $\frac{AO}{OP} = \frac{AM}{MQ}$
বা, $\frac{2GD}{GD} = \frac{AM}{QM}$ [ধাপ (১) হতে]
বা, $\frac{AM}{MQ} = 2$
বা, AM = 2QM
ধাপ ৩: এখানে, AQ = AM + QM
= 2QM + QM [ধাপ (২) হতে]
= 3QM
ধাপ 8: আবার, AC = 2AQ
[∵ AC রেখার Q বিন্দুতে BQ মধ্যমা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়।]
বা, AC = 2 × 3QM [ধাপ (৩) হতে]
∴ AC = 6MQ. (প্রমাণিত)

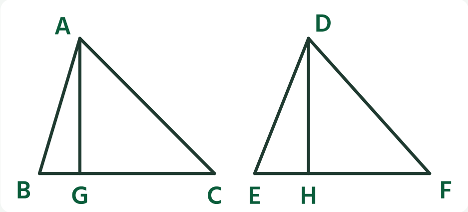
৩ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭

দুইটি সদৃশকোণী ΔABC ও ΔDEF এর BC এবং EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব।
(ক) উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁকো। ২
(খ) প্রমাণ কর যে, AG : DH = AB : DE. 8
(গ) প্রমাণ কর যে, ΔABC : ΔDEF = $BC^2 : EF^2$. 8

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

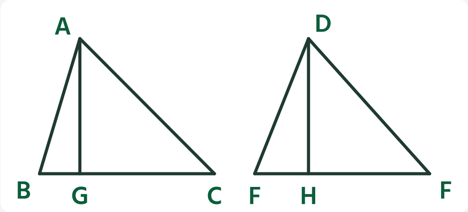
(ক) ২

চিত্রে ABC ও DEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং এদের BC ও EF বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে AG ও DH.



(খ) ৪

মনে করি, ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের BC ও EF এর উপর লম্ব যথাক্রমে AG ও DH প্রমাণ করতে হবে যে, AG : DH = AB : DE.



প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী ত্রিভুজে $\angle ABC = \angle DEF$

এখন, ΔABG ও ΔDEH-এ,

$\angle AGB = \angle DHE$ [$\because$ এক সমকোণ]

এবং $\angle ABG = \angle DEH$ [$\because$ $\angle ABC = \angle DEF$]

ধাপ ২: অতএব, অবশিষ্ট $\angle BAG$ = অবশিষ্ট $\angle EDH$

অর্থাৎ, ΔABG ও ΔDEH সদৃশকোণী ও সদৃশ।

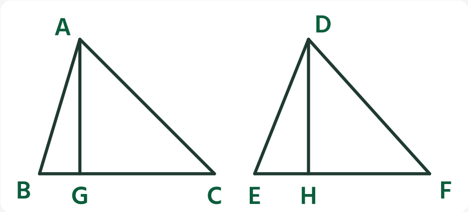
$\therefore \frac{AG}{DH} = \frac{AB}{DE}$ [$\because$ অনুরূপ বাহুর অনুপাত সমান]

$\therefore$ AG : DH = AB : DE. **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

মনে করি, ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের BC ও EF এর উপর লম্ব যথাক্রমে AG ও DH প্রমাণ করতে হবে যে,

$\Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$



প্রমাণ: ধাপ ১: $\Delta ABC = \frac{1}{2} BC \times AG$

এবং $\Delta DEF = \frac{1}{2} EF \times DH$

$$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{(\frac{1}{2} BC \times AG)}{(\frac{1}{2} EF \times DH)} = \frac{(BC \times AG)}{(EF \times DH)} = (\frac{BC}{EF}) \times (\frac{AG}{DH})$$

ধাপ ২: ABG ও DEH ত্রিভুজে $\angle B = \angle E$

$\angle AGB = \angle DHE$ [ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী]

$\therefore \angle BAG = \angle EDH$

$\therefore \Delta ABG$ ও ΔDEH সদৃশকোণী, তাই সদৃশ। [প্রত্যেকে ১ সমকোণ]

ধাপ ৩: $\therefore \frac{AG}{DH} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ [ΔABC ও ΔDEF সদৃশ]

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = (\frac{BC}{EF}) \times (\frac{BC}{EF})$ [ধাপ (১) হতে]

বা, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$. **(প্রমাণিত)**

৪ কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা

ΔPQR ও ΔABC দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ।

(ক) একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত কর। ২

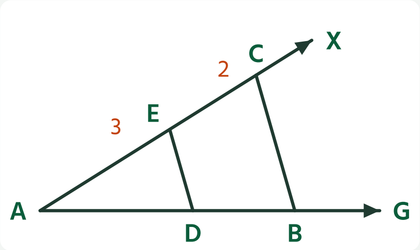
(খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$ । ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$ । ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

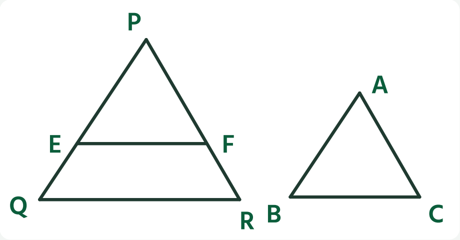
AB রেখাংশকে D বিন্দুতে 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করা হলো।



(খ) ৪

মনে করি, ΔPQR ও ΔABC সদৃশ ত্রিভুজের $\angle P = \angle A$, $\angle Q = \angle B$ এবং $\angle R = \angle C$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$.



অঙ্কন: ΔPQR ও ΔABC ত্রিভুজের প্রত্যেক অনুরূপ বাহুগুল অসমান বিবেচনা করি। PQ বাহুতে E বিন্দু এবং PR বাহুতে F বিন্দু নিই যেন PE = AB এবং PF = AC হয়। E, F যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPEF ও ΔABC এর PE = AB, PF = AC, এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle P$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle A$।

অতএব, $\Delta PEF \cong \Delta ABC$ [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং, $\angle PEF = \angle ABC = \angle PQR$

এবং $\angle PFE = \angle ACB = \angle PRQ$

অর্থাৎ, EF রেখাংশ ও QR বাহুকে, PQ বাহু ও PR বাহু ছেদ করায় অনুরূপ কোণযুগল সমান হয়েছে।

$\therefore EF \parallel QR$

$\therefore \frac{PQ}{PE} = \frac{PR}{PF}$

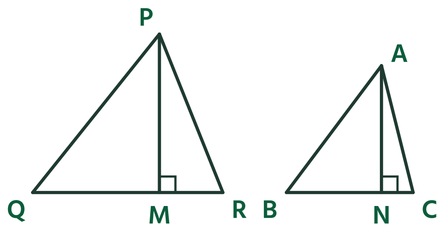
বা, $\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC}$

ধাপ ২: একইভাবে QP বাহু ও QR বাহু থেকে যথাক্রমে BA রেখাংশ ও BC রেখাংশের সমান রেখাংশ কেটে নিয়ে দেখানো যায় যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$.

$\therefore \frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$. **(প্রমাণিত)**

(গ) 8

মনে করি, Δ PQR ও Δ ABC ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং তাদের দুইটি অনুরূপ বাহু QR ও BC। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$



প্রমাণ: ধাপ ১: $\Delta PQR = \frac{1}{2} QR \times PM$

[$\because$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ভূমি × উচ্চতা]

এবং $\Delta ABC = \frac{1}{2} BC \times AN$

[$\because$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ভূমি × উচ্চতা]

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{\frac{1}{2} QR \times PM}{\frac{1}{2} BC \times AN} = \frac{QR \times PM}{BC \times AN}$

ধাপ ২: Δ PQM এবং Δ ABN ত্রিভুজদ্বয়ের

$\angle Q = \angle B$ [$\because$ Δ PQR ও Δ ABC সদৃশ]

$\angle PMQ = \angle ANB$ [প্রত্যেককে এক সমকোণ]

Δ PQM ও Δ ABN সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

ধাপ ৩: $\frac{PM}{AN} = \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$ [$\because$ Δ PQR ও Δ ABC সদৃশ]

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \left(\frac{QR}{BC}\right) \times \left(\frac{QR}{BC}\right) = \frac{QR^2}{BC^2}$

ধাপ ৪: $\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$

[$\because$ Δ PQR ও Δ ABC ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ]

বা, $\frac{PQ^2}{AB^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{QR^2}{BC^2}$

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$ [ধাপ (৩) হতে] **(প্রমাণিত)**

অধ্যায় ১৫: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

১

রাজশাহী বোর্ড ২০২৪

ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD মধ্যমা।

(ক) প্রমাণ করো যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। ২

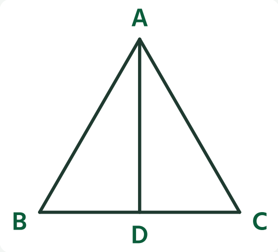
(খ) প্রমাণ করো যে, AB + AC > 2AD. 8

(গ) প্রমাণ করো যে, $4AD^2 = 3AB^2$. 8

১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক।



প্রমাণ: ΔABD এবং ΔACD –এ,

AB = AC [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজ]

AD = AD [সাধারণ বাহু]

BD = CD [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

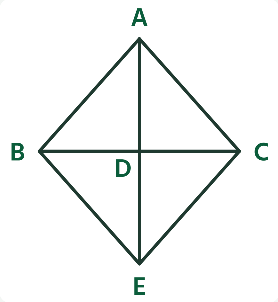
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$

অতএব, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

(খ) ৪

দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। A, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD.



অঙ্কন: AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AD = DE হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ ১. ΔABD এবং ΔECD-এ,

BD = CD [$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু]

AD = ED [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle ADB = \angle EDC$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ECD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ AB = EC

ধাপ ২. এখন, ΔAEC-এ,

AC + EC > AE [$\because$ ত্রিভুজের দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

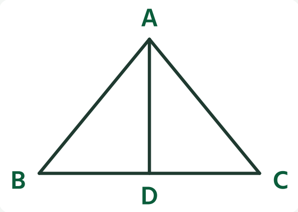
বা, AC + AB > AD + DE [ধাপ (১) থেকে]

বা, AB + AC > AD + AD

$\therefore$ AB + AC > 2AD. **(প্রমাণিত)**

(গ) ৪

মনে করি, ABC ত্রিভুজে AB = BC = CA। AD, সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর মধ্যমা বলে D, BC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.



প্রমাণ: সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ও উচ্চতা একই। তাই $AD \perp BC$

$\therefore \Delta ABD$ সমকোণী

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

$= AB^2 - (\frac{1}{2}BC)^2$

$= AB^2 - \frac{1}{4}BC^2$

$= \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$

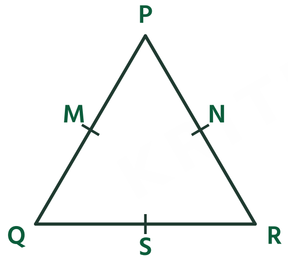
বা, $AD^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$ [∵ AB = BC]

বা, $AD^2 = \frac{3AB^2}{4}$

∴ $4AD^2 = 3AB^2$. **(প্রমাণিত)**

২ যশোর বোর্ড ২০২৪

PQ, PR এবং QR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N, S.



(ক) প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। ২

(খ) দেখাও যে, MN || QR এবং $MN = \frac{1}{2}$ QR. ৪

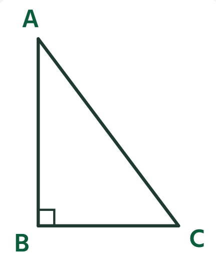
(গ) প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪

---

২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে ∠B = 90°। প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ।



অর্থাৎ, ∠A + ∠C = 90°

প্রমাণ: ΔABC –এ,

∠A + ∠B + ∠C = 180° [∵ ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি 180°]

বা, ∠A + ∠C = 180° – ∠B

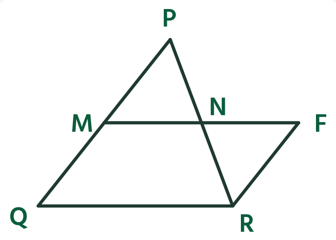
বা, ∠A + ∠C = 180° – 90°

∴ ∠A + ∠C = 90°

অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। **(প্রমাণিত)**

(খ) ৪

এখানে, ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। প্রমাণ করতে হবে যে, MN || QR এবং $MN = \frac{1}{2}$ QR.



অঙ্কন: M ও N যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন NF = MN হয়।

প্রমাণ: ধাপ ১: ΔPMN ও ΔRNF এর মধ্যে

PN = NR [PR এর মধ্যবিন্দু N]

MN = NF [অঙ্কনানুসারে]

∠PNM = ∠RNF [বিপ্রতীপ কোণ]

ΔPMN ≅ ΔRNF [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ ∠PMN = ∠NFR

এবং ∠MPN = ∠NRF [একান্তর কোণ]

∴ MP || RF বা, PQ || RF

আবার, QM = PM = RF এবং QM || RF

সুতরাং QMFR একটি সামান্তরিক।

∴ MF || QR বা MN || QR

ধাপ ২: আবার, MF = QR

বা, MN + NF = QR [∴ MF = MN + NF]

বা, MN + MN = QR [ধাপ (১) থেকে]

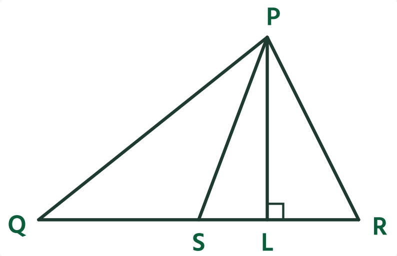
বা, 2MN = QR বা, MN = $\frac{1}{2}$ QR

সুতরাং MN || QR এবং MN = $\frac{1}{2}$ QR. **(দেখানো হলো)**

(গ) 8

মনে করি, ΔPQR-এ S, QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,

$PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$



অঙ্কন: PS যোগ করি এবং P বিন্দু থেকে QR এর ওপর PL লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPSL সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ PS [∵ ∠PLS = এক সমকোণ]

ΔPSL সমকোণী ত্রিভুজে,

$PL^2 + LS^2 = PS^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $PL^2 = PS^2 - LS^2$

ধাপ ২: ΔPQL সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$PQ^2 = PL^2 + QL^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PS^2 - LS^2 + QL^2$ [(১) হতে]

$= PS^2 - LS^2 + (QS + LS)^2$ [∵ QL = QS + SL]

$= PS^2 - LS^2 + QS^2 + LS^2 + 2QS.LS$

$= PS^2 + QS^2 + 2QS.LS$

∴ $PQ^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.LS$

ধাপ ৩: আবার, ΔPLR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$PR^2 = PL^2 + LR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PS^2 - LS^2 + LR^2$ [(১) হতে]

$= PS^2 - LS^2 + (SR - LS)^2$

[∵ LR = SR − LS]

[∵ S, QR এর মধ্যবিন্দু; সেহেতু QS = RS]

$= PS^2 - LS^2 + (QS - LS)^2$

$= PS^2 - LS^2 + QS^2 - 2LS.QS + LS^2$

$= PS^2 + QS^2 - 2LS.QS$

∴ $PR^2 = PS^2 + QS^2 - 2QS.LS$

ধাপ 8: $PQ^2 + PR^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.LS + PS^2 + QS^2 - 2QS.LS$ [(২) ও (৩) হতে]

বা, $PQ^2 + PR^2 = 2PS^2 + 2QS^2$

সুতরাং $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. **(প্রমাণিত)**

৩

চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২৪

ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C। আবার DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। A, EF এর উপর যেকোনো বিন্দু।

(ক) উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন কর। ২

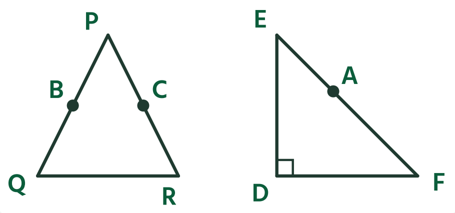
(খ) প্রমাণ কর যে, BC || QR এবং BC = $\frac{1}{2}$ QR ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

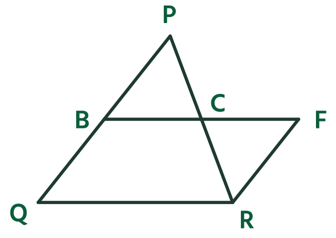
(ক) ২

ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C।
আবার, DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। EF এর উপর যেকোনো বিন্দু A.



(খ) ৪

এখানে, ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C।
প্রমাণ করতে হবে যে, BC || QR এবং BC = $\frac{1}{2}$ QR.



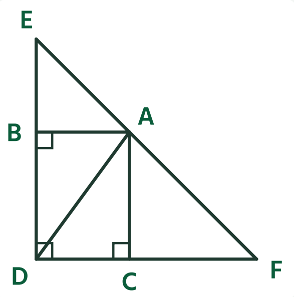
অঙ্কন: B ও C যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন CF = BC হয়।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔPBC ও ΔRCF এর মধ্যে
PC = CR [PR এর মধ্যবিন্দু C]
BC = CF [অঙ্কনানুসারে]
∠PCB = ∠RCF [বিপ্রতীপ কোণ]
ΔPBC ≅ ΔRCF [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ ∠PBC = ∠CFR
এবং ∠BPC = ∠CRF [একান্তর কোণ]
∴ BP || RF বা, PQ || RF
আবার, QB = PB = RF এবং QB || RF
সুতরাং QBFR একটি সামন্তরিক।
∴ BF || QR বা BC || QR

ধাপ ২: আবার, BF = QR
বা, BC + CF = QR [∵ BF = BC + CF]
বা, BC + BC = QR [ধাপ (১) থেকে]
বা, 2BC = QR
বা, BC = $\frac{1}{2}$ QR
সুতরাং BC || QR এবং BC = 1/2 QR. **(দেখানো হলো)**

(গ) ৪



মনে করি, DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজে DE = DF। EF অতিভুজ এবং A, EF এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$.

অঙ্কন: A বিন্দু হতে DE ও DF রেখার উপর যথাক্রমে AB ও AC লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔDEF-এ, $\angle D = 90°$ এবং DE = DF

$\angle E = \angle F = 45°$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

ধাপ-২: ΔAEB-এ, $\angle B = 90°$ [অঙ্কনানুসারে]

এবং $\angle E = 45°$ [ধাপ-১ হতে]

$\angle A = 45°$

$\therefore BE = AB$

একইভাবে, ΔACF-এ AC = CF

ধাপ-৩: সমকোণী ΔAEB হতে পাই,

$AE^2 = BE^2 + AB^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AE^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2$

ধাপ-৪: সমকোণী ΔACF-এ,

$AF^2 = AC^2 + CF^2 = AC^2 + AC^2 = 2AC^2$

ধাপ-৫: $\angle B = \angle D = \angle C$ = এক সমকোণ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore$ ABDC একটি আয়ত।

AB = CD এবং BD = AC [আয়তের বিপরীত বাহু সমান]

ধাপ-৬: সমকোণী ΔADC থেকে পাই,

$AD^2 = AC^2 + CD^2$

বা, $AD^2 = AC^2 + AB^2$ [ধাপ-৫ হতে]

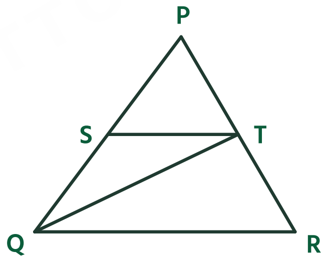
বা, $2AD^2 = 2AC^2 + 2AB^2$ [2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2AD^2 = AF^2 + AE^2$ [ধাপ-৩ ও ধাপ-৪ হতে]

$\therefore AE^2 + AF^2 = 2AD^2$. **(প্রমাণিত)**

৪ রাজশাহী বোর্ড ২০২০

চিত্রে, S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।



(ক) প্রমাণ কর যে, ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)। ২

(খ) যদি PQ = QR = PR হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $4QT^2 = 3PQ^2$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, 2ST = QR. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ২

ΔPQR-এ, S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে,

ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔPQT এ S, PQ এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ ST মধ্যমা।

অর্থাৎ ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ΔPQT এর ক্ষেত্রফল।

[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

ধাপ-২: ΔPQR এ T, PR এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ QT মধ্যমা।

অর্থাৎ ΔPQT এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল।

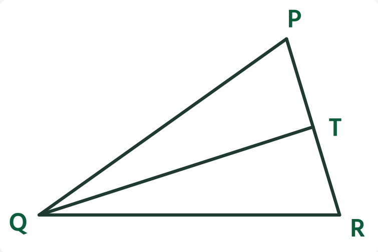
[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

ধাপ-৩: ধাপ (২) ও (৩) থেকে পাই,

ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)

$\therefore$ ΔPST এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (ΔPQR এর ক্ষেত্রফল) **(প্রমাণিত)**

(খ) 8



মনে করি, ΔPQR-এ PQ = QR = PR। প্রমাণ করতে হবে যে, $4QT^2 = 3PQ^2$

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔPQR-এ PQ = QR = PR

$\therefore PT = RT = \frac{1}{2} PR$ [QT এর পাদবিন্দু T, PR কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-২: ΔPQT সমকোণী ত্রিভুজে,

$PQ^2 = QT^2 + PT^2$

বা, $QT^2 = PQ^2 - PT^2$

বা, $QT^2 = PQ^2 - (\frac{PR}{2})^2$

বা, $QT^2 = PQ^2 - \frac{PR^2}{4}$

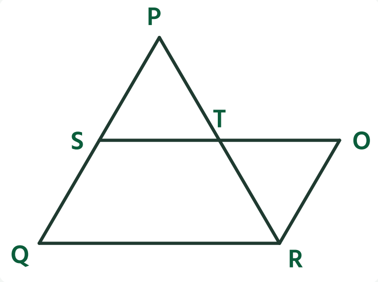
বা, $QT^2 = \frac{4PQ^2 - PR^2}{4}$

বা, $4QT^2 = 4PQ^2 - PQ^2$

[$\because PQ = PR$ বা, $PQ^2 = PR^2$]

$\therefore 4QT^2 = 3PQ^2$. **(প্রমাণিত)**

(গ) 8



মনে করি, ΔPQR একটি ত্রিভুজ। PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T। প্রমাণ করতে হবে যে, 2ST = QR.

অঙ্কন: ST কে O বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, ST = OT হয়। O, R যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ-১: ΔPST ও ΔROT-এ PT = RT [প্রদত্ত]

ST = OT [অঙ্কনানুসারে]

$\angle PTS = \angle OTR$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta PST \cong \Delta ROT$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PST = \angle TOR$ এবং $\angle SPT = \angle ORT$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ PS || OR বা, PQ || OR

আবার, QS = PS = OR এবং QS || OR

$\therefore$ QROS একটি সামান্তরিক।

ধাপ-২: QROS সামান্তরিক

SO = QR [সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান]
বা, ST + OT = QR
বা, ST + ST = QR
∴ 2ST = QR. **(প্রমাণিত)**

KRITITTO

কৃতিত্ব

প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC 27

ব্যবহারিক জ্যামিতি ও বৃত্ত

গণিত • অধ্যায় ৭ ও ৮ — সম্পূর্ণ প্রশ্ন ও সমাধান

৬৪টি বহুনির্বাচনি • ৩৮টি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন • ১৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন

BATCH
SSC 27

SUBJECT
গণিত (Mathematics)

CHAPTER
৭ — ব্যবহারিক জ্যামিতি
৮ — বৃত্ত

QUESTION TYPES
MCQ • SQ • CQ

অধ্যায় ৭

৭ ব্যবহারিক জ্যামিতি

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

৫৪টি প্রশ্ন • প্রতিটি ১ নম্বর

১. Δ *PQR* আঁকার জন্য নিচের কোন তথ্যগুলো প্রযোজ্য হবে? ঢা. বো. '২৫

ক $\angle P = 60°$, $\angle Q = 50°$, $\angle R = 70°$

খ $\angle P = 50°$, $\angle Q = 50°$, $\angle R = 80°$

গ $PQ = 4$ সে.মি., $QR = 7$ সে.মি., $PR = 11$ সে.মি.

ঘ $PQ = 6$ সে.মি., $QR = 9$ সে.মি., $PR = 12$ সে.মি. ✓

ব্যাখ্যা
তিনটি কোণ দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা যায় না। তাই (ক) ও (খ) সঠিক নয়। আবার, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে ঐ তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা যায়। তাই (গ) সঠিক নয়। সুতরাং (ঘ) সঠিক।

২. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং 10 সে.মি. হলে, তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? সি. বো. '২৫

ক 5 খ 6

গ 8 ✓ ঘ 14

ব্যাখ্যা
আমরা জানি,
ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় অপেক্ষা বৃহত্তর।
4 সে.মি. + 5 সে.মি. = 9 সে.মি. $\neq$ 10 সে.মি.
4 সে.মি. + 6 সে.মি. = 10 সে.মি. $\neq$ 10 সে.মি.
4 সে.মি. + 8 সে.মি. = 12 সে.মি. > 10 সে.মি.
4 সে.মি. + 10 সে.মি. = 14 সে.মি. $\neq$ 14 সে.মি.
$\therefore$ তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি.।

৩. নিচের কোন দৈর্ঘ্যের বাহুগুলো দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব? ব. বো. '২৫

ক 2 সে.মি., 3 সে.মি., 6 সে.মি.

খ 2 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি. ✓

গ 3 সে.মি., 5 সে.মি., 8 সে.মি.

ঘ 3 সে.মি., 4 সে.মি., 8 সে.মি.

ব্যাখ্যা
আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।
এখানে, $2 + 3 = 5 < 6$
$2 + 4 = 6 > 5$
$3 + 5 = 8 = 8$
$3 + 4 = 7 < 8$.

৪. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব? ঢা. বো. '২৪

ক 2 সে.মি., 3 সে.মি., 4 সে.মি.

খ 3 সে.মি., 5 সে.মি., 7 সে.মি.

গ 5 সে.মি., 12 সে.মি., 13 সে.মি. ✓

ঘ 10 সে.মি., 15 সে.মি., 20 সে.মি.

ব্যাখ্যা
আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি ঐ ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বর্গের সমান হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী হবে।
এখানে, $2^2 + 3^2 = 13 \neq 4^2 = 16$
$3^2 + 5^2 = 34 \neq 7^2 = 49$
$5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$
$10^2 + 15^2 = 325 \neq 20^2 = 400$

৫. পরিসীমা ও একটি কোণ দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব? রা. বো. '২৫; দি. বো. '২৫

ক রম্বস ✓ খ আয়ত

গ সামান্তরিক ঘ ট্রাপিজিয়াম

ব্যাখ্যা
রম্বসের চারটি বাহু সমান এবং বিপরীত কোণগুলো সমান। রম্বসের পরিসীমাকে চারভাগ করলেই এর এক বাহুর দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়। তাই এর এক বাহুর দৈর্ঘ্য পাওয়া মানেই এর চার বাহুর দৈর্ঘ্য পাওয়া। আবার, একটি কোণের মান জানা থাকলেই বাকি কোণগুলোর মান বের করা সম্ভব। সুতরাং পরিসীমা ও একটি কোণের মান জানা থাকলেই রম্বস আঁকা সম্ভব।

৬. একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কনের জন্য কয়টি স্বতন্ত্র উপাত্তের প্রয়োজন? রা. বো. '২৫; রা. বো. '২০, '১৭, '১৫; য. বো.; কু. বো.; সি. বো, '২০, '১৫; ব. বো. '১৭; দি. বো. '২৩, '২০, '১৬, '১৫

ক 2 খ 3

গ 4 **ঘ 5** ✓

ব্যাখ্যা
নিচের পাঁচটি উপাত্ত জানা থাকলে, নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকা যায়।
(i) চারটি বাহু ও একটি কোণ।
(ii) চারটি বাহু ও একটি কর্ণ।
(iii) তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ।
(iv) তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ। এবং (v) দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

৭. কয়টি স্বতন্ত্র উপাত্ত জানা থাকলে একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকা যায়? চ. বো. '২৫

ক) একটি
খ) দুইটি
গ) চারটি
ঘ) **পাঁচটি** ✓

ব্যাখ্যা
নিচের পাঁচটি উপাত্ত জানা থাকলে, নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকা যায়।
(i) চারটি বাহু ও একটি কোণ।
(ii) চারটি বাহু ও একটি কর্ণ।
(iii) তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ।
(iv) তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ।
এবং (v) দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

৮. সর্বনিম্ন কয়টি উপাত্ত জানা থাকলে একটি সামান্তরিক অঙ্কন সম্ভব? ঢা. বো. '২৫

ক) 6
খ) 5
গ) 4
ঘ) **3** ✓

ব্যাখ্যা
আমরা জানি, একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকতে 5টি নিরপেক্ষ উপাত্ত প্রয়োজন। কিন্তু সামান্তরিকের বিপরীত বাহুযোড়া পরস্পর সমান হওয়ায় যেকোনো তিনটি উপাত্ত দ্বারা সামান্তরিক আঁকা যায়।

৯. নিচের কোন যুগল কোণ দ্বারা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকা যায়? য. বো. '২৩

ক) **$70°$ ও $40°$** ✓
খ) $36°$ ও $74°$
গ) $63°$ ও $34°$
ঘ) $40°$ ও $50°$

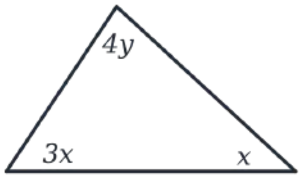
ব্যাখ্যা
আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
অর্থাৎ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুইটি কোণ সমান হবে।
এখানে, $180° - (70° + 40°) = 180° - 110° = 70°$
$70°$ ও $40°$ কোণ যুগল দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

১০. স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ ছাড়া বাকি কোণ দুইটি কত হলে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব? কু. বো. '২৩

ক) $30°$ ও $60°$
খ) $40°$ ও $50°$
গ) $45°$ ও $45°$
ঘ) **$50°$ ও $30°$** ✓

ব্যাখ্যা
স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ ছাড়া অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি $90°$ অপেক্ষা ছোট হবে।
(ক) $30° + 60° = 90°$ [সঠিক নয়]
(খ) $40° + 50° = 90°$ [সঠিক নয়]
(গ) $45° + 45° = 90°$ [সঠিক নয়]
(ঘ) $50° + 30° = 80° < 90°$ [সঠিক]

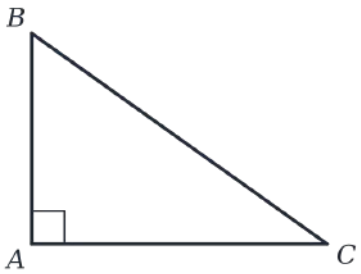
১১. চিত্রানুযায়ী নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা



ক) $y = x$
খ) **$y = 45° - x$** ✓
গ) $y = 180° - 4x$
ঘ) $x + y = 180°$

ব্যাখ্যা
ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা $180°$
$\therefore$ প্রদত্ত ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $3x + x + 4y = 180°$
বা, $4x + 4y = 180°$
বা, $4(x + y) = 180°$
বা, $x + y = 45°$
$\therefore y = 45° - x$

১২. ΔABC-এ $AB = AC$, $2\angle B = \angle A$ হলে, $\angle C$ =?



ক) **$45°$** ✓
খ) $60°$
গ) $90°$
ঘ) $180°$

ব্যাখ্যা
এখানে, $2\angle B = \angle A$

বা, $2\angle B = 90°$

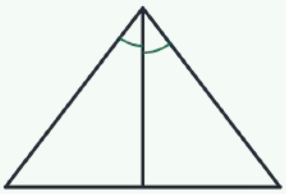
বা, $\angle B = \frac{90°}{2} = 45°$

$\therefore \angle C = \angle B = 45°$।

১৩. ত্রিভুজের শীর্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডিত রেখা ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে উৎপন্ন ত্রিভুজটি কী?

ক) স্থূলকোণী
খ) **সমকোণী** ✓
গ) সমবাহু
ঘ) সমদ্বিবাহু

ব্যাখ্যা
শীর্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডক রেখা সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে।



১৪. কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি b হলে- চ. বো. '২৩

i. $a < b$
ii. $0° < \angle x < 180°$
iii. $\angle x$ ভূমির যেকোনো প্রান্ত সংলগ্ন হতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) *i* ও *ii*
খ) *i* ও *iii*
গ) *ii* ও *iii*
ঘ) ***i, ii* ও *iii*** ✓

ব্যাখ্যা
(*i*) ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর অর্থাৎ $a < b$.
(*ii*) ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এর সীমা $0° < \angle x < 180°$
(*iii*) $\angle x$ ভূমির যেকোনো প্রান্ত সংলগ্ন হতে পারে.
সুতরাং *i, ii* ও *iii* সঠিক।

১৫. একটি ত্রিভুজ আঁকার জন্য প্রয়োজন- ম. বো. '২৩

i. দুইটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
ii. তিনটি বাহু
iii. দুইটি কোণ ও কোণ সংলগ্ন ১টি বাহু

কোনটি সঠিক?

ক) *i* ও *ii*
খ) *i* ও *iii*
গ) *ii* ও *iii*
ঘ) ***i, ii* ও *iii*** ✓

১৬. স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ ছাড়া বাকি কোণ দুটি কত হলে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব? য. বো. '২০

ক) $30°$ ও $60°$
খ) $40°$ ও $50°$
গ) $45°$ ও $45°$
ঘ) **$50°$ ও $30°$** ✓

ব্যাখ্যা
স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ ছাড়া অপর দুইটি কোণের যোগফল অবশ্যই $90°$ অপেক্ষা ছোট হতে হবে।
এখানে, $50° + 30° = 80° < 90°$ যা স্থূলকোণের অপর দুইটি কোণ হতে পারে।

১৭. সমকোণী ত্রিভুজে $70°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে নিম্নের কোনটি সঠিক? দি. বো. '২০

ক) অতিভুজ = লম্ব
খ) **ভূমি < লম্ব** ✓
গ) ভূমি > লম্ব
ঘ) ভূমি = লম্ব

ব্যাখ্যা
কোণের মান $45° < \theta < 90°$ পর্যন্ত হলে, সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে, ভূমি < লম্ব হবে। $70°$ কোণের ক্ষেত্রে, ভূমি < লম্ব হবে।

১৮. একটি রম্বস অঙ্কন করতে ন্যূনতম কতটি উপাত্ত প্রয়োজন? দি. বো. '২৪

ক) 1
খ) **2** ✓
গ) 3
ঘ) 4

ব্যাখ্যা
রম্বসের চারটি বাহু সমান হওয়ায় যেকোনো দুটি উপাত্ত দিয়ে রম্বস আঁকা যায়।
অতএব, একটি রম্বস অঙ্কন করতে ন্যূনতম দুইটি উপাত্ত প্রয়োজন।

১৯. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব? ম. বো. '২৪

ক) ট্রাপিজিয়াম
খ) **রম্বস** ✓
গ) আয়ত
ঘ) সামান্তরিক

ব্যাখ্যা
দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যায়।

২০. শুধু পরিসীমা দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা যায়? সি. বো. '২৩

ক) রম্বস
খ) ট্রাপিজিয়াম
গ) আয়ত
ঘ) **বর্গ** ✓

ব্যাখ্যা
চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে শুধুমাত্র পরিসীমা দেওয়া থাকলে বর্গ আঁকা যায়।

২১. একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কনের জন্য কয়টি স্বতন্ত্র উপাত্তের প্রয়োজন? দি. বো. '২৩

ক 2 খ 3
গ 4 ঘ 5

উৎসে এই প্রশ্নের উত্তর দেওয়া নেই

২২. শুধুমাত্র দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব? দি. বো. '২২

ক রম্বস
খ **আয়তক্ষেত্র** ✓
গ সামান্তরিক
ঘ ট্রাপিজিয়াম

ব্যাখ্যা
শুধুমাত্র দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে একটি আয়তক্ষেত্র আঁকা সম্ভব।

২৩. রম্বসের- কু. বো. '২৪

$i.$ সন্নিহিত বাহুগুলো পরস্পর সমান
$ii.$ সন্নিহিত কোণগুলো পরস্পর সম্পূরক
$iii.$ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ **i, ii ও iii** ✓

ব্যাখ্যা
আমরা জানি, রম্বসের প্রত্যেকটি বাহু সমান; সন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
$\therefore$ (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

২৪. একটি রম্বস আঁকা যাবে যদি দেওয়া থাকে- চ. বো. '২২

$i.$ ১টি বাহুর দৈর্ঘ্য
$ii.$ ১টি বাহু ও ১টি কর্ণের দৈর্ঘ্য
$iii.$ ১টি বাহু ও ১টি কোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ **ii ও iii** ✓
ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা
রম্বস আঁকার ক্ষেত্রে কেবলমাত্র দুইটি উপাত্তের প্রয়োজন।
এখানে, (i) ১টি বাহু দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যাবে না। (ii) ১টি বাহু ও ১টি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যাবে। (iii) ১টি বাহু ও ১টি কোণ দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যাবে। (ii) ও (iii) সঠিক।

২৫. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে অঙ্কন সম্ভব- ম. বো. '২২

$i.$ সুষম ত্রিভুজ
$ii.$ বর্গ
$iii.$ রম্বস

নিচের কোনটি সঠিক?

ক **i ও ii** ✓
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা
একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে-
(i) সুষম ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব। (ii) বর্গ আঁকা সম্ভব। (iii) রম্বস আঁকা সম্ভব নয়। সুতরাং (iii) সঠিক নয়।
(ক) (i) ও (ii) সঠিক।
সুতরাং প্রশ্নানুসারে i ও iii সঠিক।

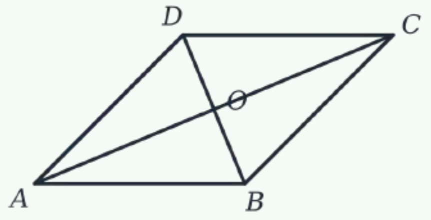
২৬. $ABCD$ রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করলে- বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

$i.$ $\angle AOB + \angle COD = 180°$
$ii.$ $\angle OAB + \angle OBA = 90°$
$iii.$ $AC = 2OA$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ **i, ii ও iii** ✓

ব্যাখ্যা
$i.$ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করায়,
$\angle AOB = 90°$ এবং $\angle COD = 90°$
$\therefore \angle AOB + \angle COD = 90° + 90° = 180°$



২৭. কয়টি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে বর্গ অঙ্কন করা যায়? সি. বো. '১৯

ক **একটি** ✓
খ দুইটি
গ তিনটি
ঘ চারটি

ব্যাখ্যা
বর্গক্ষেত্রের সকল বাহু সমান এবং দুই বাহু সংলগ্ন কোণ $90°$ হয়। তাই এক বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলেই বর্গ অঙ্কন করা যায়।

২৮. শুধু পরিসীমা দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব? দি. বো. '১৬

ক রম্বস
খ ট্রাপিজিয়াম
গ **বর্গ** ✓
ঘ আয়তক্ষেত্র

ব্যাখ্যা
চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে শুধু পরিসীমা দেওয়া থাকলে বর্গ আঁকা সম্ভব।

২৯. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে কোনটি অঙ্কন করা সম্ভব? ব. বো. '১৫

ক সামন্তরিক
খ ট্রাপিজিয়াম
গ আয়তক্ষেত্র
ঘ **বর্গক্ষেত্র** ✓

ব্যাখ্যা
একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে বর্গক্ষেত্র অঙ্কন সম্ভব। বর্গের প্রতিটি কোণই সমকোণ এবং প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। তাই বর্গের মাত্র একটি বাহু দেওয়া থাকলে পাঁচটি উপাত্ত যথা বর্গের চার সমান বাহু ও একটি কোণ (সমকোণ) নির্দিষ্ট হয়।

৩০. নির্দিষ্ট আয়ত আঁকতে কমপক্ষে কতটি উপাত্ত প্রয়োজন? শাহীন স্কুল, টাঙ্গাইল

ক 5টি
খ 4টি
গ 3টি
ঘ **2টি** ✓

ব্যাখ্যা
নির্দিষ্ট আয়ত আঁকতে কমপক্ষে দুইটি উপাত্ত প্রয়োজন। আয়তক্ষেত্রের সকল কোণ 90° এবং বিপরীত বাহু সমান। যেহেতু কোণ জানা সেহেতু দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানতে পারলেই আয়ত আঁকা সম্ভব। [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

৩১. একটি সামান্তরিক অঙ্কন করার জন্য প্রয়োজন

i. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
ii. একটি বাহু এবং দুইটি কর্ণ
iii. দুইটি বাহু এবং একটি কোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক *i* ও *ii*
খ *ii* ও *iii*
গ *i* ও *ii*
ঘ ***i, ii* ও *iii*** ✓

৩২. শুধু পরিসীমা জানলেই- খুলনা জিলা স্কুল, খুলনা

i. বর্গ আঁকা সম্ভব
ii. আয়তক্ষেত্র আঁকা সম্ভব
iii. সমবাহু ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব

নিচের কোনটি সঠিক?

ক *i* ও *ii*
খ ***i* ও *iii*** ✓
গ *ii* ও *iii*
ঘ *i, ii* ও *iii*

ব্যাখ্যা
i. যেহেতু বর্গের প্রত্যেক কোণ 90° এবং সব বাহু সমান। তাই শুধু পরিসীমা বা কর্ণ জানা থাকলেই বর্গ আঁকা সম্ভব।
ii. আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান তাই দুটি বাহু জানতে হবে। অতএব *ii* সঠিক নয়।
iii. সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ 60° এবং সব বাহু সমান। তাই একটি বাহু বা পরিসীমা জানলেই সমবাহু ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।
সুতরাং *i* ও *iii* সঠিক।

৩৩. রম্বসের ক্ষেত্রে- গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা

i. বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল
ii. প্রতিটি কোণ সমকোণ নয়
iii. প্রতিটি কর্ণ সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক ***i* ও *ii*** ✓
খ *i* ও *iii*
গ *ii* ও *iii*
ঘ *i, ii* ও *iii*

৩৪. একটি আয়তের সন্নিহিত দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 ও 4 সে.মি.। অন্তর্ভুক্ত কোণ কত হলে আয়তটি আঁকা সম্ভব। ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর

ক 30°
খ **90°** ✓
গ 60°
ঘ 45°

৩৫. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি? শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী

ক **360°** ✓
খ 180°
গ 270°
ঘ 90°

৩৬. চতুর্ভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি অঙ্কন করা যায়? দিনাজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর

ক আয়ত
খ **বর্গ** ✓
গ রম্বস
ঘ সামান্তরিক

৩৭. শুধু পরিসীমা দেয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব? (বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া)

ক) রম্বস
খ) ট্রাপিজিয়াম
গ) বর্গ ✓
ঘ) আয়তক্ষেত্র

৩৮. ট্রাপিজিয়াম অঙ্কন করতে কয়টি উপাত্ত প্রয়োজন? (গভ. ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, খুলনা)

ক) 2টি
খ) 3টি
গ) 4টি
ঘ) 5টি

উৎসে এই প্রশ্নের উত্তর দেওয়া নেই

৩৯. শুধু পরিসীমা দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব? (ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা)

ক) রম্বস
খ) ট্রাপিজিয়াম
গ) বর্গ ✓
ঘ) আয়তক্ষেত্র

৪০. কোনো চতুর্ভুজের পরিসীমা ও একটি কোণ ($\neq 90°$) দেওয়া আছে। নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব?

ক) সামান্তরিক
খ) রম্বস ✓
গ) আয়ত
ঘ) ট্রাপিজিয়াম

ব্যাখ্যা
রম্বসের চারটি বাহু সমান এবং কোনো কোণ সমকোণ নয়।

৪১. যে চতুর্ভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল এবং অপর দুই বাহু সমান্তরাল নয়, তাকে কি বলে?

ক) সামান্তরিক
খ) ট্রাপিজিয়াম ✓
গ) রম্বস
ঘ) আয়তক্ষেত্র

৪২. পরিসীমা ও একটি কোণের মান জানা প্রয়োজন কোনটি আঁকতে?

ক) বর্গ
খ) রম্বস ✓
গ) আয়তক্ষেত্র
ঘ) সামান্তরিক

ব্যাখ্যা
(খ) রম্বসের চারটি বাহু সমান।

৪৩. নিচের তথ্যটি লক্ষ কর:

i. আয়ত এক ধরনের সামান্তরিক
ii. বর্গ এক ধরনের আয়ত
iii. রম্বস এর ধরনের বর্গ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) *i* ও *ii* ✓
খ) *i* ও *iii*
গ) *ii* ও *iii*
ঘ) *i, ii* ও *iii*

ব্যাখ্যা
(ক) (*i*) নং উক্তিটি
(*ii*) নং উক্তিটি সঠিক।
(*iii*) নং উক্তিটি সঠিক নয়। কারণ বর্গই এক ধরনের রম্বস।

৪৪. একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য কতটি স্বতন্ত্র উপাত্ত প্রয়োজন?

ক) ১
খ) ২
গ) ৪
ঘ) ৫ ✓

ব্যাখ্যা
(ঘ) ৪টি বাহু + ১টি কোণ অথবা ২টি বাহু + ৩টি কোণ ইত্যাদি।

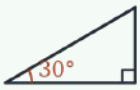
৪৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. $30°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে
ii. $45°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি = লম্ব হবে
iii. $60°$ কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি < লম্ব হবে

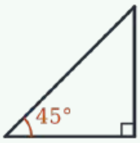
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) *i* ও *ii*
খ) *i* ও *iii*
গ) *ii* ও *iii*
ঘ) *i, ii* ও *iii* ✓

ব্যাখ্যা



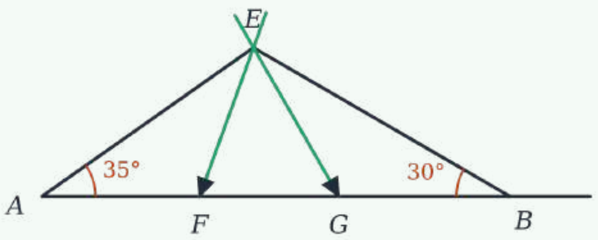
(i) নং সঠিক



(ii) নং সঠিক

(iii) নং সঠিক

পাশের চিত্র অনুযায়ী ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৪৬. EFG কি ধরনের ত্রিভুজ?

(ক) সমবাহু (খ) সমদ্বিবাহু

(গ) স্থূলকোণী (ঘ) বিষমবাহু ✓

ব্যাখ্যা

আমরা জানি, ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ তার বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

চিত্র হতে, ΔEGB একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore \angle GBE = \angle BEG = 30°$,

$\therefore \angle EGF = 30° + 30° = 60°$

আবার ΔEAF একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore \angle EAF = \angle FEA = 35°$,

$\therefore \angle EFG = 35° + 35° = 70°$

এখন, ΔEFG - এর ক্ষেত্রে,

$\angle EFG + \angle FGE + \angle FEG = 180°$

বা, $70° + 60° + \angle FEG = 180°$

বা, $130° + \angle FEG = 180°$

বা, $\angle FEG = 180° - 130°$

$\therefore \angle FEG = 50°$

$\therefore EFG$ একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

৪৭. $\angle FEG$ এর মান কত?

(ক) $50°$ ✓ (খ) $35°$

(গ) $30°$ (ঘ) $25°$

ব্যাখ্যা

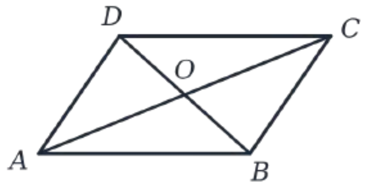
৪৬ নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা হতে, $\angle FEG = 50°$

৪৮. শুধু পরিসীমা দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব?

(ক) রম্বস (খ) ট্রাপিজিয়াম

(গ) বর্গ ✓ (ঘ) আয়তক্ষেত্র

৪৯. $ABCD$ সামান্তরিকের-



i. $AB \parallel CD$

ii. AC ক্ষুদ্রতম কর্ণ

iii. $\angle DAC = \angle BCA$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ✓

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা

উদ্দীপকের চিত্রানুসারে,

i. $AB \parallel CD$ → সঠিক।

ii. AC ক্ষুদ্রতম কর্ণ → সঠিক নয়।

কারণ $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষুদ্রতম কর্ণ হলো BD।

iii. $\angle DAC = \angle BCA$ → সঠিক।

কারণ $\angle DAC$ ও $\angle BCA$ একান্তর কোণ।

৫০. নিচের কোনটি সুষম বহুভুজ ?

(ক) ত্রিভুজ (খ) বর্গক্ষেত্র ✓

(গ) পঞ্চভুজ (ঘ) ষড়ভুজ

ব্যাখ্যা

বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু ও কোণ সমান।

৫১. ত্রিভুজের ক্ষেত্রে নিচের বাক্যগুলো খেয়াল কর-

i. ত্রিভুজ একটি রেখাচিত্র

ii. ত্রিভুজ একটি সামতলিক ক্ষেত্র

iii. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ✓

ব্যাখ্যা

(i) নং সঠিক। (ii) নং সঠিক। (iii) নং সঠিক।

৫২. রশ্মির প্রান্তবিন্দু কতটি?

(ক) 2 (খ) 0

(গ) 1 ✓ (ঘ) অসংখ্য

৫৩. **একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. এবং 8 সে.মি. হলে, তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?**

ক) 3 সে.মি.
খ) 4 সে.মি.
গ) **6 সে.মি.** ✓
ঘ) 11 সে.মি.

ব্যাখ্যা
(গ) $3 + 8 = 11$
$3 + 3 = 6 < 8$
$3 + 4 = 7 < 8$
$3 + 6 = 9 > 8$
∴ তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.

৫৪. **ত্রিভুজ আঁকতে প্রয়োজন-**

i. তিনটি বাহু
ii. দুইটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
iii. দুইটি কোণ ও একটি বাহু

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) *i* ও *ii*
খ) *i* ও *iii*
গ) *ii* ও *iii*
ঘ) ***i, ii* ও *iii*** ✓

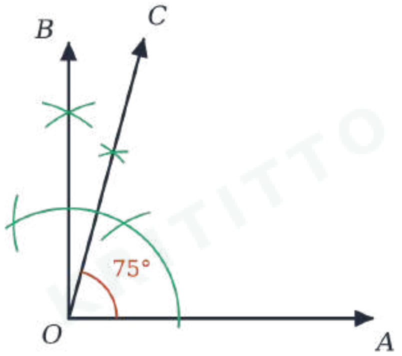
ব্যাখ্যা
কারণ দুইটি কোণ ও তাদের সংলগ্ন বাহু অথবা দুইটি কোণ ও একটির বিপরীত বাহু দেওয়া থাকলে ত্রিভুজ আঁকা যায়। এক্ষেত্রে দুইটি কোণ দেওয়া থাকলে ৩য় কোণটিও থাকে।

সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন (SQ)

১৩টি প্রশ্ন

১। **পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ আঁক।**

উত্তর: পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle AOC = 75°$ কোণ অঙ্কন করা হলো।



২। **কমপক্ষে কয়টি ও কি কি উপাত্ত দেওয়া থাকলে একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব?**

উত্তর: কমপক্ষে তিনটি উপাত্ত দেওয়া থাকলে একটি ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব। তা হলো:
১. তিনটি বাহু (উপাত্ত তিনটি)
২. দুইটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ (উপাত্ত তিনটি)

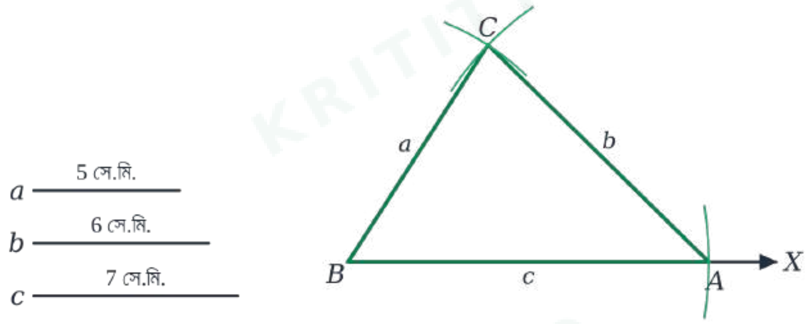
৩. দুইটি কোণ ও তাদের সংলগ্ন বাহু (উপাত্ত তিনটি)
৪. দুইটি কোণ ও একটির বিপরীত বাহু (উপাত্ত তিনটি)
৫. দুইটি বাহু ও তাদের একটির বিপরীত কোণ (উপাত্ত তিনটি)
৬. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর একটি বাহু (উপাত্ত তিনটি)
অর্থাৎ সর্বক্ষেত্রেই তিনটি উপাত্ত প্রয়োজন।

৩। দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়ার তিনটি শর্ত লেখ।

উত্তর: দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়ার তিনটি শর্ত:
১. দুইটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান হলে, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হবে।
২. দুইটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হলে এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান হলে, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হবে।
৩. দুইটি ত্রিভুজের একটির দুইটি কোণ ও এদের সংলগ্ন বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও এদের সংলগ্ন বাহুর সমান হলে, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হবে।

৪। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি., 6 সে.মি. এবং 7 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

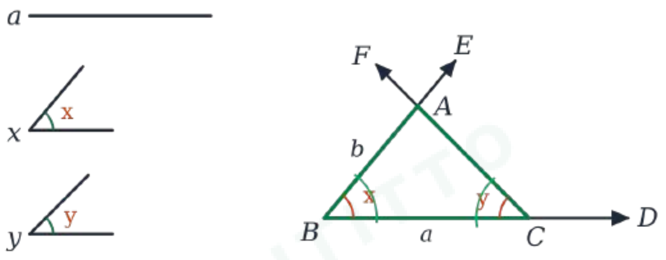
উত্তর: মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সে.মি., b = 6 সে.মি. এবং c = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



ΔABC আঁকা হলো যার তিনটি বাহু $BC = a$ = 5 সে.মি., $AC = b$ = 6 সে.মি. এবং $AB = c$ = 7 সে.মি.।

৫। একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও কোণদ্বয় সংলগ্ন বাহু দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

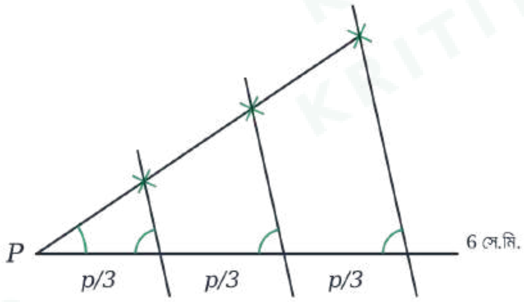
উত্তর: মনে করি, কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এবং কোণদ্বয় সংলগ্ন বাহু a দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

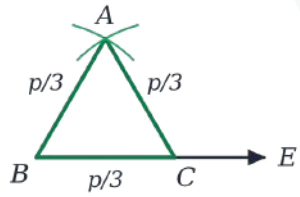


ΔABC আঁকা হলো যার $\angle ABC = \angle x$, $\angle ACB = \angle y$ এবং কোণদ্বয় সংলগ্ন বাহু $BC = a$.

৬। একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

উত্তর: মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা p = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





ABC সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো যার পরিসীমা $AB + BC + AC = p = 6$ সে.মি.।

৭। নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য কতটি স্বতন্ত্র উপাত্ত প্রয়োজন?

উত্তর: নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য পাঁচটি স্বতন্ত্র উপাত্ত প্রয়োজন।

উপাত্তসমূহ হলো:

(i) চারটি বাহু ও একটি কোণ।

(ii) চারটি বাহু ও একটি কর্ণ।

(iii) তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ।

(iv) তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ এবং

(v) দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

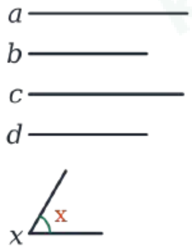
৮। ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় সূক্ষ্মকোণ হলে ক্ষুদ্রতম বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় স্থূলকোণ হয় কেন?

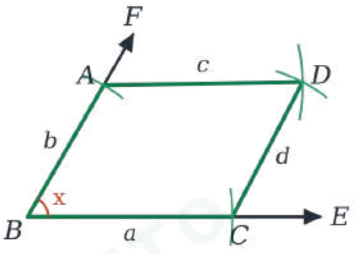
উত্তর: আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামের একজোড়া বাহু সমান্তরাল এবং তির্যক বাহুদ্বয় সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের ছেদক। সমান্তরাল দুইটি রেখার ছেদকের একই পাশের সংলগ্ন কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।

আবার, দুইটি কোণ পরস্পর সম্পূরক ও এদের একটি সূক্ষ্মকোণ হলে অপরটি অবশ্যই স্থূলকোণ হবে। অতএব, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় সূক্ষ্মকোণ হলে ক্ষুদ্রতম বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় স্থূলকোণ হবে।

৯। চতুর্ভুজের চারটি বাহু ও একটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁক।

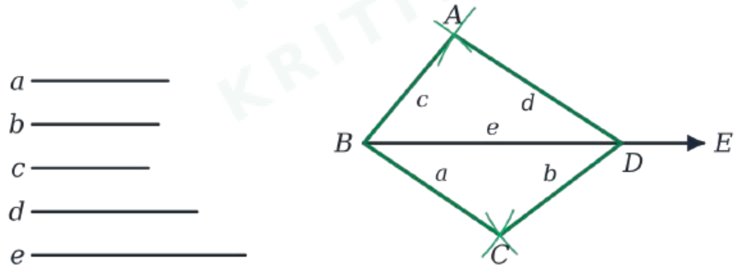
উত্তর: মনে করি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c, d ও একটি কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।





১০। চতুর্ভুজের চারটি বাহু ও একটি কর্ণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁক।

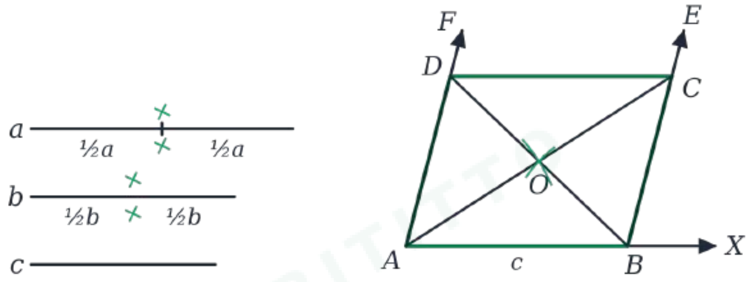
উত্তর: মনে করি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c, d এবং একটি কর্ণ e দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



ABCD চতুর্ভুজ আঁকা হলো যার চারটি বাহু $BC = a$, $CD = b$, $AB = c$, $AD = d$ এবং একটি কর্ণ $BD = e$.

১১। সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ ও একটি বাহু দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁক।

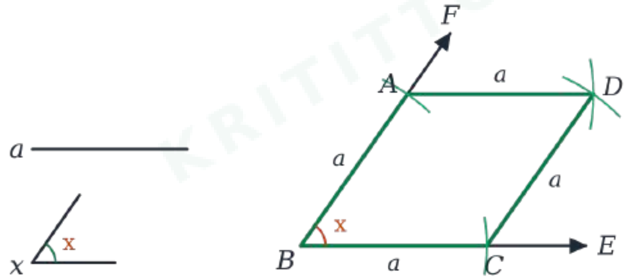
উত্তর: মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ a ও b এবং একটি বাহু c দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



ABCD সামান্তরিক আঁকা হলো যার দুইটি কর্ণ $AC = a$ ও $BD = b$ এবং একটি বাহু $AB = c$.

১২। রম্বসের একটি বাহু এবং একটি কোণ দেওয়া আছে। রম্বসটি অঙ্কন কর।

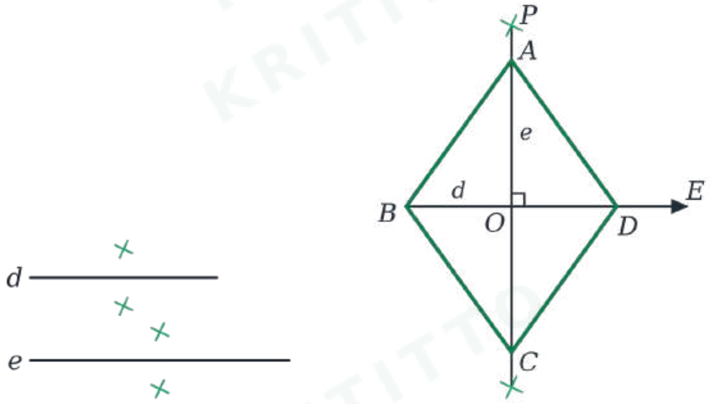
উত্তর: মনে করি, একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং একটি কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



ABCD রম্বস আঁকা হলো যার বাহু $AB = BC = CD = AD = a$ এবং একটি কোণ $\angle ABC = \angle x$.

১৩। একটি রম্বসের দুইটি কর্ণ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

উত্তর: মনে করি, রম্বসের দুইটি কর্ণ d ও e দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



ABCD রম্বস আঁকা হলো যার দুইটি কর্ণ $BD = d$ এবং $AC = e$

সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

৬টি প্রশ্ন • প্রতিটি ১০ নম্বর

১ **প্রশ্ন-১.**

কুমিল্লা বোর্ড-২০২২

একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 75°$, $\angle y = 70°$ এবং পরিসীমা $S = 9$ সে.মি.।

(ক) এমন একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁক যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $\frac{S}{3}$ এর সমান হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] — ২ নম্বর

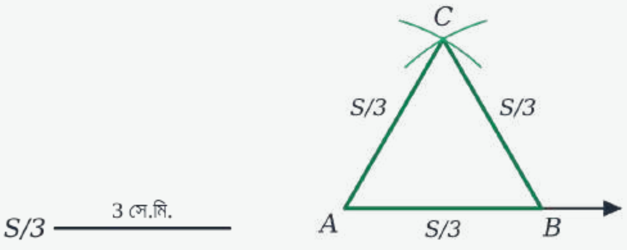
(খ) উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি অংকন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] — ৪ নম্বর

(গ) এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান এবং শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{2S}{3}$ এর সমান হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] — ৪ নম্বর

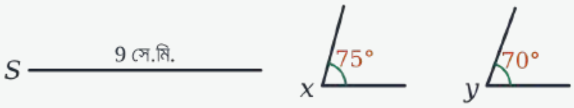
১ নং প্রশ্নের সমাধান

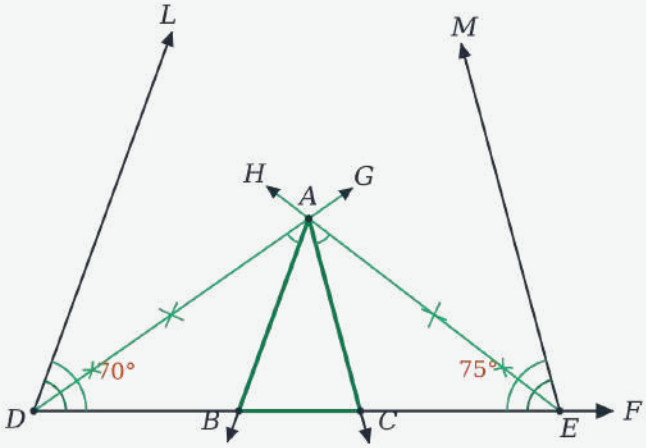
ক এখানে, $S = 9$ সে.মি

$\therefore \frac{S}{3} = 3$ সে.মি.



খ





মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা $S = 9$ সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ ও $\angle y = 70°$ দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা $S = 9$ সে.মি. এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle y = 70°$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle x = 75°$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

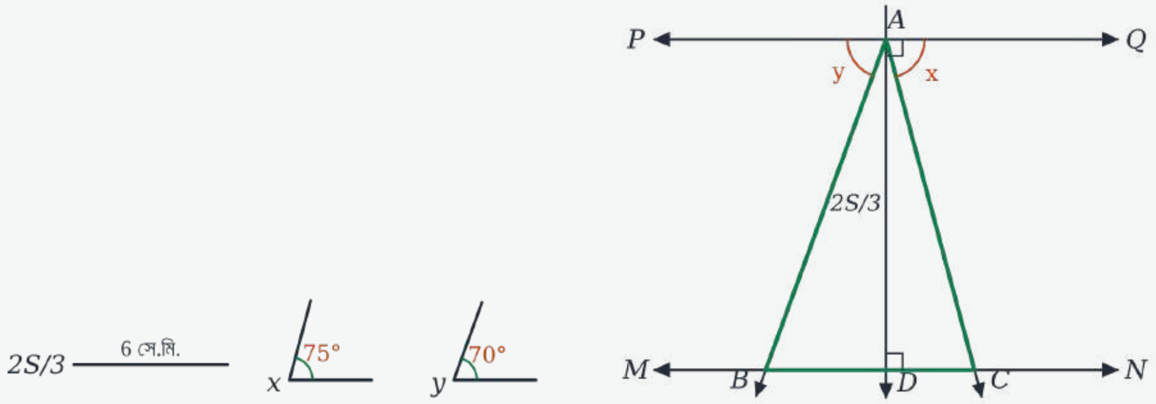
২. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি।

করে। A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি।

৪. AB এবং AC রেখাংশদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যথাক্রমে $\angle x$ ও $\angle y$ এবং শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{2S}{3} = 6$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো একটি রেখাংশ $AD = \frac{2S}{3} = 6$ সে.মি. নিই। AD রেখাংশের A ও D বিন্দুতে যথাক্রমে PAQ এবং MDN লম্ব আঁকি।

২. PQ রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x = \angle QAC$ এবং $\angle y = \angle PAB$ আঁকি।

৩. AB ও AC রেখাংশ MN রেখাকে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC - ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

২ প্রশ্ন-২.

সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা

একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = 7.5$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $B = 25°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2.5$ সে.মি.।

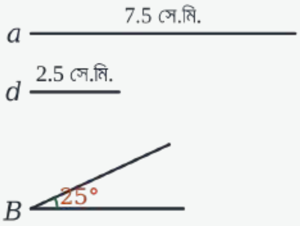
(ক) তথ্য অনুযায়ী চিত্র আঁক। ২ নম্বর

(খ) ত্রিভুজটি আঁক এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪ নম্বর

(গ) 'খ' এ অঙ্কিত ত্রিভুজটির ভূমির দ্বিগুণের সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪ নম্বর

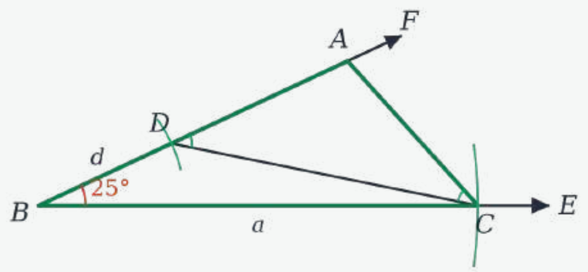
২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = 7.5$ সে.মি.,ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 25°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর, $d = 2.5$ সে. মি.।

খ দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজ ভূমি $a = 7.5$ সে.মি.,ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 25°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2.5$ সে. মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a = 7.5$ সে. মি. কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle B = 25°$ আঁকি।

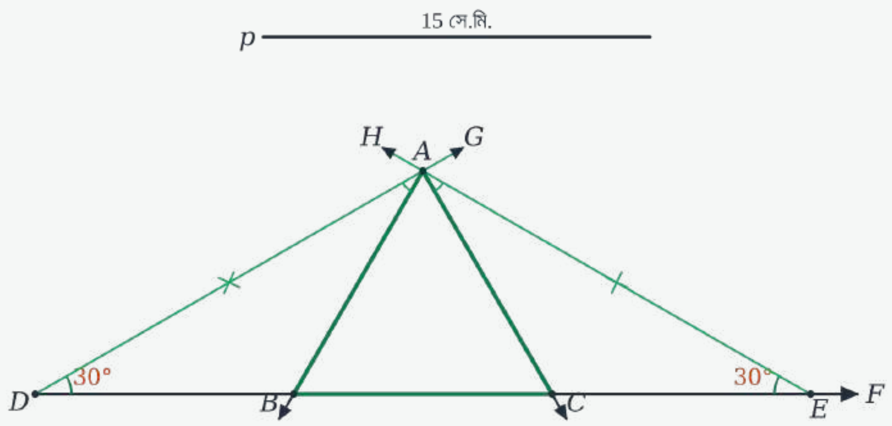
২. BF রশ্মি থেকে $BD = d = 2.5$ সে. মি. কেটে নিই।

৩. C, D যোগ করি। CD রেখাংশের C বিন্দুতে $\angle FDC$ এর সমান করে $\angle DCA$ আঁকি।

৪. মনে করি, CA, BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $p = 2 \times 7.5 = 15$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

১. DF রশ্মি থেকে $DE = p$ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে $30°$ এর সমান করে $\angle EDG$ এবং $\angle DEH$ আঁকি।

৩. মনে করি, DG ও EH পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

A বিন্দুতে $\angle ADE = \angle DAB$ এবং $\angle AED = \angle EAC$ আঁকি।

৪. মনে করি, AB ও AC, DE কে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।

৩ প্রশ্ন-৩. ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২৪

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 3 সে.মি.।

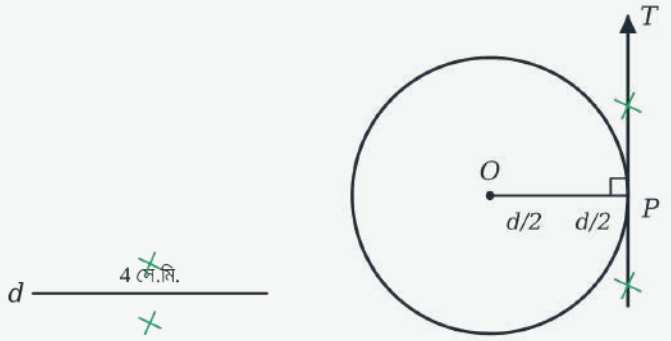
(ক) 4 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন কর। ২ নম্বর

(খ) ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪ নম্বর

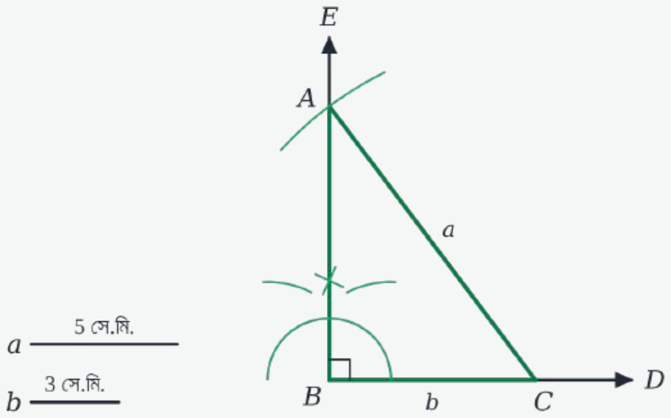
(গ) ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ যথাক্রমে $60°$ এবং $45°$ এবং পরিসীমা সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪ নম্বর

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $r = 4$ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের P বিন্দুতে একটি স্পর্শক PT আঁকা হলো।



খ মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 5$ সে.মি. ও এর সংলগ্ন এক বাহু $b = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

১. যেকোনো রশ্মি BD থেকে b এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

২. B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি।

৩. C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ দিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন এটি BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 5 সে.মি. এবং একটি বাহু = 3 সে.মি.।

সমকোণী ত্রিভুজের অপর বাহু = $\sqrt{(\text{অতিভুজ})^2 - (\text{একটি বাহু})^2}$

= $\sqrt{5^2 - 3^2}$ সে.মি.

= $\sqrt{25 - 9}$

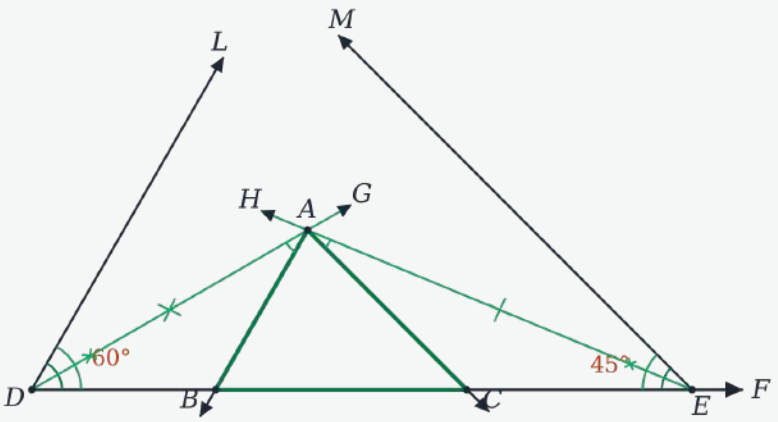
= $\sqrt{16}$ সে.মি.

= 4 সে.মি.

সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমা = $(3 + 4 + 5)$ সে.মি.

= 12 সে.মি.

মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 12$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE অংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান, $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE অংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৪ **প্রশ্ন-৪.** সিলেট বোর্ড ২০২৩

দুইটি রেখাংশ যথাক্রমে a = 4সে.মি., b = 6সে.মি. এবং $\angle x = 30°$.

(ক) একটি বৃত্তের পরিধি 60 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২ নম্বর

(খ) ত্রিভুজের ভূমি a, অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{b}{2}$ এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ x; ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪ নম্বর

(গ) সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় a, b এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$; সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪ নম্বর

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$

শর্তমতে, $2\pi r = 60$

বা, $r = \frac{60}{2\pi} = \frac{60}{2 \times 3.1416}$

$r = 9.549$ (প্রায়)

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

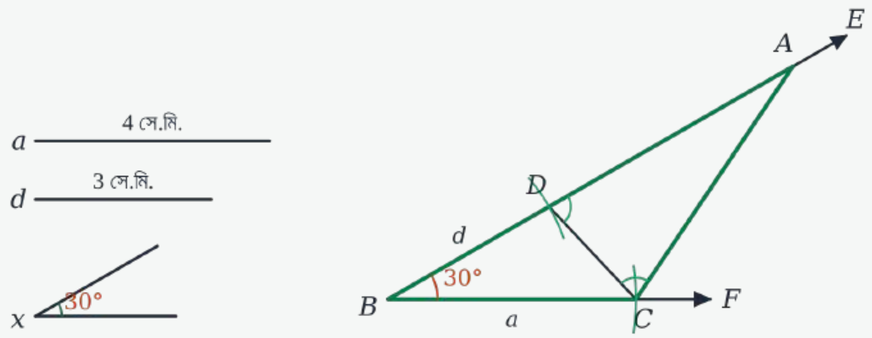
= $3.1416 \times (9.549)^2$ বর্গ সে.মি.

= 3.1416×91.183401 বর্গ সে.মি.

= 286.46 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল 286.46 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

খ মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি, a = 4 সে.মি., অপর দুই বাহুর অন্তর, $d = \frac{b}{2} = \frac{6}{2}$ সে.মি.= 3 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 30°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

১. যেকোনো রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBE$ আঁকি।

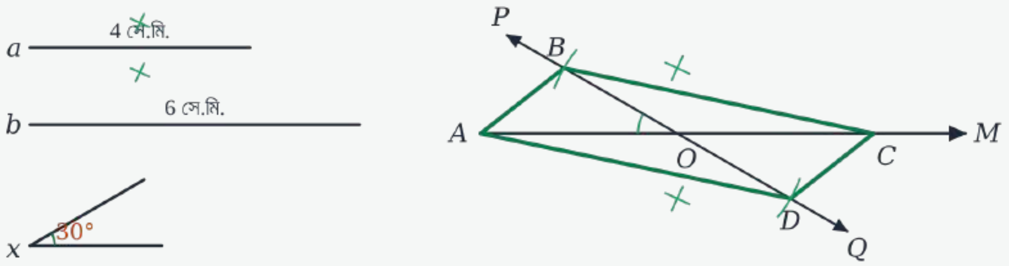
২. BE রশ্মি থেকে d এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

৩. C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC = \angle DCA$ আঁকি।

৪. CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC –ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ মনে করি, সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি a = 4সে. মি. ও b = 6 সে. মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle x = 30°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

১. যেকোনো রশ্মি AM থেকে b এর সমান AC রেখাংশ নিই।

২. AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

৩. O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle AOP$ আঁকি।

৪. OP এর বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি।

৫. OP ও OQ রশ্মিদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}a$ এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশদ্বয় নিই।

৬. A, B; A, D; C, B ও C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

KRITITTO

৫ প্রশ্ন-৫.

কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪

কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 4 সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $x = 60°$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s = 7 সে. মি.।

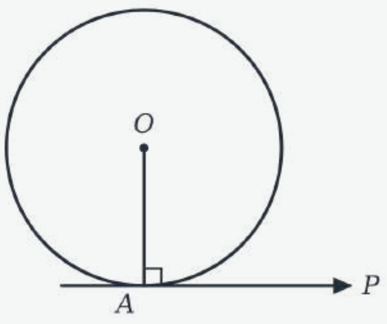
(ক) $\frac{s}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] — ২ নম্বর

(খ) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] — ৪ নম্বর

(গ) এমন একটি রম্বস অঙ্কন কর যার পরিসীমা প্রদত্ত ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] — ৪ নম্বর

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

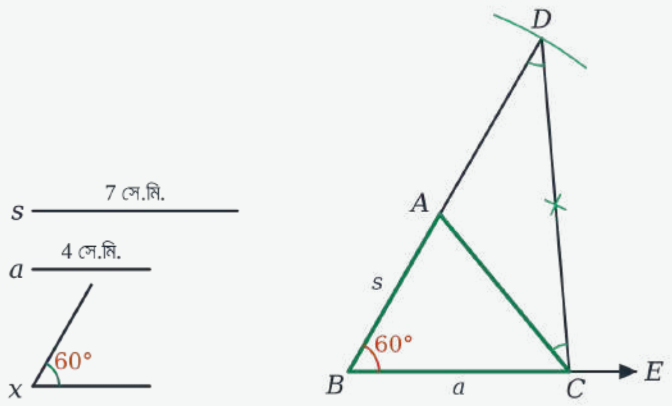
ক



দেওয়া আছে, s = 7 সে. মি. $\therefore \frac{s}{2} = \frac{7}{2}$ = 3.5 সে. মি.

চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A একটি বিন্দু,ব্যাসার্ধ OA = 3.5 সে. মি. এবং P বিন্দুতে AP একটি স্পর্শক।

খ



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি a = 4 সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s = 7 সে. মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ = 4 সে.মি. কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x = 60°$ আঁকি।

(২) BF থেকে $BD = s$ = 7 সে. মি. কেটে নিই।

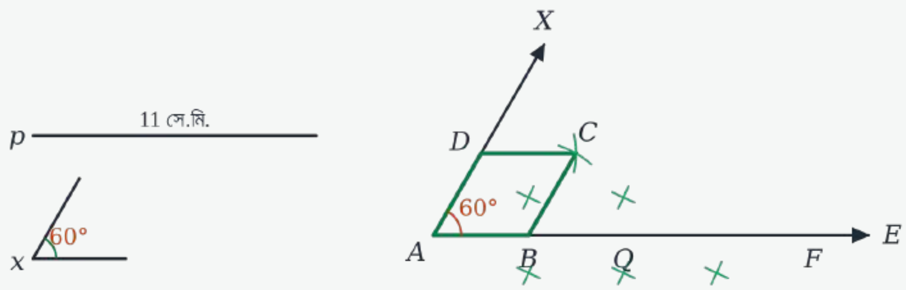
(৩) C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle DCA = \angle BDC$ আঁকি।

(৪) মনে করি, CA রেখা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ এখানে, ত্রিভুজটির পরিসীমা = 4 + 7 = 11 সে.মি.

$\therefore$ রম্বসটির পরিসীমা, p = 11 সে.মি.



একটি রম্বসের পরিসীমা $p = 11$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে পরিসীমা $p = 11$ সে.মি. এর সমান করে AF রেখাংশ কেটে নিই। AF কে Q বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(২) আবার AQ কে B বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

তাহলে $AB = \frac{p}{4}$

(৩) AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAX = \angle x = 60°$ আঁকি। AX রশ্মি থেকে $AD = AB = \frac{p}{4}$ অংশ কেটে নিই।

(৪) B ও D কে কেন্দ্র করে $AB = \frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ দিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) B,C ও D,C যোগ করি। তাহলে $ABCD$-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৬ **প্রশ্ন-৬.** সিলেট বোর্ড-২০২৪

একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°, \angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সে.মি.।

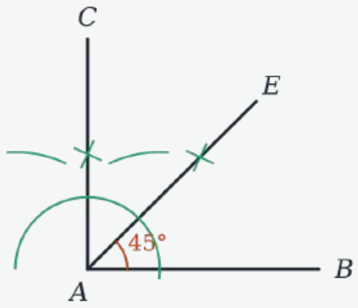
(ক) রুলার ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle y$ আঁক। ২ নম্বর

(খ) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪ নম্বর

(গ) ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪ নম্বর

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

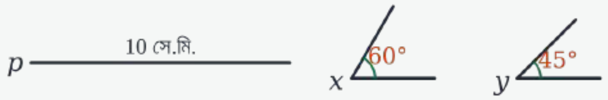
ক

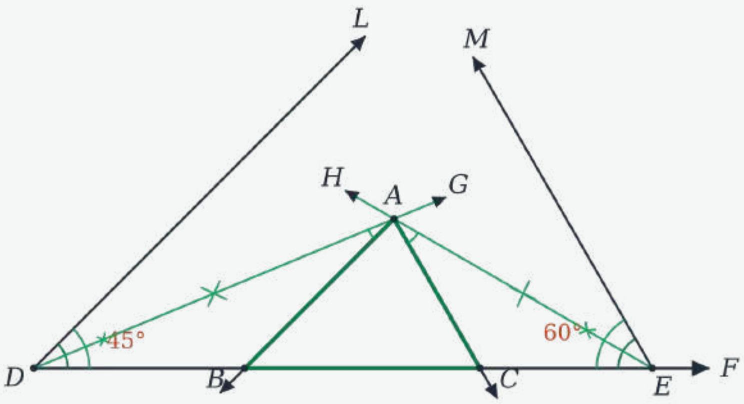


এখানে, $\angle BAC = 90°$

এবং $\angle CAE = \angle BAE = 45° = y$

খ





মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা, p = 10 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

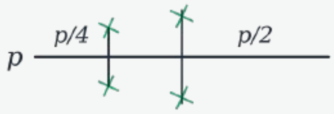
১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা,p = 10 সে.মি. এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle y = 45°$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle x = 60°$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

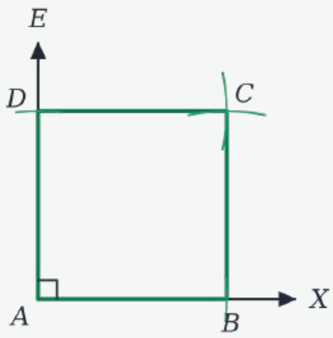
২. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে DG ও EH আঁকি।

৩. মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি।

৪. AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ





মনে করি, একটি বর্গের পরিসীমা p = 10 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যেকোনো রশ্মি AX থেকে $AB = \frac{1}{4}p$ কেটে নিই। A বিন্দুতে $AE \perp AB$ আঁকি। AE থেকে $AD = AB = \frac{p}{4}$ কাটি।

(২) এবার B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}p$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C এবং C, D যোগ করি।

$\therefore ABCD$ উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

৮

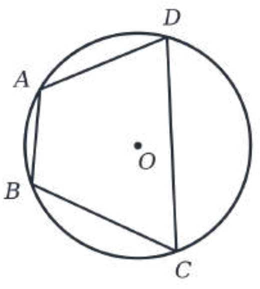
অধ্যায় ৮

বৃত্ত

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

১০টি প্রশ্ন • প্রতিটি ১ নম্বর

৯৮. $ABCD$ বৃত্তে একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ $\angle BAD = 95°$ হলে, $\angle BCD$ = কত?



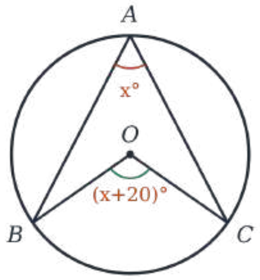
ক 85° ✓
খ 90°
গ 95°
ঘ 105°

ব্যাখ্যা
যেহেতু বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°,
সেহেতু $\angle BCD = 180° - \angle BAD = (180° - 95°) = 85°$

৯৮. বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি–

ক বর্গক্ষেত্র
খ আয়তক্ষেত্র ✓
গ রম্বস
ঘ ট্রাপিজিয়ামে

৯৯. চিত্রে, ABC বৃত্তে $\angle BAC$ = কত?



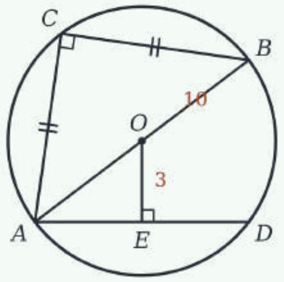
ক 40°
খ 10°
গ 30°
ঘ 20° ✓

ব্যাখ্যা
উদ্দীপকের চিত্রানুসারে পাই,
$\angle BOC = 2\angle BAC$ [বৃত্তের একই চাপ BC –এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
বা, $(x + 20) = 2x$ বা, $2x = x + 20$ বা, $2x - x = 20$
$\therefore x = 20$
$\therefore \angle BAC = 20°$

১০০. ΔACB এর পরিসীমা কত?

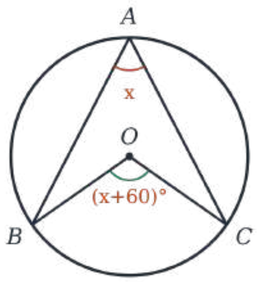
ক 15.14 সে.মি. (প্রায়)
খ 20.14 সে.মি. (প্রায়)
গ 24.14 সে.মি. (প্রায়) ✓
ঘ 30.14 সে.মি. (প্রায়)

ব্যাখ্যা



ΔABC – এ $AC \perp BC$ এবং $ACB = 90°$
$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \frac{180° - 90°}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$
এখন, $\sin\angle ABC = \frac{AC}{AB}$
বা, $\sin 45° = \frac{AC}{10}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AC}{10}$ বা, $AC = \frac{10}{\sqrt{2}}$
$\therefore AC = 7.07 = BC$
$\therefore \Delta ACB$ এর পরিসীমা = (7.07 + 7.07 + 10) সে.মি. = 24.14 সে.মি. (প্রায়)

১০১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তে AB = 10 সে.মি., $OE \perp AD$, OE = 3 সে.মি.। $AC \perp BC$। $\angle BAC$ = কত?



ক 30°　　খ 45°

গ **60°** ✓　　ঘ 120°

ব্যাখ্যা

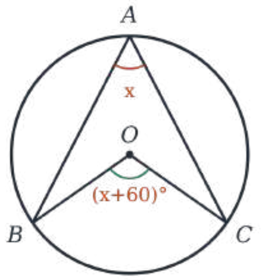
BC চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAC$.

$\therefore 2\angle BAC = \angle BOC$

বা, $2x = x + 60°$

$\therefore x = 60°$

১০২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তে $AB = 10$ সে.মি., $OE \perp AD$, $OE = 3$ সে.মি.। $AC \perp BC$ প্রবৃদ্ধকোণ $\angle BOC$ এর মান কত?



ক 120°　　খ 180°

গ **240°** ✓　　ঘ 280°

ব্যাখ্যা

BC চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAC$.

$\therefore 2\angle BAC = \angle BOC$ বা, $2x = x + 60°$

$\therefore x = 60°$

$\angle BOC = x + 60° = 60° + 60° = 120°$

$\therefore$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BOC = 360° - 120° = 240°$

১০৩. বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু এবং বহিঃস্থ একটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটিকে কতটি বিন্দুতে ছেদ করে?

ক অসংখ্য　　খ **1** ✓

গ 2　　ঘ 3

১০৪. কোন বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ কোনটি?

ক **সূক্ষ্মকোণ** ✓　　খ সমকোণ

গ স্থূলকোণ　　ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ

১০৫. একটি চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ 45° হলে, বৃত্তস্থ কোণ কত হবে?

ক 180°　　খ 90°

গ 45°　　ঘ **$22\frac{1}{2}°$** ✓

১০৬. কোন বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ-

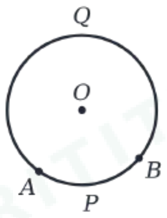
ক সূক্ষ্মকোণ　　খ **সমকোণ** ✓

গ স্থূলকোণ　　ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ

প্রশ্ন ১। চিত্রসহ বৃত্তচাপের সংজ্ঞা দাও।

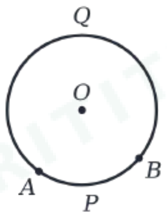
উত্তর: বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির অংশকে চাপ বলে।

চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে APB ও AQB দুইটি চাপ।



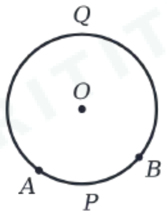
প্রশ্ন ২। চিত্রসহ উপচাপের সংজ্ঞা দাও।

উত্তর: বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির ছোট অংশকে বৃত্তটির উপচাপ বলা হয়। চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB চাপ হচ্ছে উপচাপ।



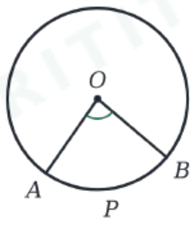
প্রশ্ন ৩। চিত্রসহ অধিচাপের সংজ্ঞা দাও।

উত্তর: বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির বড় অংশকে বৃত্তটির অধিচাপ বলা হয়। চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AQB চাপ হচ্ছে অধিচাপ।



প্রশ্ন ৪। একটি কোণ কোনো বৃত্তে একটি চাপ খণ্ডিত করে কখন বলা যায়?

উত্তর: একটি কোণ কোনো বৃত্তে একটি চাপ খণ্ডিত বা ছিন্ন করে বলা হয় যদি—



১. চাপটির প্রত্যেক প্রান্তবিন্দু কোণটির বাহুতে অবস্থিত হয়

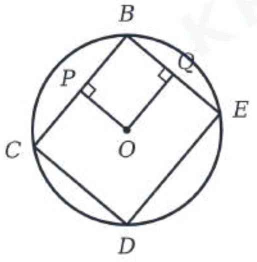
২. কোণটির প্রত্যেক বাহুতে চাপটির অন্তত একটি প্রান্তবিন্দু অবস্থিত হয় এবং

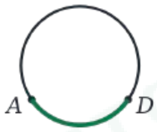
৩. চাপটির অন্তঃস্থ প্রত্যেকটি বিন্দু কোণটির অভ্যন্তরে থাকে।

চিত্রে প্রদর্শিত কোণ AOB কোণটি O কেন্দ্রিক বৃত্তে APB চাপ খণ্ডিত করে।

প্রশ্ন ৫। চিত্রে বৃত্তচাপ $CDE <$ বৃত্তচাপ CBD হলে, কোনটি উপচাপ তা কারণসহ লেখ।

উত্তর:





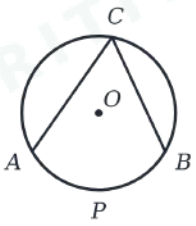
বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির অংশকে চাপ বলে। চিত্রে A ও B দুইটি বিন্দুর মাঝে বৃত্তের অংশগুলো লক্ষ করলে দেখা যায় দুইটি অংশের একটি ছোট, অন্যটি তুলনামূলকভাবে বড়। ছোট অংশটিকে উপচাপ এবং বড়টিকে অধিচাপ বলে।

এখানে, বৃত্তচাপ $CDE <$ বৃত্তচাপ CBD. অর্থাৎ CDE চাপটি CBD চাপের চেয়ে ছোট। সুতরাং, CDE হলো উপচাপ।

প্রশ্ন ৬। বৃত্তস্থ কোণ কী? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে বৃত্তের উপর কোনো বিন্দুতে ছেদ করলে এদের মধ্যবর্তী কোণকে বৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোণ বলা হয়। চিত্রে $\angle ACB$ বৃত্তস্থ কোণ। প্রত্যেক বৃত্তস্থ কোণ বৃত্তে একটি চাপ খণ্ডিত করে। এই চাপ উপচাপ, অর্ধবৃত্ত অথবা অধিচাপ হতে পারে।

একটি বৃত্তস্থ কোণ বৃত্তে যে চাপ খণ্ডিত করে, কোণটি সেই চাপের ওপর দণ্ডায়মান এবং খণ্ডিত চাপের অনুবন্ধী চাপে অন্তর্লিখিত বলা হয়।

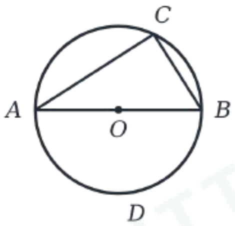


চিত্রে $\angle ACB$ বৃত্তস্থ কোণটি APB চাপের ওপর দণ্ডায়মান এবং ACB চাপে অন্তর্লিখিত।

প্রশ্ন ৭। প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

উত্তর: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB =$ এক সমকোণ।

অঙ্কন: AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।



প্রমাণ:

ADB চাপের উপর দণ্ডায়মান

বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle AOB$)

[∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB =$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ)

$\therefore \angle ACB =$ এক সমকোণ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮। একটি অর্ধবৃত্তের সমান চাপ দ্বারা বৃত্তের পরিধিতে উৎপন্ন কোণের $\frac{1}{5}$ অংশের মান কত?

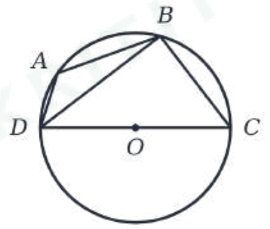
উত্তর: আমরা জানি, অর্ধবৃত্তের সমান চাপ বৃত্তের পরিধিতে এক সমকোণ বা $90°$ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ অর্ধবৃত্তের সমান চাপ দ্বারা পরিধিতে উৎপন্ন কোণের $\frac{1}{5}$ অংশ = $\frac{90°}{5}$ = $18°$।

প্রশ্ন ৯। সংক্ষেপে ব্যাখ্যা কর যে, কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ।

উত্তর: এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস CD ও ABC একটি উপচাপ। ABC উপচাপে অন্তর্লিখিত $\angle ABC$, B, D যোগ করি।

বৃত্তের ব্যাস CD এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle DBC = 90°$ [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]



এখন, $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$

$\therefore \angle ABC > \angle DBC$ [$\because \angle DBC$, $\angle ABC$ এর অংশ]

বা, $\angle ABC > 90°$

অর্থাৎ, $\angle ABC$ একটি স্থূলকোণ।

প্রশ্ন ১০। ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত এবং BC বৃত্তের ব্যাস। যদি ত্রিভুজটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির 4 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ত্রিভুজটি বৃত্তস্থ এবং BC ব্যাস হলে $\angle BAC$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ অর্থাৎ সমকোণ হবে।

ধরি, ক্ষুদ্রতম কোণটির মান x। তাহলে অপর সূক্ষ্মকোণ $4x$

শর্তমতে, $x + 4x + 90° = 180°$

বা, $5x = 90°$

$\therefore x = 18°$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম কোণের মান $18°$।

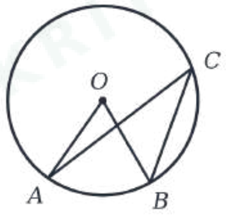
প্রশ্ন ১১। ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষগুলো বৃত্তস্থ এবং ত্রিভুজটির BC অতিভুজের দৈর্ঘ্য 32 সে.মি. হলে ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

উত্তর: ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষগুলো বৃত্তস্থ হলে BC অতিভুজ হবে ঐ বৃত্তের ব্যাস। কারণ, $\angle BAC$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{32}{2}$ = 16 সে.মি.

নির্ণেয় ব্যাসার্ধ 16 সে.মি.।

প্রশ্ন ১২। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $\angle AOB = 60°$ হলে, $\angle ACB$ = কত?



উত্তর: দেওয়া আছে, $\angle AOB = 60°$

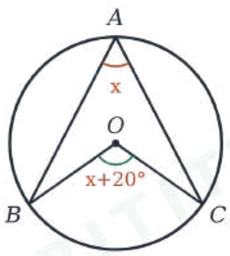
এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle ACB$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$ [$\because$ বৃত্তের একই চাপ AB এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

$= \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$\therefore \angle ACB = 30°$

প্রশ্ন ১৩। চিত্রে, ABC বৃত্তে $\angle BAC$ = কত?



উত্তর: এখানে, ABC বৃত্তে, বৃত্তস্থ $\angle BAC = x$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle BOC = x + 20°$

আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের দ্বিগুণ।

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$

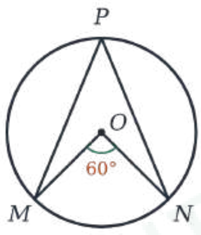
বা, $x + 20° = 2x$

বা, $2x - x = 20°$

বা, $x = 20°$

$\therefore \angle BAC = 20°$

প্রশ্ন ১৪। উপরের চিত্রে $\angle POM$ = কত?



উত্তর: এখানে, কেন্দ্রস্থ $\angle MON = 60°$

$\therefore \angle MPN = \frac{1}{2}\angle MON$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

$= \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

সুতরাং $\angle PMO = \angle MPO = \frac{1}{2}\angle MPN = \frac{1}{2} \times 30° = 15°$

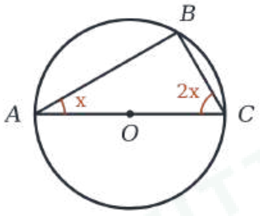
$\therefore \angle POM = 180° - (\angle PMO + \angle MPO)$

$= 180° - (15° + 15°)$

$= 150°$

$\therefore \angle POM = 150°$

প্রশ্ন ১৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle ACB$ এর সম্পূরক কোণ কত?



উত্তর: এখানে, $\angle ABC$ হচ্ছে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

সুতরাং, $\angle ABC = 90°$

এখন, ABC ত্রিভুজে, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ বা $180°$]

বা, $x + 90° + 2x = 180°$

বা, $3x = 180° - 90°$

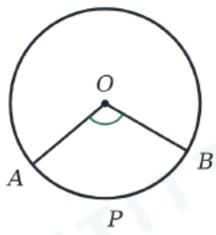
বা, $x = \frac{90°}{3} = 30°$

$\therefore \angle ACB = 2x = 2 \times 30° = 60°$

$\therefore \angle ACB$ এর সম্পূরক কোণ $= 180° - 60° = 120°$

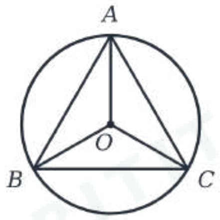
প্রশ্ন ১৬। কেন্দ্রস্থ কোণ ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে, কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয়। কোণটি বৃত্তে যে চাপ খণ্ডিত করে সেই চাপের ওপর তা দণ্ডায়মান বলা হয়।



পাশের চিত্রের $\angle AOB$ কোণটি একটি কেন্দ্রস্থ কোণ এবং তা APB চাপের ওপর দণ্ডায়মান।

প্রশ্ন ১৭। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক AO হলে $\angle AOB$ = ?



উত্তর: O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABC সমবাহু ত্রিভুজে, $\angle ACB = 60°$

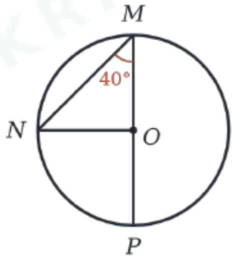
[সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ $60°$]

বৃত্তস্থ $\angle ACB = 60°$

$\therefore$ কেন্দ্রস্থ $\angle AOB = 2\angle ACB$ [$\because$ কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$= 2 \times 60° = 120°$

প্রশ্ন ১৮। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $\angle PMN = 40°, \angle PON$ = কত?



উত্তর: এখানে, বৃত্তের একই চাপ NP এর ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle PMN$ ও কেন্দ্রস্থ $\angle PON$।

আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

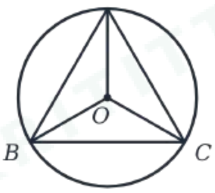
∴ কেন্দ্রস্থ $\angle PON = 2 \times$ বৃত্তস্থ $\angle PMN = 2 \times 40° = 80°$

∴ $\angle PON = 80°$

প্রশ্ন ১৯। ত্রিভুজ ABC এর পরিকেন্দ্র O, $AB = AC$ এবং $\angle ABC = 55°$ হলে $\angle BOC$ এর পরিমাপ কত?

উত্তর: যেহেতু ত্রিভুজ ABC এ $AB = AC$, সেহেতু $\angle ABC = \angle ACB = 55°$

ত্রিভুজ ABC-এ,



$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180°$

বা, $55° + 55° + \angle BAC = 180°$

বা, $\angle BAC = 180° - 110°$

∴ $\angle BAC = 70°$

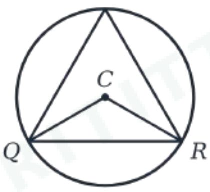
∴ $\angle BOC = 2\angle BAC$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$= 2 \times 70° = 140°$

∴ $\angle BOC = 140°$

প্রশ্ন ২০। ত্রিভুজ PQR সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র C হলে, $\angle QCR =$ কত?

উত্তর: ত্রিভুজ PQR সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র C এবং এর প্রত্যেকটি কোণ $60°$।



∴ $\angle QPR = 60°$

QR চাপের উপর কেন্দ্রস্থ,

$\angle QCR = 2\angle QPR$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$= 2 \times 60° = 120°$

∴ $\angle QCR = 120°$

প্রশ্ন ২১। কোনো বৃত্তের একই চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ $(2y + 10°)$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $(y + 110°)$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

প্রশ্নমতে, $(y + 110°) = 2(2y + 10°)$

বা, $y + 110° = 4y + 20°$

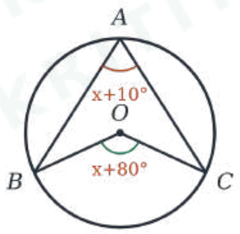
বা, $4y - y = 110° - 20°$

বা, $3y = 90°$

∴ $y = 30°$

নির্ণেয় মান: $y = 30°$

প্রশ্ন ২২। O বৃত্তের কেন্দ্র হলে x-এর মান কত?



উত্তর: এখানে, বৃত্তটির কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOC = x + 80°$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC = x + 10°$

আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$

বা, $x + 80° = 2(x + 10°)$

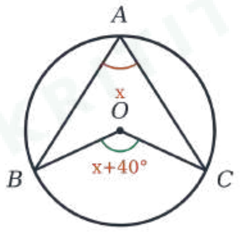
বা, $x + 80° = 2x + 20°$

বা, $2x - x = 80° - 20°$

$\therefore x = 60°$

$\therefore x$ এর মান $60°$।

প্রশ্ন ২৩। চিত্রানুযায়ী x এর মান নির্ণয় কর?



উত্তর: আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

চিত্র হতে, কেন্দ্রস্থ $\angle BOC = 2 \times$ বৃত্তস্থ $\angle BAC$

বা, $x + 40° = 2 \times x$

বা, $x + 40° = 2x$

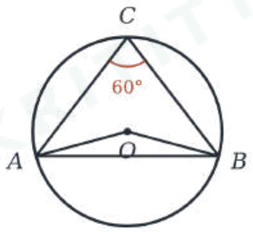
বা, $2x - x = 40°$

$\therefore x = 40°$

নির্ণেয় মান: $x = 40°$

প্রশ্ন ২৪। চিত্রে, AOB প্রবৃদ্ধ কোণটির মান কত?

উত্তর: আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

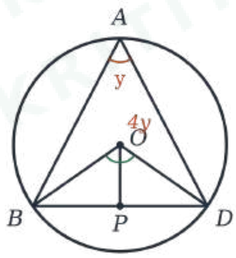


$\therefore AB$ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ;

$\angle AOB = 2 \times$ বৃত্তস্থকোণ $\angle ACB = 2 \times 65° = 130°$

$\therefore$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOB = 360° - 130° = 230°$

প্রশ্ন ২৫। চিত্রে ABD বৃত্তের কেন্দ্র O, $OB = 5$ সে.মি. এবং $OP = 3$ সে.মি.। y এর মান কত?



উত্তর: এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে একই চাপ BD এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAD$।

$\therefore \angle BOD = 2\angle BAD$ [$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$= 2y$

আবার, $\angle BOD$ + প্রবৃদ্ধ $\angle BOD = 360°$

বা, $2y + 4y = 360°$

বা, $6y = 360°$

বা, $y = \frac{360°}{6} = 60°$

$\therefore y = 60°$

সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

৮টি প্রশ্ন • প্রতিটি ১০ নম্বর

১ প্রশ্ন ১। যশোর বোর্ড ২০২২

P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা।

(ক) 4 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২ নম্বর

(খ) যদি $AB=CD$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, P থেকে AB ও CD এর দূরত্ব সমান। ৪ নম্বর

(গ) যদি AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করে তবে প্রমাণ করো যে, $\angle APC + \angle BPD = 2$ সমকোণ। ৪ নম্বর

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ সে.মি.

$\therefore$বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= x = 3.1416 \times 4^2$ বর্গ সে.মি.

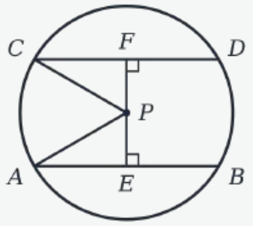
$= 3.1416 \times 16$ বর্গ সে.মি.

$= 50.2656$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল 50.2656 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

খ মনে করি, P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা অর্থাৎ $AB = CD$। প্রমাণ করতে হবে যে, P থেকে AB ও CD এর দূরত্ব সমান।

অঙ্কন: P থেকে AB ও CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে PE ও PF লম্ব রেখাংশ আঁকি। P, A ও P, C যোগ করি।



প্রমাণ: ধাপ-১: $PE \perp AB$ এবং $PF \perp CD$

সুতরাং $AE = BE$ এবং $CF = DF$ [$\because$কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$\therefore AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$

ধাপ-২: কিন্তু $AB = CD$ [ধরে নেওয়া]

বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

$\therefore AE = CF$

ধাপ-৩: এখন ΔPAE এবং ΔPCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ AP = অতিভুজ CP [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] এবং $AE = CF$ [ধাপ (২) হতে]

$\therefore \Delta PAE \cong \Delta PCF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য।]

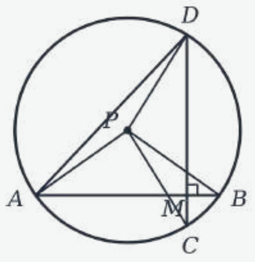
$\therefore PE = PF$

ধাপ-৪: কিন্তু PE এবং PF কেন্দ্র P থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে।

সুতরাং P থেকে AB ও CD এর দূরত্ব সমান। **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, P কেন্দ্রেবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে M বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করেছে। $P, A; P, B; P, C; P, D$ যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APC + \angle BPD = 2$ সমকোণ।

অঙ্কন: A, D যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ-১: AC চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle APC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$.

$\therefore \angle APC = 2\angle ADC$

[$\because$বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

ধাপ-২: BD চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BPD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAD$.

$\therefore \angle BPD = 2\angle BAD$

ধাপ-৩: ধাপ (১) ও ধাপ (২) হতে,

$\angle APC + \angle BPD = 2(\angle ADC + \angle BAD)$ [যোগ করে]

ধাপ-৪: ΔAMD-এ, $\angle AMD$ = এক সমকোণ

$\therefore \angle ADM + \angle DAM = 1$ সমকোণ

বা, $\angle ADC + \angle BAD = 1$ সমকোণ

ধাপ-৫: ধাপ (৩) ও ধাপ (৪) হতে পাই,

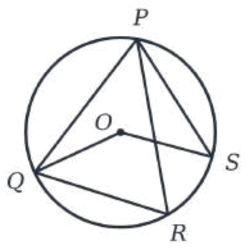
$\angle APC + \angle BPD = 2 \times 1$ সমকোণ

$\therefore \angle APC + \angle BPD = 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

২ প্রশ্ন ২।

ঢাকা বোর্ড ২০২২

O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PQRS$ বৃত্তে QS চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOS$।



(ক) $OS = 7$ সে.মি. হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় করো। ২ নম্বর

(খ) প্রমাণ করো যে, $\angle QOS = 2\angle QPS$. ৪ নম্বর

(গ) প্রমাণ করো যে, $\angle PRQ = \angle PSQ$. ৪ নম্বর

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PQRS$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = OS = 7$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r$

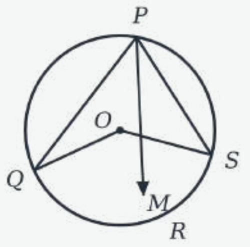
$= 2 \times 3.1416 \times 7$ সে.মি.

$= 43.9824$ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের পরিধি 43.9824 সে.মি. (প্রায়)।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিস্ট $PQRS$ বৃত্তে QRS চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOS$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QOS = 2\angle QPS$.

অঙ্কন: মনে করি, PS রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PM আঁকি।



প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔPOQ এর বহিঃস্থ $\angle QOM = \angle QPO + \angle PQO$

[$\therefore$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।]

ধাপ-২: ΔPOQ -এ $OQ = OP$ [$\therefore$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle QPO = \angle PQO$ [$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান।]

ধাপ-৩: ধাপ (১) ও (২) থেকে, $\angle QOM = 2\angle QPO$

ধাপ-৪: একইভাবে ΔPOS থেকে, $\angle SOM = 2\angle SPO$

ধাপ-৫: ধাপ (৩) ও (৪) থেকে,

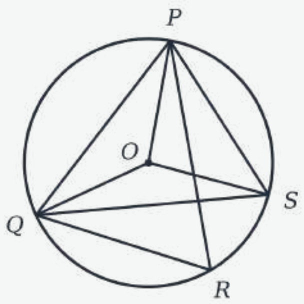
$\angle QOM + \angle SOM = 2\angle QPO + 2\angle SPO$ [যোগ করে]

বা, $\angle QOS = 2(\angle QPO + \angle SPO)$ [$\therefore \angle QOM + \angle SOM = \angle QOS$]

$\angle QOS = 2\angle QPS$ [$\therefore \angle QPO + \angle SPO = \angle QPS$] **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PQRS$ বৃত্তে QS চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOS$। $P, R; Q, R$ এবং Q, S যোগ করি। PQ চাপের উপর দন্ডায়মান $\angle PRQ$ এবং $\angle PSQ$ দুইটি বৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PRQ = PSQ$.

অঙ্কন: O, P যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ-১: এখানে PQ চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle POQ$।

সুতরাং $\angle POQ = 2\angle PRQ$ এবং $\angle POQ = 2\angle PSQ$

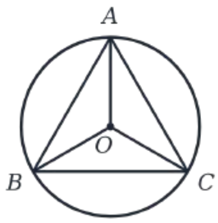
[$\therefore$ একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, $2\angle PRQ = 2\angle PSQ$

$\therefore \angle PRQ = \angle PSQ$. **(প্রমাণিত)**

৩ **প্রশ্ন ৩।** ঢাকা বোর্ড ২০১৭

চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC = জ্যা BC.



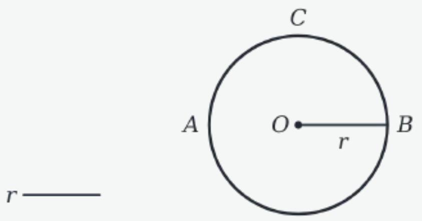
(ক) 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। ২ নম্বর

(খ) প্রমাণ করো যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$. ৪ নম্বর

(গ) যদি D, E এবং F যথাক্রমে AB, AC এবং BC এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ করো যে, D, E, F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪ নম্বর

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

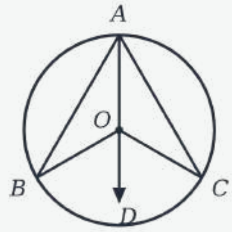
ক বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 3$ সে.মি.



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.।

খ মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা কেন্দ্রগামী নয়। BC উপচাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$

অঙ্কন: A বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ AD আঁকি।



প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔAOB এর বহিঃস্থ

$\angle BOD = \angle BAO + \angle ABO$ [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি সমান]

ধাপ-২: ΔAOB এ $OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle BAO = \angle ABO$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩: $\angle BOD = \angle BAO + \angle BAO = 2\angle BAO$

ধাপ-৪: অনুরূপভাবে ΔAOC হতে, $\angle COD = 2\angle CAO$

ধাপ-৫: ধাপ (৩) ও (৪) থেকে,

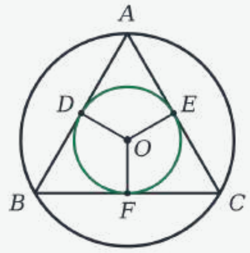
$\angle BOD + \angle COD = 2\angle BAO + 2\angle CAO$

বা, $\angle BOC = 2(\angle BAO + \angle CAO)$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$. **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB, AC ও BC তিনটি সমান জ্যা। D, E ও F যথাক্রমে AB, AC ও BC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, D, E, F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

অঙ্কন: O, D; O, E এবং O,F যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ ১: D, AB এর মধ্যবিন্দু

$\therefore OD \perp AB$ [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

ধাপ-২: অনুরূপভাবে, $OE \perp AC$ এবং $OF \perp BC$

$\therefore OD = OE = OF$ [বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]

ধাপ ৩: কেন্দ্র O থেকে AB, AC ও BC জ্যাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OD, OE ও OF এবং জ্যা AB= জ্যা AC= জ্যা BC।

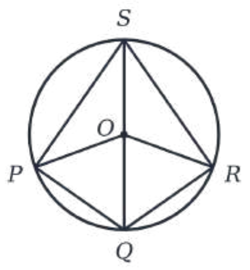
ধাপ-৪: O কে কেন্দ্র করে OD বা OE বা OF এর-সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা D, E ও F বিন্দু দিয়ে যাবে-এ

$\therefore D$, E ও F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

৪ প্রশ্ন ৪।

রাজশাহী বোর্ড ২০২৩

চিত্রে O কেন্দ্র এবং $SQ, \angle PSR$ এর সমদ্বিখন্ডক।



(ক) S, O, Q সমরেখ হলে $\angle SPQ$ এর মান নির্ণয় করো। ২ নম্বর

(খ) প্রমাণ করো যে, $\angle PSR + \angle PQR = 180°$. ৪ নম্বর

(গ) প্রমাণ করো যে, $PQ = QR$. ৪ নম্বর

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

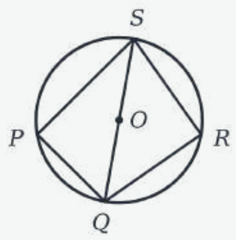
S, O, Q সমরেখ অর্থাৎ SOQ একটি সরল রেখা। SQ সরল রেখা কেন্দ্র O বিন্দুগামী হওয়ায় বৃত্তটির ব্যাস হবে SQ.

অতএব, $\angle SPQ$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

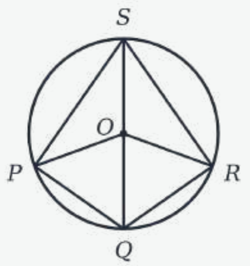
$\therefore \angle SPQ$ = এক সমকোণ [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

$= 90°$

নির্ণেয় $\angle SPQ = 90°$.



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ এবং $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক SQ। SQ সরলরেখাটি কেন্দ্র O বিন্দুগামী। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSR + \angle PQR = 180°$।



প্রমাণ:

ধাপ-১: একই চাপ PQR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle POR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle PSR$)

[$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

অর্থাৎ, $\angle POR = 2\angle PSR$

ধাপ-২: আবার একই চাপ PSR এর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2$(বৃত্তস্থ $\angle PQR$)

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2\angle PQR$

এখন, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 2(\angle PSR + \angle PQR)$

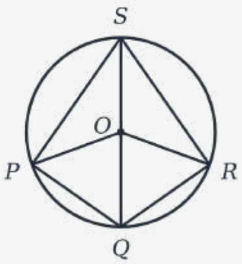
কিন্তু, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 4$ সমকোণ $= 360°$

$\therefore 2(\angle PSR + \angle PQR) = 360°$

বা, $\angle PSR + \angle PQR = \frac{360°}{2}$

অতএব $\angle PSR + \angle PQR = 180°$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ এবং $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক SQ প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ = QR$।



প্রমাণ: ধাপ-১: PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle POQ$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle PSQ$।

$\therefore \angle PSQ = \frac{1}{2}\angle POQ$ [$\because$ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।]

একইভাবে, QR চাপের ক্ষেত্রে পাই, $\angle RSQ = \frac{1}{2}\angle ROQ$

ধাপ-২: যেহেতু $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক SQ সেহেতু $\angle PSQ = \angle RSQ$

বা, $\frac{1}{2}\angle POQ = \angle ROQ$

বা, $\angle POQ = \angle ROQ$

বা, চাপ $PQ =$ চাপ QR [$\because$ কেন্দ্রস্থ কোণ চাপের সমানুপাতিক]

$\therefore PQ = QR$ **(প্রমাণিত)**

৫ **প্রশ্ন ৫।** ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ

P ও Q কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে।

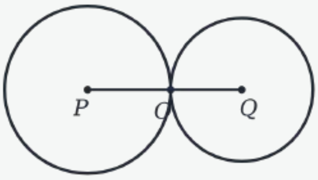
(ক) তথ্য অনুযায়ী চিত্র আঁক। ২ নম্বর

(খ) প্রমাণ করো যে, P কেন্দ্রিক বৃত্তের P বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান। ৪ নম্বর

(গ) প্রমাণ করো যে, P, O, Q বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪ নম্বর

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

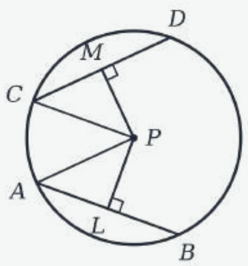
ক



চিত্রে P ও Q কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে।

খ মনে করি, P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা। P থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে PL ও PM লম্ব। তাহলে PL ও PM কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে। $PL = PM$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$.

অঙ্কন: P, A এবং P, C যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ-১: যেহেতু $PL \perp AB$ এবং $PM \perp CD$. সুতরাং, $\angle PLA = \angle PMC$ = এক সমকোণ।

ধাপ-২: এখন, ΔPAL এবং ΔPCM সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ PA = অতিভুজ PC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $PL = PM$ [কল্পনা]

$\Delta PAL \cong \Delta PCM$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু-সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore AL = CM$

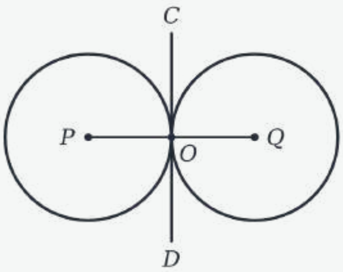
ধাপ ৩: $AL = \frac{1}{2}AB$ এবং $CM = \frac{1}{2}CD$

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-৪: সুতরাং $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

$\therefore AB = CD$. **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, P ও Q কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, P, O, Q বিন্দু তিনটি সমরেখ।



অঙ্কন: যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে এদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক COD অঙ্কন করি এবং O, P ও O, Q যোগ করি।

প্রমাণ: P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং COD স্পর্শক।

সুতরাং $\angle COP$ = এক সমকোণ।

তদ্রুপ $\angle COQ$ = এক সমকোণ।

এখন, $\angle COP + \angle COQ$ = এক সমকোণ + এক সমকোণ = দুই সমকোণ।

বা, $\angle POQ$ = দুই সমকোণ [$\therefore \angle COP + \angle COQ = \angle POQ$]

অর্থাৎ, $\angle POQ$ একটি সরলকোণ।

$\therefore P,O,Q$ বিন্দুত্রয় সমরেখ। **(প্রমাণিত)**

৬ **প্রশ্ন ৬।** বরিশাল বোর্ড ২০২০

S = 12 সে.মি., $\angle x$ = 75°, $\angle y$ = 60°

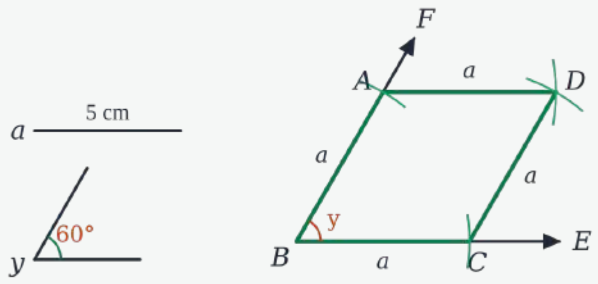
(ক) 5 সে.মি. বাহু এবং $\angle y$ কোণবিশিষ্ট একটি রম্বস অঙ্কন করো। ২ নম্বর

(খ) বিবরণসহ এ ΔPQR অঙ্কন কর যার পরিসীমা S এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান। ৪ নম্বর

(গ) বিবরণসহ $\frac{S}{4}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$ এর সমান হয়। ৪ নম্বর

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, রম্বসের একটি বাহু a = 5 সে.মি. ও একটি কোণ $\angle y$ = 60° দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

১. যেকোনো রশ্মি BE নিই।

২. BE হতে a এর সমান করে BC অংশ কাটি।

৩. BC এর B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি। BF হতে a এর সমান করে BA কাটি যা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle CBF$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A ও D; C ও D যোগ করি। তাহলেই $ABCD$-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

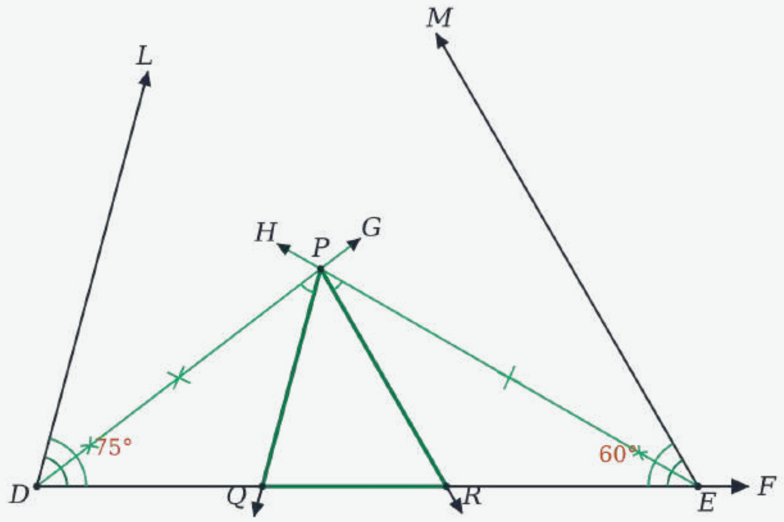
খ মনে করি, PQR ত্রিভুজের পরিসীমা S= 12 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ = 75° এবং $\angle y$ = 60° দেওয়া আছে ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন:

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে S এর সমান করে DE অংশে কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE অংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ, দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।



৪. P বিন্দুতে $\angle PDE$ এর সমান $\angle DPQ$ এবং $\angle PED$ এর সমান $\angle EPR$ আঁকি। PQ এবং PR রশ্মিদ্বয় DE অংশকে যথাক্রমে Q ও R. বিন্দুতে, ছেদ করে।

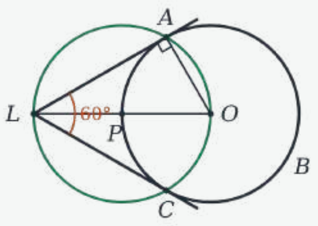
তাহলে, ΔPQR-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ দেওয়া আছে, $S = 12$ সে.মি.।

$\therefore \frac{S}{4} = \frac{12}{4} = 3$ সে.মি. এবং $\angle y = 60°$

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{S}{4} = 3$ সে.মি.

ABC বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 60°$ হয়



অঙ্কন:

১. ABC বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $OP = PL$ হয়।

২. P কে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এ বৃত্তটি ABC বৃত্তকে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে। A, L এবং C, L যোগ করি।

তাহলে, AL এবং CL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 60°$।

৭ **প্রশ্ন ৭।** চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি. 5 সে.মি. এবং 6 সে.মি.।

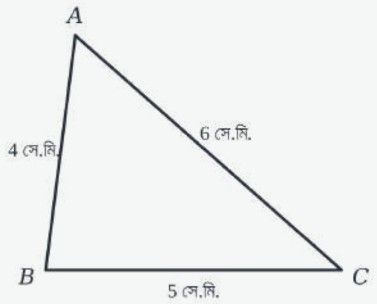
(ক) প্রদত্ত তথ্যানুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন করো। ২ নম্বর

(খ) ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪ নম্বর

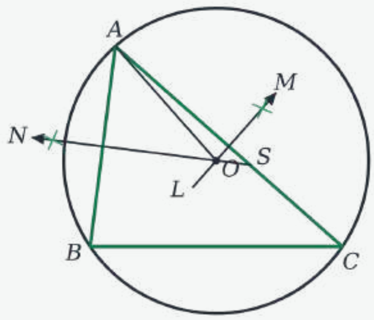
(গ) বৃত্তটিতে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪ নম্বর

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি. এবং AC=6 সে.মি.।

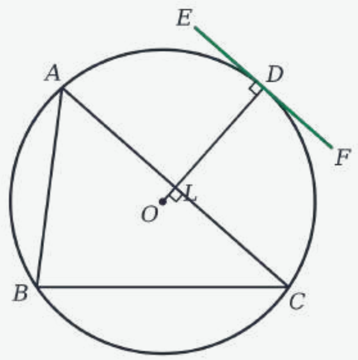


খ মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ যার AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি. এবং AC 6 সে.মি.। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কন: AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে NS ও LM রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এ বৃত্তটিই এ ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ এখানে, ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র O। পরিবৃত্তিতে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হব যেন তা AC এর সমান্তরাল হয়।



অঙ্কন: বৃত্তের কেন্দ্র O হতে AC এর উপর OL লম্ব আঁকি। OL কে বর্ধিত করি যা বৃত্তটিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। OD রেখার উপর EF লম্ব আঁকি। তাহলে EF-ই নির্ণেয় স্পর্শক যা তৃতীয় বাহু AC এর সমান্তরাল।

৮ **প্রশ্ন ৮।** চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল

A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে M বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

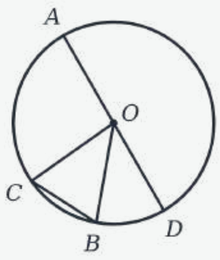
(ক) প্রমাণ করো যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২ নম্বর

(খ) প্রমাণ করো যে, $\angle PQR + \angle PSR = 180°$. ৪ নম্বর

(গ) প্রমাণ করো যে, A, M ও B বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪ নম্বর

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ADBC$ বৃত্তে AD ব্যাস। BC ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা নিই। O, C এবং O, B যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা অর্থাৎ $AD > BC$



প্রমাণ:

ধাপ-১: $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

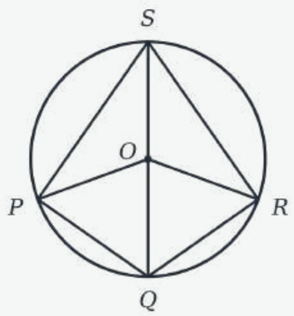
ধাপ-২: এখন, $\triangle OCB$ এ $OC + OB > BC$

[$\because$ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $OA + OD > BC$ [ধাপ (১) হতে]

$\therefore AD > BC$ [$\because OA + OD = AD$] **(প্রমাণিত)**

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ এবং $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক SQ. SQ সরলরেখাটি কেন্দ্র O বিন্দুগামী। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSR + \angle PQR = 180°$



প্রমাণ:

ধাপ-১: একই চাপ PQR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle POR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle PSR$)

[$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, $\angle POR = 2\angle PSR$

ধাপ-২: আবার একই চাপ PSR এর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2($বৃত্তস্থ $\angle PQR)$

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2\angle PQR$

এখন, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 2(\angle PSR + \angle PQR)$

কিন্তু, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 4$ সমকোণ $= 360°$

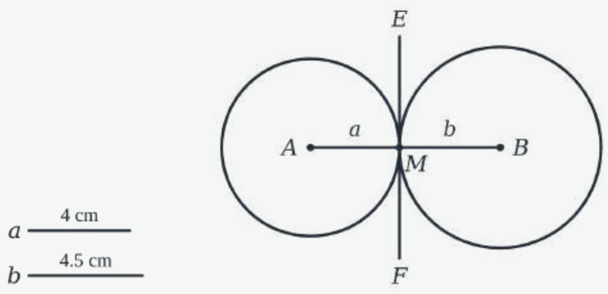
$\therefore 2(\angle PSR + \angle PQR) = 360°$

বা, $\angle PSR + PQR = \frac{360°}{2}$

অতএব $\angle PSR + \angle PQR = 180°$ (প্রমাণিত)

গ মনে করি, $a = 4$ সে.মি. ও $b = 4.5$ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তের কেন্দ্র যথাক্রমে A ও B এবং বৃত্তদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, M ও B বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন: যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। সেহেতু M বিন্দুতে এদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন, M বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক EMF অঙ্কন করি। M, A এবং M, B যোগ করি।



প্রমাণ: A কেন্দ্রগামী বৃত্তে MA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং EMF স্পর্শক।

সুতরাং $\angle AME =$ এক সমকোণ।

অনুরূপভাবে, $\angle EMB =$ এক সমকোণ।

এখন, $\angle AME + \angle EMB =$ এক সমকোণ $+$ এক সমকোণ $=$ দুই সমকোণ বা, $\angle AMB =$ দুই সমকোণ

$[\because \angle AME + \angle EMB = \angle MAB]$

অর্থাৎ, $\angle AMB$ একটি সরলকোণ।

$\therefore A, M, B$ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

KRITITTO

কৃতিত্ব

প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC 27

গণিত

অধ্যায় ৯: ত্রিকোণমিতিক অনুপাত • অধ্যায় ১০: দূরত্ব ও উচ্চতা

বহুনির্বাচনি ৩৭টি • সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ৫৩টি • সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫টি — সম্পূর্ণ সমাধানসহ

BATCH **SSC 27**	SUBJECT **গণিত (Mathematics)**
CHAPTER **অধ্যায় ৯ ও ১০**	QUESTION TYPES **MCQ • SQ • CQ**

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

৩৭টি প্রশ্ন

১০৭। $\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত?

ক) $\frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ✓

খ) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$

গ) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$

ঘ) $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{a^2}{b^2}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 1+\cot^2\theta = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \cot^2\theta = \frac{a^2}{b^2} - 1$

$\Rightarrow \frac{1}{\tan^2\theta} = \frac{a^2-b^2}{b^2} \Rightarrow \tan^2\theta = \frac{b^2}{a^2-b^2}$

$\therefore \tan\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$

১০৮। $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত?

ক) 90°

খ) 60°

গ) 45°

ঘ) 30° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos\theta = \cos 30^\circ \quad \therefore \theta = 30^\circ$

১০৯। $\sin 3A = \cos 3A$ হলে, A এর মান কত?

ক) 15° ✓

খ) 20°

গ) 25°

ঘ) 30°

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$\sin 3A = \cos 3A \Rightarrow \frac{\sin 3A}{\cos 3A} = 1 \Rightarrow \tan 3A = \tan 45^\circ$

$\Rightarrow 3A = 45^\circ \quad \therefore A = 15^\circ$

১১০। $\tan A\sqrt{1-\sin^2 A} = ?$

ক) $\tan A$

খ) $\cot A$

গ) $\sec A$

ঘ) $\sin A$ ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\tan A\sqrt{1-\sin^2 A} = \tan A\sqrt{\cos^2 A} = \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \cos A = \sin A$

১১১। $1+\tan^2\theta = 4$ **হলে,** θ **এর মান কত?**

ক) 0°

খ) 30°

গ) 45°

ঘ) 60° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$1+\tan^2\theta = 4 \Rightarrow \sec^2\theta = 4 \Rightarrow \sec\theta = 2$

$\Rightarrow \frac{1}{\sec\theta} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 60^\circ$

১১২। $A = 30^\circ$ **হলে,** $\tan A \tan 2A$ **এর মান কত?**

ক) 0

খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

গ) $\sqrt{3}$

ঘ) 1 ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\tan A \tan 2A = \tan 30^\circ . \tan 2\times 30^\circ = \tan 30^\circ . \tan 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} . \sqrt{3} = 1$

১১৩। $\theta = 0^\circ$ **কোণের ক্ষেত্রে—**

i. $\operatorname{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

ii. প্রান্তীয় বাহু ও আদিবাহু একই রশ্মি

iii. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান সংজ্ঞায়িত

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) **i, ii ও iii** ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

i. $\theta = 0^\circ$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত।

ii. প্রান্তীয় বাহু ও আদিবাহু একই রশ্মি।

iii. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান সংজ্ঞায়িত। অর্থাৎ, $\sec 0^\circ = 1$ এবং $\tan 0^\circ = 0$

১১৪। ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ক্ষেত্রে—

i. $\tan 45^\circ = 1$

ii. $\sin A = \dfrac{1}{\operatorname{cosec} A}$

iii. $\cos\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i

খ) ii

গ) i ও ii ✓

ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

i. $\tan 45^\circ = 1$ উক্তিটি সঠিক।

ii. $\sin A = \dfrac{1}{\operatorname{cosec} A}$ উক্তিটি সঠিক।

iii. $\cos\theta = \dfrac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$; দেওয়া আছে, $\cos\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ যা সঠিক নয়।

১১৫। $(1+\tan\theta)$ ও $(1-\tan\theta)$ এর গুণফল কত?

ক) $2-\sec^2\theta$ ✓

খ) $\sec^2\theta$

গ) $\tan^2\theta$

ঘ) $\cot^2\theta$

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$(1+\tan\theta)(1-\tan\theta) = 1^2 - \tan^2\theta = 1-(\sec^2\theta - 1)$

$= 1+1-\sec^2\theta = 2-\sec^2\theta$

১১৬। $\sec^2\theta - \tan^2\theta + \dfrac{1}{2}$ এর মান কত?

ক) $-\dfrac{3}{2}$

খ) $-\dfrac{1}{2}$

গ) $\dfrac{1}{2}$

ঘ) $\dfrac{3}{2}$ ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\sec^2\theta - \tan^2\theta + \dfrac{1}{2} = 1 + \dfrac{1}{2}\ [\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1] = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2}$

১১৭। $\sin^2 A = \frac{1}{2}$ **হলে,** $\cos 2A =$ **কত?**

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

খ) $\frac{1}{2}$

গ) 1

ঘ) 0 ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\sin^2 A = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin A = \sin 45^\circ \Rightarrow A = 45^\circ$

$\therefore \cos 2A = \cos 2 \times 45^\circ = \cos 90^\circ = 0$

১১৮। θ **এর কোন মানের জন্য** $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ **হয়-**

ক) 45°

খ) 60°

গ) 90°

ঘ) যেকোনো মানের জন্য ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

θ এর যেকোনো মানের জন্য, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ সম্পর্কটি সত্য।

যেমনঃ $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = 1$; আবার, $\sin^2 100^\circ + \cos^2 100^\circ = 1$

১১৯। $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ **হলে,** $\sec\theta - \tan\theta$ **এর মান কত?**

ক) $\frac{2}{5}$ ✓

খ) $\frac{3}{5}$

গ) $\frac{5}{6}$

ঘ) $\frac{4}{5}$

উত্তর: ক

১২০। **যদি** $\frac{\sec x + \tan x}{\sec x - \tan x} = 3$ **হয়, তবে** $\sin x$ **এর মান কত?**

ক) $-\frac{1}{2}$

খ) $\frac{1}{2}$ ✓

গ) 1

ঘ) 2

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$\frac{\sec x + \tan x}{\sec x - \tan x} = 3$

বা, $\frac{\sec x + \tan x + \sec x - \tan x}{\sec x + \tan x - \sec x + \tan x} = \frac{3+1}{3-1}$ [যোজন - বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sec x}{2\tan x} = \frac{4}{2}$ বা, $\frac{\frac{1}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} = 2$ $\left[\because \sec x = \frac{1}{\cos x}, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}\right]$

বা, $\frac{1}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x} = 2$ বা, $\frac{1}{\sin x} = 2$ $\quad \therefore \sin x = \frac{1}{2}$

১২১। $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ **হলে,** $2\tan\theta$ **এর মান কত?**

ক) $\frac{1}{2}$

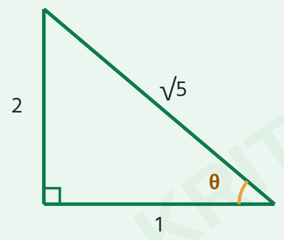
খ) 1

গ) 2

ঘ) 4 ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:



$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, (অতিভুজ)^2 = (সন্নিহিত বাহু)^2 + (বিপরীত বাহু)^2

বা, $(\sqrt{5})^2$ = (সন্নিহিত বাহু)$^2 + (2)^2$ বা, (সন্নিহিত বাহু)$^2 = 5 - 4$

$\therefore$ সন্নিহিত বাহু $= \sqrt{1} = 1$

$\therefore 2\tan\theta = 2\times\frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = 2 \times \frac{2}{1} = 4$

১২২। $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$ **হলে,** $\cos^4\theta - \sin^4\theta$ **এর মান কত?**

ক) 3

খ) 2

গ) 1

ঘ) $\frac{1}{3}$ ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\cos^4\theta - \sin^4\theta = (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2 = (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)\ [a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

$= 1 \times \frac{1}{3}\ [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1] = \frac{1}{3}$

১২৩। $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **হলে,** $\sin\theta =$ **কত?**

ক) $\frac{1}{2}$

খ) 0

গ) 1 ✓

ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $\cot(\theta - 30^\circ) = \cot 60^\circ\ \left[\because \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $(\theta - 30^\circ) = 60^\circ$ বা, $\theta = 90^\circ$ $\therefore \sin\theta = \sin 90^\circ = 1$

১২৪। $\tan^2 45^\circ,\ \sin^2 45^\circ,\ \cos^2 90^\circ$ **এর মান কত?**

ক) 0 ✓

খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

গ) 1

ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$\tan^2 45^\circ \times \sin^2 90^\circ \times \cos^2 90^\circ = 0$; কারন, $\cos 90^\circ = 0$

Note: শূন্য দ্বারা কোনো রাশিকে গুণ করলে তা শূন্য হয়।

১২৫। $\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ}$ **এর মান কত?**

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

খ) 2

গ) $\frac{1}{3}$ ✓

ঘ) 3

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$$\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

১২৬। $1 + \tan^2\theta$ **হলে,** θ **এর মান কত?**

ক) 0°

খ) 30°

গ) 45°

ঘ) 60° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$1 + \tan^2\theta = 4$ বা, $\tan^2\theta = 3$ বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$ $\therefore \theta = 60^\circ$

১২৭। $\cos A = \sin A$ **হলে,** $2\sin A.\cos A =$ **কত? (যেখানে A সূক্ষ্মকোণ)**

ক) 0

খ) $\frac{1}{2}$

গ) 1 ✓

ঘ) 2

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

এখানে, $\cos A = \sin A$ বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = 1$ বা, $\cot A = \cot 45^\circ$ $\left[\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}; \cot 45^\circ = 1\right]$

$\therefore A = 45^\circ$ $\quad \therefore 2\sin A\cos A = 2\sin 45^\circ.\cos 45^\circ = 2.\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\left[\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

$= 2.\frac{1}{2} = 1$

১২৮। $\tan(\theta + 30^\circ) = \sqrt{3}$ হলে, θ এর মান কত?

ক) 0°

খ) 60° ✓

গ) 60°

ঘ) 90°

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে, $\tan(\theta + 30^\circ) = \sqrt{3}$ বা, $\tan(\theta + 30^\circ) = \tan 60^\circ$ $[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$

বা, $\theta + 30^\circ = 60^\circ$ $\quad \therefore \theta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

১২৯। $\cos 2\theta = 1/2$ হলে, $\sin^2 2\theta =$ কত?

ক) $1/4$

খ) $1/3$

গ) $3/4$ ✓

ঘ) 3

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$\cos 2\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\cos 2\theta = \cos 60^\circ$ $\left[\cos 60^\circ = \frac{1}{2}\right]$ বা, $2\theta = 60^\circ$ $\quad \therefore \theta = 30^\circ$

$\therefore \sin^2 2\theta = \{\sin(2 \times 30^\circ)\}^2 = (\sin 60^\circ)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

১৩০। $\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}$ এর মান কত?

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

খ) $\frac{1}{2}$ ✓

গ) 1

ঘ) 2

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4} = \cos 45^\circ.\sin 45^\circ.\tan 45^\circ$ $\left[\because \frac{\pi}{4} = \frac{180}{4} = 45^\circ\right]$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 = \frac{1}{2}$

১৩১। ভূমি তলের উপর লম্ব এরূপ রেখাকে বলে-

i. ঊর্ধ্ব রেখা
ii. উল্লম্ব রেখা
iii. শয়ন রেখা

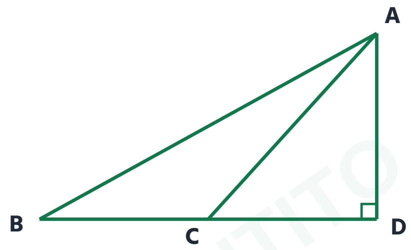
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii ✓ | খ) i ও iii
গ) ii ও iii | ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:
ভূমি তলের উপর লম্ব এরূপ রেখাকে উর্ধ্বরেখা বলে। একে উল্লম্ব রেখাও বলা হয়ে থাকে।
অপরদিকে ভূরেখা বা শয়নরেখা হল ভূমি তলে অবস্থিত যেকোন সরলরেখা।

১৩২।

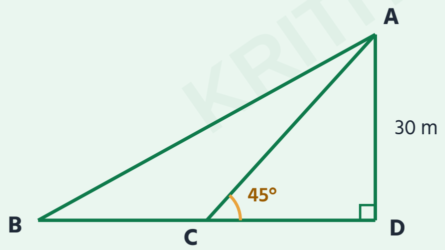


যদি $AD = 30$ মি. এবং $\angle ACD = 45^\circ$ হয় তবে $CD =$ কত?

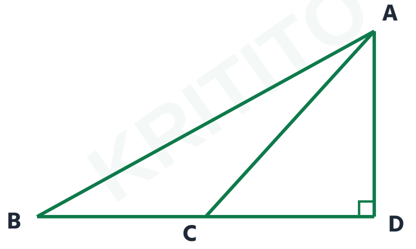
ক) $10\sqrt{3}$ মি. | খ) 30 মি. ✓
গ) $30\sqrt{3}$ মি. | ঘ) 60 মি.

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:



ΔACD হতে পাই, $\tan \angle ACD = \frac{AD}{DC}$ বা, $\tan 45^\circ = \frac{30}{DC}$
বা, $1 = \frac{30}{DC}$ $[\because \tan 45^\circ = 1]$ $\therefore DC = 30m$

১৩৩। 

$AD = 7$ **মি.,** $CD = 12$ **মি. এবং** $AB = 25$ **মি. হলে** $BC =$ **কত?**

ক) 24 মি.

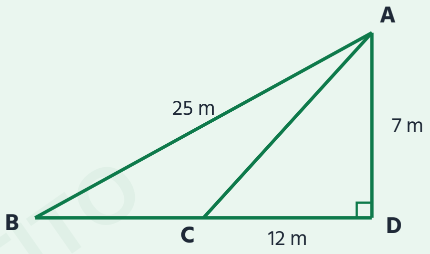
খ) 19 মি.

গ) 12 মি. ✓

ঘ) 6 মি.

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:



ΔABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24\,m$

$\therefore BC = BD - CD = 24 - 12 = 12\,m$

১৩৪। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:

i. 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে

ii. 45° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি = লম্ব হবে

iii. 60° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি লম্ব হবে

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

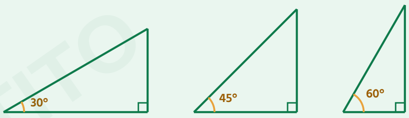
গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

বিভিন্ন-কোণের সমকোণী ত্রিভুজ আঁকার ক্ষেত্রে লম্ব ও ভূমির সম্পর্ক নিম্নরূপ:



(১) 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে। (২) 45° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি = লম্ব হবে। (৩) 60° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি < লম্ব হবে।

প্রকৃত অর্থে, কোণের মান $0^\circ < \theta < 45^\circ$ পর্যন্ত হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে ভূমি লম্ব হবে। কোণের মান $\theta = 45^\circ$ হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে ভূমি = লম্ব হবে। কোণের মান $45^\circ < \theta < 90^\circ$ পর্যন্ত হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে ভূমি < লম্ব হবে।

১৩৫। সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও অতিভুজের মধ্যকার কোণ কোনটি?

ক) সন্নিহিত কোণ

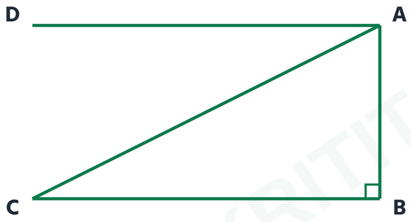
খ) উন্নতি কোণ ✓

গ) অবনতি কোণ

ঘ) সমকোণ

উত্তর: খ

১৩৬।



পাশের চিত্রে-

i. $\angle DAC$ অবনতি কোণ।

ii. $\angle ACB$ উন্নতি কোণ।

iii. $\angle DAC = \angle ACB$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

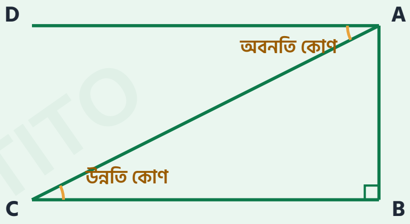
খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:



উন্নতি কোণ: ভূতলের উপরের কোন বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। প্রশ্নের ক্ষেত্রে $\angle ACB$ ভূতলের সাথে উপরের দিকে কোণ উৎপন্ন করায় এটি উন্নতি কোণ।

অবনতি কোণ: ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। প্রশ্নে, $\angle DAC$ ভূতলের সাথে নিচের দিকে কোণ উৎপন্ন করায় এটি অবনতি কোণ।

যেহেতু AD ও BC পরস্পর সমান্তরাল তাই একান্তর কোণদ্বয় $\angle DAC = \angle ACB$

১৩৭। ভূ-রেখার অপর নাম কী?

ক) লম্ব রেখা

খ) সমান্তরাল রেখা

গ) **শয়ন রেখা ✓**

ঘ) উর্ধ্বরেখা

উত্তর: গ

১৩৮। একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3 : \sqrt{3}$ হলে, উন্নতি কোণ কত ডিগ্রি?

ক) 30°

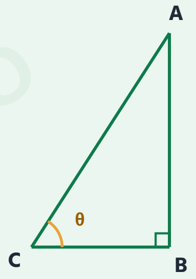
খ) 45°

গ) 60° ✓

ঘ) 90°

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:



ধরি, গাছের দৈর্ঘ্য $= AB$, ছায়ার দৈর্ঘ্য $= BC$

প্রশ্নমতে, গাছের দৈর্ঘ্য : ছায়ার দৈর্ঘ্য $= 3 : \sqrt{3}$ বা, $\frac{\text{গাছের দৈর্ঘ্য}}{\text{ছায়ার দৈর্ঘ্য}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$ $\quad \therefore \frac{AB}{BC} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

এখন, ABC ত্রিভুজে, উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$; $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$ $[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$

$\therefore \theta = 60^\circ$ $\quad \therefore$ উন্নতি কোণ 60°

১৩৯। একটি মিনারের উচ্চতা $60\sqrt{3}$ মিটার এবং এর ছায়ার দৈর্ঘ্য 60 মিটার হলে অবনতি কোণ কত?

ক) 90°

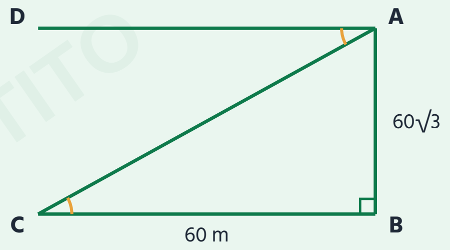
খ) 60° ✓

গ) 45°

ঘ) 30°

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:



ধরি, মিনারের দৈর্ঘ্য AB এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য BC, A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle DAC$

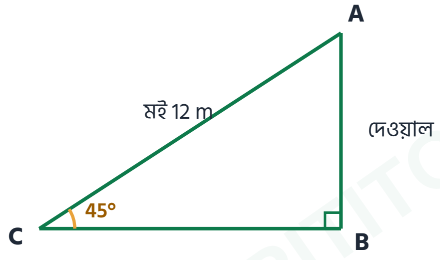
$\angle DAC = \angle ACB$ [একান্তর কোণগুলো পরস্পর সমান]

সমকোণী ΔABC থেকে পাই, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan \angle ACB = \frac{60\sqrt{3}}{60}$

বা, $\tan \angle ACB = \sqrt{3}$ বা, $\tan \angle ACB = \tan 60^\circ$ $\quad \therefore \angle ACB = 60^\circ$

$\therefore$ অবনতি কোণ 60°

১৪০।



চিত্রে দেওয়ালটির উচ্চতা কত মিটার?

ক) 6 খ) $6\sqrt{2}$ ✓

গ) $9\sqrt{2}$ ঘ) $12\sqrt{2}$

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin 45^\circ = \frac{\text{দেয়ালের উচ্চতা}}{\text{মইয়ের দৈর্ঘ্য}} = \frac{AB}{BC}$

$\therefore$ দেয়ালের উচ্চতা $= \sin 45^\circ \times 12 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 12 = 6\sqrt{2}$

১৪১। $\cos A$ **এর মান 0 শূন্য হলে,** $A =$ **কত?**

ক) 30° খ) 60°

গ) 45° ঘ) 90° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\cos A = 0$ বা, $\cos A = \cos 90^\circ$ $[\because \cos 90^\circ = 0]$ $\quad \therefore A = 90^\circ$

১৪২। $\frac{\sin 45^\circ}{\sec 45^\circ}$ = কত?

ক) 1

খ) 2

গ) $\frac{1}{2}$ ✓

ঘ) $\sqrt{2}$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sec 45^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\frac{1}{\cos 45^\circ}} = \sin 45^\circ . \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

১৪৩। নিচের কোনটির মান অসংজ্ঞায়িত?

ক) $\sin 90^\circ$

খ) $\cos 90^\circ$

গ) $\tan 90^\circ$ ✓

ঘ) $\tan 0^\circ$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

অসংজ্ঞায়িত ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো হলো- $\tan 90^\circ$, $\cot 0^\circ$, $\sec 90^\circ$ ও $\text{cosec}\, 0^\circ$

Note: প্রশ্নটি পরীক্ষার জন্য খুব গুরুত্বপূর্ণ।

সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন (SQ) — অধ্যায় ৯

১৯টি প্রশ্ন

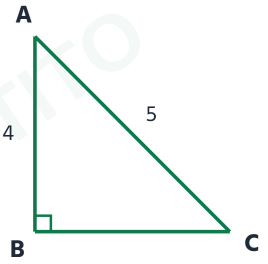
প্রশ্ন ১। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ, বিপরীত বাহু ও সন্নিহিত বাহুর সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু বা সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে। সমকোণী ত্রিভুজের প্রদত্ত সূক্ষ্মকোণের বিপরীত যে বাহু থাকে তাকে বিপরীত বাহু বলে।

প্রদত্ত সূক্ষ্মকোণ সৃষ্টিকারী রেখাংশকে সন্নিহিত বাহু বলে।

প্রশ্ন ২। চিত্রের আলোকে $\sin A - \cos C$ এর মান নির্ণয় কর।



উত্তর:

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AB = 4 \ AC = S$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \quad \therefore BC = \sqrt{9} = 3$

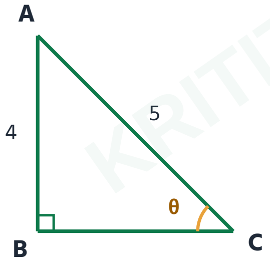
$\therefore \sin A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$ এবং $\cos C = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \sin A - \cos C = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} = 0$

নির্ণেয় মান 0.

প্রশ্ন ৩। θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো লেখ।

উত্তর:



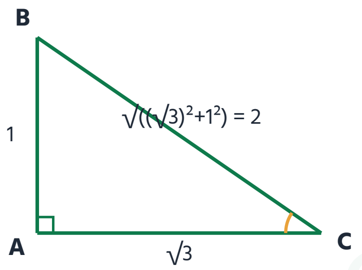
$\sin\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}, \cos\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

$\tan\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}, \cot\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$ এবং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

প্রশ্ন ৪। ABC **সমকোণী ত্রিভুজে ত্রিভুজে** $\angle A = 1$ **সমকোণ,** $AB = 1$ **একক এবং** $AC = \sqrt{3}$ **একক হলে,** $\frac{\sec B}{\tan C}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:



সমকোণী $\triangle ABC$ হতে পাই, $\sec B = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{1} = 2$ এবং $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\sec B}{\tan C} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

নির্ণেয় মান: $2\sqrt{3}$

প্রশ্ন ৫। $\cot\theta\sqrt{1-\cos^2\theta}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

প্রদত্ত রাশি $= \cot\theta\sqrt{1-\cos^2\theta} = \cot\theta\sqrt{\sin^2\theta}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$বা, $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$

$= \cot\theta \cdot \sin\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \sin\theta = \cos\theta$

নির্ণেয় মান $\cos\theta$.

প্রশ্ন ৬। **যদি** $\tan A = \frac{4}{3}$ **হয়, তাহলে** $\sqrt{\frac{1-\sin^2 A}{\sin^2 A}}$ **এর মান কত?**

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{4}{3}$

প্রদত্ত রাশি $= \sqrt{\frac{1-\sin^2 A}{\sin^2 A}} = \sqrt{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}}$ $[\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A]$

$= \sqrt{\cot^2 A} = \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

নির্ণেয় মান $\frac{3}{4}$.

প্রশ্ন ৭। $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{1}{\cos A} + 1} - \frac{\frac{1}{\cos A} - 1}{\frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{\sin A}{\cos A + 1} - \frac{1 - \cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A - 1 + \cos^2 A}{\sin A(\cos A + 1)} = \frac{1 - 1}{\sin A(\cos A + 1)} = 0.$

প্রশ্ন ৮। দেখাও যে, $\cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A$.

উত্তর:

বামপক্ষ $= \cot^2 A - \cos^2 A = \dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A} - \cos^2 A = \dfrac{\cos^2 A - \sin^2 A \cdot \cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \dfrac{\cos^2 A(1 - \sin^2 A)}{\sin^2 A} = \dfrac{\cos^2 A \cdot \cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \cos^2 A \dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \cot^2 A \cdot \cos^2 A =$ ডানপক্ষ

$\therefore \cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A \cdot$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯। $\operatorname{cosec} A - \cot A = \dfrac{4}{3}$ **হলে, প্রমাণ কর যে,** $\operatorname{cosec} A + \cot A = \dfrac{3}{4}$**.**

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \dfrac{4}{3}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$ বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A) \times \dfrac{4}{3} = 1 \quad \therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \dfrac{3}{4}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০। $A = 30^\circ$ **হলে, প্রমাণ কর যে,** $\cos 2A = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$**.**

উত্তর:

দেওয়া আছে; $A = 30^\circ$

বামপক্ষ $= \cos 2A = \cos(2 \times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \dfrac{1 - (\tan 30^\circ)^2}{1 + (\tan 30^\circ)^2} = \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{1 - \dfrac{1}{3}}{1 + \dfrac{1}{3}} = \dfrac{\dfrac{3-1}{3}}{\dfrac{3+1}{3}} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \cos 2A = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১। $\sec A = \operatorname{cosec} B = 2$ **হলে,** $\sin(A - B)$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\sec A = \operatorname{cosec} B = 2$

$\therefore \sec A = 2$ বা, $\sec A = \sec 60^\circ \quad \therefore A = 60^\circ$

এবং $\operatorname{cosec} B = 2$ বা, $\operatorname{cosec} B = \operatorname{cosec} 30^\circ \quad \therefore B = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \sin(A - B) = \sin(60^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$

নির্ণেয় মান: $\dfrac{1}{2}$

প্রশ্ন ১২। $\tan B = 1$ **হলে,** $\sin B \cos B = ?$

উত্তর:

দেওয়া আছে; $\tan B = 1$ বা, $\tan B = \tan 45^\circ$ বা, $B = 45^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \sin B \cdot \cos B = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$

নির্ণেয় মান $\dfrac{1}{2}$.

প্রশ্ন ১৩। দেখাও যে, $\sin^2 2A = \cos^2 A$, যখন $A = 30°$।

উত্তর:

দেওয়া আছে, $A = 30^\circ$

বামপক্ষ. $= \sin^2 \cdot 2A = (\sin 2A)^2 = (\sin 2 \times 30^\circ)^2 = (\sin 60^\circ)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

ডানপক্ষ $= \cos^2 A = (\cos A)^2 = (\cos 30^\circ)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

$\therefore \sin^2 2A = \cos^2 A$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪। $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 3$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? (যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ)

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 3$

বা, $\tan^2\theta + 1 + \tan^2\theta = 3$ বা, $2\tan^2\theta = 3 - 1$ বা, $\tan^2\theta = \frac{2}{2} = 1$

বা, $\tan\theta = \sqrt{1} = 1$ বা, $\tan\theta = \tan 45^\circ$ $\quad \therefore \theta = 45^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$

নির্ণেয় মান: $\sqrt{2}$

প্রশ্ন ১৫। $1 + \tan^2\theta = 4$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর

উত্তর:

দেওয়া আছে, $1 + \tan^2\theta = 4$ বা, $\sec^2\theta = 4$ বা, $\sec\theta = \sqrt{4}$

বা, $\sec\theta = 2$ বা, $\sec\theta = \sec 60^\circ$ $\quad \therefore \theta = 60^\circ$.

প্রশ্ন ১৬। $\sqrt{2}\cos(A - B) = 1$ এবং $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ হলে, A এর মান বের কর।

উত্তর:

এখানে, $\sqrt{2}\cos(A - B) = 1$ বা, $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$ $\quad \therefore A - B = 45^\circ \ldots (1)$

আবার, $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ বা, $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$ $\quad \therefore A + B = 60^\circ \ldots (2)$

(1) + (2) হতে পাই, $2A = 105^\circ$ $\quad \therefore A = 52\frac{1}{2}$

প্রশ্ন ১৭। $\tan(90^\circ - A) = \sqrt{3}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে; $\tan(90^\circ - A) = \sqrt{3}$

বা, $\cot A = \sqrt{3}$ বা; $\cot A = \cot 30^\circ$. $\quad \therefore A = 30^\circ$

নির্ণেয় মান: $A = 30^\circ$.

প্রশ্ন ১৮। $\sec(A + 30^\circ) = \sqrt{2}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\sec(A + 30^\circ) = \sqrt{2}$ বা, $\sec(A + 30^\circ) = \sec 45^\circ$

বা, $A + 30^\circ = 45^\circ$ বা, $A = 45^\circ - 30^\circ$ $\quad \therefore A = 15^\circ$

নির্ণেয় মান: $A = 15^\circ$.

প্রশ্ন ১৯। $\tan(A - 30^\circ) = 1$ **হলে, A এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\tan(A - 30^\circ) = 1$ বা, $\tan(A - 30^\circ) = \tan 45^\circ$

বা, $A - 30^\circ = 45^\circ$ বা, $A = 45^\circ + 30^\circ \quad \therefore A = 75^\circ$

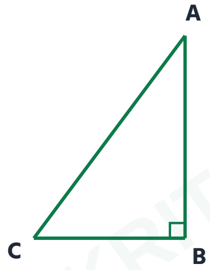
নির্ণেয় মান: $A = 75^\circ$.

KRITITO

প্রশ্ন ১। চিত্র এঁকে ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখার সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

ভূ-রেখা হলো ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা। একে শয়নরেখাও বলা হয়। ঊর্ধ্বরেখা হলো ভূমি তলের ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা। একে উলম্ব রেখাও বলে।

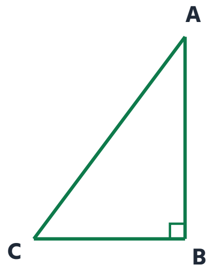


চিত্রে, CB রেখা হলো ভূ-রেখা এবং BA রেখা হলো উর্ধ্বরেখা।

প্রশ্ন ২। চিত্রসহ উলম্ব তল ব্যাখ্যা কর।

উত্তর:

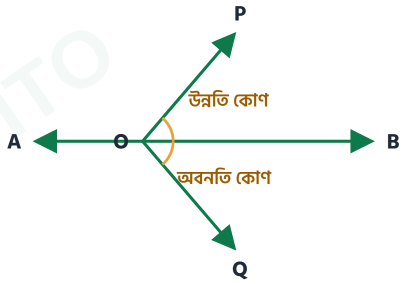
ভূমি তলের ওপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উলম্ব তল বলে। এখানে, ABC তলটি ভূমির ওপর লম্ব যা উলম্ব তল।



প্রশ্ন ৩। উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ ব্যাখ্যা কর।

উত্তর:

ভূমিতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে। চিত্রে O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর উন্নতি কোণ হচ্ছে $\angle POB$। ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে। চিত্রে O বিন্দুর সাপেক্ষে Q বিন্দুর অবনতি কোণ হচ্ছে $\angle QOB$।



প্রশ্ন ৪। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত 2: 3। ক্ষুদ্রতর সূক্ষ্মকোণটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত = 2: 3

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x; সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় $2x$ এবং $3x$

শর্তমতে, $2x + 3x = 90°$ বা, $5x = 90°$ বা, $x = \frac{90°}{5} = 18°$

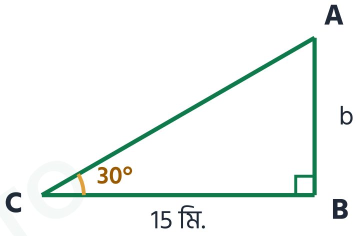
$\therefore$ ক্ষুদ্রতর সূক্ষ্মকোণ $= 2 \times 18° = 36°$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতর সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ $36°$।

প্রশ্ন ৫। কোনো মিনারের শীর্ষ ভূমির কোনো বিন্দুতে উন্নতি $\angle 30°$ উৎপন্ন করলে এবং মিনারের পাদদেশ থেকে ছায়ার দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে, মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার। C বিন্দুতে মিনারের শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 30°$ এবং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = 15$ মিটার।



এখন, ত্রিভুজ ABC-এ, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$, বা, $\tan 30° = \frac{h}{15}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{15}$

বা, $h\sqrt{3} = 15$ বা, $h = \frac{15}{\sqrt{3}} = 8.66$ মিটার (প্রায়)

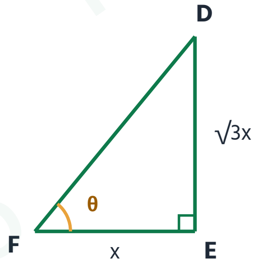
$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 8.66 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৬। একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $= \sqrt{3} : 1$; ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

$\therefore$ গাছের উচ্চতা, $DE = \sqrt{3}x$



গাছের ছায়া, $EF = x$ এবং গাছের উন্নতি কোণ $\angle DFE = \theta$

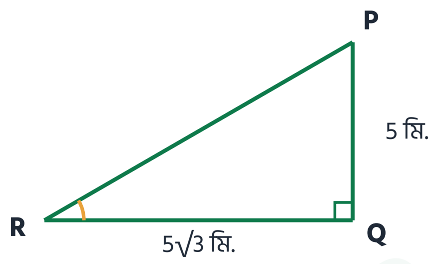
DEF সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle DFE = \frac{DE}{EF}$ বা, $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3} = \tan 60°$

$\therefore \theta = 60°$ $\therefore$ গাছের উন্নতি কোণ $60°$।

প্রশ্ন ৭। 5 মিটার উচ্চতার একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, খুঁটির উচ্চতা $PQ = 5$ মিটার, খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $QR = 5\sqrt{3}$ মিটার এবং সূর্যের উন্নতি কোণ $\angle PRQ$।



এখন, PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle PRQ = \dfrac{PQ}{QR}$ বা, $\tan\angle PRQ = \dfrac{5}{5\sqrt{3}}$

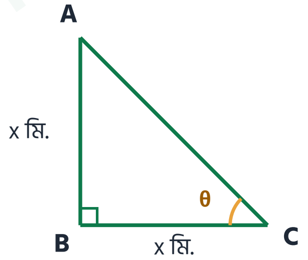
বা, $\tan\angle PRQ = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $\tan\angle PRQ = \tan 30^\circ$ $\quad \therefore \angle PRQ = 30^\circ$

$\therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 30°।

প্রশ্ন ৮। একটি টাওয়ারের উচ্চতা তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের সমান হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

মনে করি, টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x$ একক



টাওয়ারের উচ্চতা, $AB = x$ একক; উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \dfrac{x}{x} = 1 = \tan 45^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$ $\quad \therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 45°।

প্রশ্ন ৯। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত 4: 5। ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় হলো যথাক্রমে $4x$ ও $5x$

শর্তমতে, $4x + 5x = 90^\circ$ বা, $9x = 90^\circ$ বা, $x = \dfrac{90^\circ}{9} = 10^\circ$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণ $= 4x = 4 \times 10^\circ = 40^\circ$।

প্রশ্ন ১০। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত 1: 2 হলে, বৃহত্তর সূক্ষ্মকোণটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$; $\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় হলো যথাক্রমে x ও $2x$

শর্তমতে, $x + 2x = 90^\circ$ বা, $3x = 90^\circ$ বা, $x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$

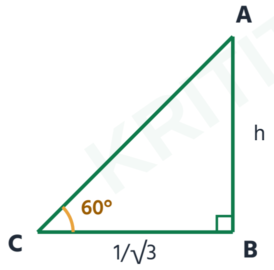
$\therefore$ বৃহত্তর সূক্ষ্মকোণ $= 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$।

প্রশ্ন ১১। কোনো খুঁটির শীর্ষ ভূমির কোনো বিন্দুতে উন্নতি কোণ 60° উৎপন্ন করলে এবং খুঁটির পাদদেশ থেকে খুঁটিটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $\frac{1}{\sqrt{3}}$ মিটার হলে, খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, খুঁটিটির উচ্চতা, AB = h মি.

C বিন্দুতে খুঁটির শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ এবং খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = \frac{1}{\sqrt{3}}$ মি.।



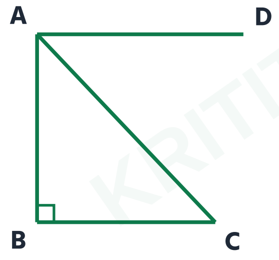
এখন, সমকোণী ΔABC-এ $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$ বা, $h = \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\quad \therefore h = 1$

খুঁটিটির উচ্চতা 1 মিটার।

প্রশ্ন ১২। চিত্রে ভূ-রেখা, ঊর্ধ্বরেখা, উলম্বতল, উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ নির্দেশ কর।

উত্তর:



চিত্র হতে পাই, ভূ-রেখা = CB, ঊর্ধ্বরেখা = AB, উলম্বতল = ABC, উন্নতি কোণ = $\angle BCA$ এবং অবনতি কোণ = $\angle CAD$

প্রশ্ন ১৩। 3 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ মিটার হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, গাছের উচ্চতা, $BC = 3$ মি. এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য, $AB = \sqrt{3}$ মি.।

সুতরাং ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

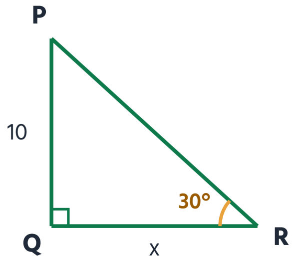
বা, $\sin 45^\circ = \frac{h}{25}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{25}$ বা, $h = \frac{25}{\sqrt{2}} = 17.678$ (প্রায়)

নির্ণয় উচ্চতা 17.678 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৪। একটি মিনারের উচ্চতা 10 মি. এবং সূর্যের উন্নতি কোণ 30° হলে, মিনারটির ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $QR = x$ মি.। এখানে, মিনারের উচ্চতা, $PQ = 10$ মি.।



সূর্যের উন্নতি কোণ, $\angle PRQ = 30^\circ$

এখন সমকোণী ΔPQR-এ $\tan \angle PRQ = \dfrac{PQ}{QR}$ বা, $\tan 30^\circ = \dfrac{10}{x}$ বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{10}{x}$

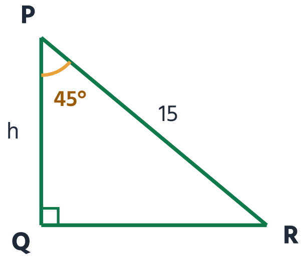
বা, $x = 10\sqrt{3} = 17.32$ $\quad\therefore$ মিনারটির ছায়ার দৈর্ঘ্য 17.32 মি.।

প্রশ্ন ১৫। 15 মি. দৈর্ঘ্যের একটি মই দেওয়ালের শীর্ষের সাথে 45° কোণ তৈরি করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, দেওয়ালের উচ্চতা, $PQ = h$ মি.। এখানে, মইটির দৈর্ঘ্য, $PR = 15$ মি.।

দেওয়ালের শীর্ষের সাথে মইয়ের উৎপন্ন কোণ, $\angle QPR = 45^\circ$



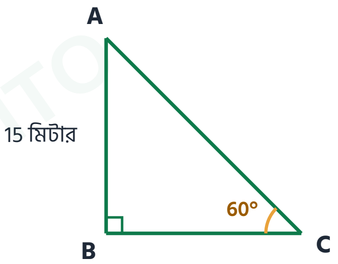
এখন, সমকোণী Δ PQR-এ $\cos 45^\circ = \dfrac{PQ}{PR}$ বা, $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{h}{15}$ বা, $h = \dfrac{15}{\sqrt{2}} = 10.61$

নির্ণয় দেওয়ালটির উচ্চতা 10.61 মি.।

প্রশ্ন ১৬। কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য 15 মিটার ও উন্নতি কোণ 60° হলে, মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

চিত্রে মিনারের দৈর্ঘ্য, AB = 15 মিটার এবং $\angle ACB = 60^\circ$। মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, BC = ?



ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{15}{BC}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{BC}$

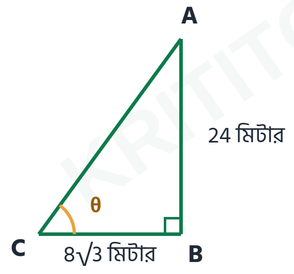
বা, $BC \times \sqrt{3} = 15$ বা, $BC = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$

$\therefore$ মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার।

প্রশ্ন ১৭। 24 মিটার লম্বা একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = 24 মিটার। AB খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = 8\sqrt{3}$ মিটার এবং C বিন্দুতে খুঁটির শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$।



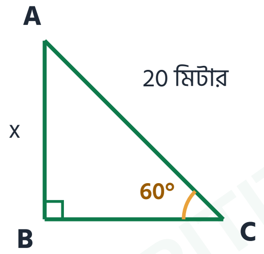
ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan \theta = \frac{24}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

বা, $\tan \theta = \tan 60^\circ$ $[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$ $\quad \therefore \theta = 60^\circ$

অর্থাৎ, সূর্যের উন্নতি কোণ 60°।

প্রশ্ন ১৮। নিচের চিত্র হতে x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



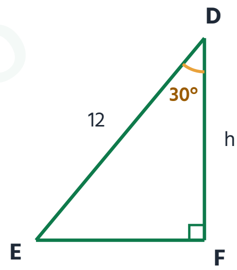
প্রদত্ত সমকোণী ΔABC হতে পাই, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$ বা, $\sin 60^\circ = \frac{x}{20}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{20}$ বা, $x = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17.32$

নির্ণেয় মান: $x = 17.32$ মি.।

প্রশ্ন ১৯। নিচের চিত্র হতে h এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



প্রদত্ত সমকোণী Δ DEF হতে পাই, $\cos\angle EDF = \dfrac{DF}{DE}$ বা, $\cos 30^\circ = \dfrac{h}{12}$

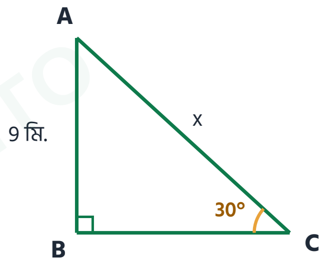
বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{12}$ বা, $h = \dfrac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.39$

নির্ণেয় h এর মান 10.39 মি.।

প্রশ্ন ২০। একটি লাঠি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের সাথে মেলানো অবস্থায় রয়েছে। দেওয়ালের উচ্চতা 9 মি. হলে, লাঠিটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, লাঠিটির দৈর্ঘ্য, $AC = x$ মি.। এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা, $AB = 9$ মি.। $\angle ACB = 30^\circ$



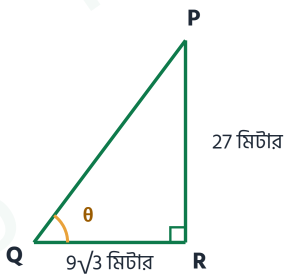
সমকোণী ΔABC থেকে পাই, $\sin\angle ACB = \dfrac{AB}{AC}$ বা, $\sin 30^\circ = \dfrac{9}{x}$ বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{x}$ বা, $x = 18$

নির্ণেয় লাঠিটির দৈর্ঘ্য 18 মি.।

প্রশ্ন ২১। একটি স্তম্ভের উচ্চতা 27 মি. ও ছায়ার দৈর্ঘ্য $9\sqrt{3}$ মি. হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, সূর্যের উন্নতি কোণ, $\angle PQR = \theta$। এখানে, স্তম্ভের উচ্চতা $PR = 27$ মি. এবং স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য $QR = 9\sqrt{3}$ মি.।

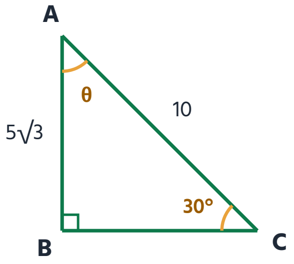


সমকোণী ΔPQR এ, $\tan\angle PQR = \dfrac{PR}{QR}$ বা, $\tan\theta = \dfrac{27}{9\sqrt{3}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$; নির্ণেয় সূর্যের উন্নতি কোণ 60°।

প্রশ্ন ২২। নিচের চিত্র হতে θ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



প্রদত্ত সমকোণী ΔABC হতে পাই, $\cos \angle BAC = \dfrac{AB}{AC}$

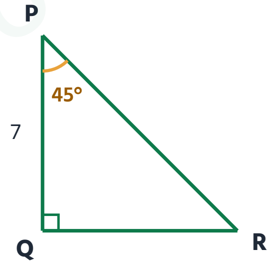
বা, $\cos\theta = \dfrac{5\sqrt{3}}{10} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ \quad \therefore \theta = 30^\circ$

নির্ণেয় মান: $\theta = 30^\circ$।

প্রশ্ন ২৩। একটি টাওয়ারের উচ্চতা 7 মি. এবং টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে ছায়ার অবনতি কোণ 45° হলে, ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, ছায়ার দৈর্ঘ্য, $QR = x$ মি.। এখানে, টাওয়ারের দৈর্ঘ্য, $PQ = 7$ মি.। অবনতি কোণ, $\angle QPR = 45^\circ$

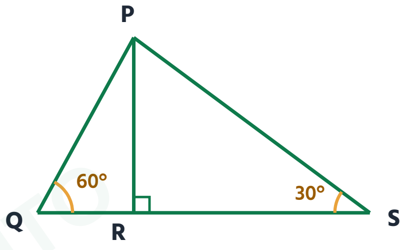


সমকোণী ΔPQR-এ $\tan \angle QPR = \dfrac{QR}{PQ}$ বা, $\tan 45^\circ = \dfrac{x}{7}$ বা, $1 = \dfrac{x}{7} \quad \therefore x = 7$ মি.

নির্ণেয় ছায়ার দৈর্ঘ্য 7 মি.।

প্রশ্ন ২৪। নিচের চিত্র হতে QR এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



প্রদত্ত সমকোণী ΔPRS-এ, $\tan \angle PSR = \dfrac{PR}{RS}$ বা, $\tan 30^\circ = \dfrac{PR}{\sqrt{3}}$ বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{PR}{\sqrt{3}} \quad \therefore PR = 1$

আবার, সমকোণী ΔPQR-এ, $\tan \angle PQR = \dfrac{PR}{QR}$ বা, $\tan 60^\circ = \dfrac{1}{QR}$ বা, $\sqrt{3} = \dfrac{1}{QR}$ বা, $QR = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান: $QR = \frac{1}{\sqrt{3}}$।

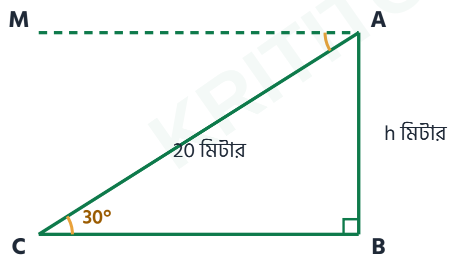
প্রশ্ন ২৫। একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

মনে করি, ঘরটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং ঘরটির ছাদের শীর্ষবিন্দু A হতে AC = 20 মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle CAM = 30^\circ$

$\therefore \angle ACB = \angle CAM = 30^\circ$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

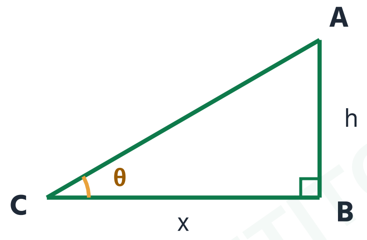


বা, $\sin 30^\circ = \frac{AB}{20}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{AB}{20}$ বা, $2AB = 20$ $\therefore AB = 10$

নির্ণেয় ঘরটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ২৬। একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের বর্গ তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের বর্গের এক তৃতীয়াংশ হলে ছায়ার প্রান্তবিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:



ধরি, দণ্ডের দৈর্ঘ্য, $AB = h$ এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x$

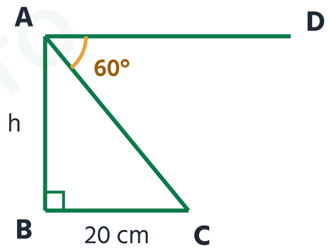
শর্তমতে, $h^2 = \frac{x^2}{3}$ বা, $h = \frac{x}{\sqrt{3}}$ বা, $x = \sqrt{3}h$

এখন, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan \theta = \frac{h}{\sqrt{3}h} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ $\therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 30°।

প্রশ্ন ২৭। চিত্রে h এর মান কত?

উত্তর:



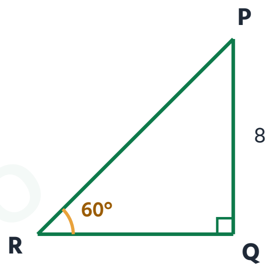
প্রদত্ত চিত্র হতে, Δ ABC-এ, $\angle ACB$ = একান্তর $\angle DAC = 60^\circ$

$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{25}$ $\quad \therefore h = 25\sqrt{3}$

নির্ণেয় h এর মান $25\sqrt{3}$ সে.মি.।

প্রশ্ন ২৮। PQR ত্রিভুজে $\angle Q = 1$ সমকোণ ও $\angle PRQ = 60^\circ$ এবং $PQ = 8$ সে. মি. হলে, $QR =$ কত?

উত্তর:



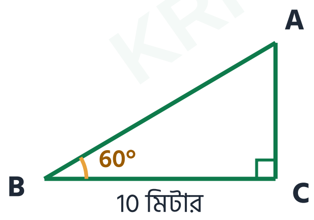
ΔPQR-এ, $PQ = 8, \angle PRQ = 60^\circ, \angle Q = 90^\circ$

$\therefore \tan \angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{8}{QR}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{8}{QR}$ $\quad \therefore QR = \frac{8}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় $QR = \frac{8}{\sqrt{3}}$ সে.মি.।

প্রশ্ন ২৯। চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

উত্তর:



চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য $AC, BC = 10$ মিটার এবং $\angle ABC = 60^\circ$

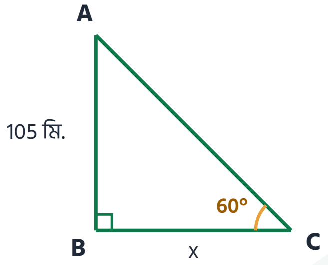
ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{AC}{10}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{AC}{10}$

বা, $AC = 10\sqrt{3}$ $\quad \therefore$ খুঁটির দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ মিটার।

প্রশ্ন ৩০। একটি গাছের উচ্চতা 105 মিটার। গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুর দূরত্ব কত মিটার?

উত্তর:

ধরি, গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুর দূরত্ব x মিটার



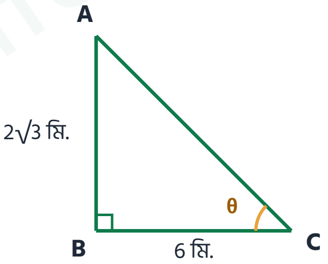
$\therefore \Delta ABC$-এ $\tan 60^\circ = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{105}{x}$ বা, $\sqrt{3} = \dfrac{105}{x}$ বা, $x = \dfrac{105}{\sqrt{3}} = 61$

নির্ণেয় দূরত্ব 61 মি.।

প্রশ্ন ৩১। একটি গাছের উচ্চতা $2\sqrt{3}$ মিটার। গাছের গোড়া হতে 6 মিটার দূরে উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

এখানে, গাছের উচ্চতা, $AB = 2\sqrt{3}$ মিটার, গাছের গোড়া হতে $BC = 6$ মিটার দূরে উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$



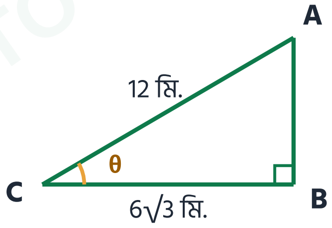
ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$ বা, $\tan \theta = \dfrac{2\sqrt{3}}{6} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ $\quad \therefore$ উন্নতি কোণ 30°।

প্রশ্ন ৩২। 12 মিটার দীর্ঘ একটি মই দেওয়াল থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। θ এর মান কত?

উত্তর:

এখানে, মইয়ের দৈর্ঘ্য, AC = 12 মিটার। মইটি AB দেওয়াল থেকে $BC = 6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে $\angle ACB = \theta$ কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে।



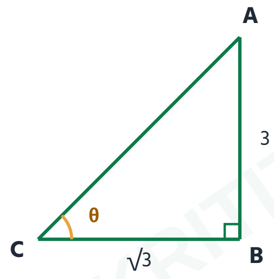
এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle ACB = \dfrac{BC}{AC}$ বা, $\cos\theta = \dfrac{6\sqrt{3}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$; নির্ণেয় মান: $\theta = 30^\circ$।

প্রশ্ন ৩৩। একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3 : \sqrt{3}$ হলে, উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

গাছটির দৈর্ঘ্য $AB = 3$ এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = \sqrt{3}$



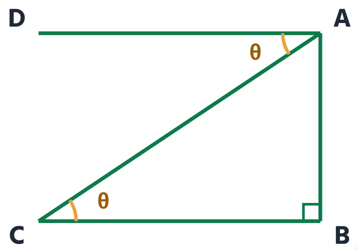
$\therefore \tan\angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \dfrac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$; নির্ণেয় উন্নতি কোণ $\theta = 60^\circ$।

প্রশ্ন ৩৪। অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য ছায়ার দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুণ হবে?

উত্তর:

ধরি, খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x$ একক



$\therefore$ খুঁটি, $AB = \sqrt{3}x$ একক; অবনতি কোণ, $\angle CAD = \theta = \angle ACB$

$\therefore \Delta$ ABC-এ $\tan\angle ACB = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \quad \therefore \theta = 60^\circ$

নির্ণেয় অবনতি কোণ 60°।

১

যশোর বোর্ড ২০২০

(i) $A = \sin\theta, B = \cos\theta$. (ii) $P = \cos A + \sin A$.

ক) $\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$ হলে; $\sin(x+y)$এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $P = \sqrt{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $A = 45°$, ৪

গ) (i) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{A+1-B}{A-1+B} = \dfrac{B}{1-A}$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$; এখন, $\sec x = 2$ আবার, $\operatorname{cosec} y = 2$

বা, $\sec x = \sec 60°$; বা, $\operatorname{cosec} y = \operatorname{cosec} 30°$ $\quad \therefore x = 60°$. $\therefore y = 30°$

প্রদত্ত রাশি $= \sin(x+y) = \sin(60° + 30°) = \sin 90° = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 1.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $P = \cos A + \sin A$; $P = \sqrt{2}$ হলে, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}$

বা, $\cos A = \sqrt{2} - \sin A$

বা, $\cos^2 A = \left(\sqrt{2} - \sin A\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2 A = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2.\sqrt{2}.\sin A + \sin^2 A$

বা, $\cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$

বা, $1 - \sin^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$

বা, $2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A - 1 + \sin^2 A = 0$

বা, $2\sin^2 A - 2\sqrt{2}\sin A + 1 = 0$

বা, $\left(\sqrt{2}\sin A\right)^2 - 2.\sqrt{2}\sin A.1 + 12 = 0$

বা, $\left(\sqrt{2}\sin A - 1\right)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin A - 1 = 0$ [বর্গমূল করে] বা, $\sqrt{2}\sin A = 1$

বা, $\sin A = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45°$ $\quad \therefore A = 45°$. (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $A = \sin\theta, B = \cos\theta$

বামপক্ষ $= \dfrac{A+1-B}{A-1+B} = \dfrac{\sin\theta + 1 - \cos\theta}{\sin\theta - 1 + \cos\theta}$

$= \dfrac{\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} - \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\cos\theta}}$ [লব ও হরকে $\cos\theta$ দ্বারা ভাগ করে]

$= \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}$ $[\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$

$= \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{(\tan\theta - \sec\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)} = \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{-(\sec\theta - \tan\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}$

$$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta - 1)} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{1}{\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{1}{\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$$

ডানপক্ষ $= \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} = \frac{B}{1-A}$ $\quad \therefore \frac{A+1-B}{A-1+B} = \frac{B}{1-A}$ (প্রমাণিত)

২

ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২২

$\cos\theta + \cot\theta = p, \cot\theta - \cos\theta = q$ এবং $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = M$

ক) $\cot(A - 25^\circ) = 1$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) প্রমাণ কর: $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$ ৪

গ) $M = 3$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। [যখন $0^\circ < \theta < 90^\circ$] ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cot(A - 25^\circ) = 1$ বা, $\cot(A - 25^\circ) = \cot 45^\circ$ [$\because \cot 45^\circ = 1$]

বা, $A - 25^\circ = 45^\circ$ বা, $A = (45^\circ + 25^\circ)$ $\quad \therefore A = 70^\circ$

নির্ণেয় মান: $A = 70^\circ$.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cos\theta + \cot\theta = p; \cot\theta - \cos\theta = q$

বামপক্ষ $= p^2 - q^2 = (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2 \cos\theta$ [$\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$]

$= 4\sqrt{\cot^2\theta\cos^2\theta} = 4\sqrt{\cot^2\theta(1-\sin^2\theta)}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta\sin^2\theta} = 4\sqrt{\cot^2\theta - \left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)\sin^2\theta}$

$\left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right]$ $4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$ [$\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$]

$= 4\sqrt{pq}$ = ডানপক্ষ $\quad \therefore p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$. (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = M$ হলে, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3;\ < \theta < 90^\circ$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta = 3\ in^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 02\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$ বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয় $\cos\theta - 1 = 0$ বা, $\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = \cos 0^\circ$ [$\because \cos 0^\circ = 1$] $= 0^\circ$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কেননা, $0^\circ < \theta < 90^\circ$ $\quad \therefore \theta = 60^\circ$

অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\cos\theta = \cos 60^\circ$ $\left[\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2}\right]$ $\quad \therefore \theta = 60^\circ$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $\theta = 60^\circ$

৩

বরিশাল বোর্ড ২০২৩

$p = \cos A, q = \sin A$

ক) $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ হলে, $\cos(x+y)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $p^2 + p^4 = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1.$ ৪

গ) $p - q = \sqrt{5}q$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4q + p = \sqrt{5}p.$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \tan x = \sqrt{3}$ বা, $\tan x = \tan 60^\circ$ $\quad \therefore x = 60^\circ$

এবং $\cot y = \sqrt{3}$ বা, $\cot y = \cot 30^\circ$ $\quad \therefore y = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \cos(x+y) = \cos(60^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0$

নির্ণেয় মান: 0.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p^2 + p^4 = 1$ হলে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$ বা, $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$ বা, $\cos^4 A = \sin^2 A$

বামপক্ষ $= \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \frac{\sin^2 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$ $[\because \cos^4 A = \sin^2 A]$ $= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{1 - \cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1.$ (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p - q = \sqrt{5}q$ হলে, $\cos A - \sin A = \sqrt{5}\sin A$

বা, $\cos A = \sqrt{5}\sin A + \sin A$ বা, $\cos A = \sin A(\sqrt{5}+1)$ বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{5} + 1$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$ বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

বা, $4\sin A = \sqrt{5}\cos A - \cos A$ বা, $4\sin A + \cos A = \sqrt{5}\cos A$

অর্থাৎ: $4q + p = \sqrt{5}p.$ (প্রমাণিত)

৪

কুমিল্লা বোর্ড ২০২৩

$p = \tan\beta, q = \cot\beta$ এবং $r = \sec\theta - \tan\theta$.

ক) $A = 30^\circ$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos 2A = \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$. ২

খ) প্রমাণ কর যে, $\dfrac{p}{1-q} + \dfrac{q}{1-p} = \sec\beta\,\text{cosec}\,\beta + 1$. ৪

গ) $r = \dfrac{1}{a}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta = \dfrac{2a}{a^2-1}$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $A = 30^\circ$

বামপক্ষ $= \cos 2A = \cos(2\times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = \dfrac{1-(\tan 30^\circ)^2}{1+(\tan 30^\circ)^2} = \dfrac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \left(\dfrac{2}{3}\right)\times\left(\dfrac{3}{4}\right) = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \cos 2A = \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$. (প্রমাণিত)

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \tan\beta$ এবং $q = \cot\beta$

বামপক্ষ $= \dfrac{p}{1-q} + \dfrac{q}{1-p} = \dfrac{\tan\beta}{1-\cot\beta} + \dfrac{\cot\beta}{1-\tan\beta} = \dfrac{\tan\beta}{1-\frac{1}{\tan\beta}} + \dfrac{\frac{1}{\tan\beta}}{1-\tan\beta}$

$= \tan\beta \times \dfrac{\tan\beta}{\tan\beta - 1} + \dfrac{1}{\tan\beta}\times\dfrac{1}{1-\tan\beta} = \dfrac{\tan^2\beta}{\tan\beta-1} - \dfrac{1}{\tan\beta(\tan\beta-1)}$

$= \dfrac{\tan^3\beta - 1}{\tan\beta(\tan\beta-1)} = \dfrac{(\tan\beta-1)(\tan^2\beta+\tan\beta+1)}{\tan\beta(\tan\beta-1)} = \dfrac{\tan^2\beta+\tan\beta+1}{\tan\beta}$

$= \tan\beta + 1 + \dfrac{1}{\tan\beta} = \tan\beta + \cot\beta + 1 = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} + \dfrac{\cos\beta}{\sin\beta} + 1 = \dfrac{\sin^2\beta+\cos^2\beta}{\sin\beta\cos\beta} + 1$

$= \dfrac{1}{\sin\beta\cdot\cos\beta} + 1 = \sec\beta\,\text{cosec}\,\beta + 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{p}{1-q} + \dfrac{q}{1-p} = \sec\beta\,\text{cosec}\,\beta + 1$. **(প্রমাণিত)**

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $r = \sec\theta - \tan\theta$; $r = \dfrac{1}{a}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta = \dfrac{1}{a}$

বা, $\dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{a}$ বা, $\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{a}$

বা, $\left(\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{a}\right)^2$ [বর্গ করে] বা, $\dfrac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \dfrac{1}{a^2}$

বা, $\dfrac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = \dfrac{1}{a^2}$ বা, $\dfrac{(1-\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} = \dfrac{1}{a^2}$ বা, $\dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = \dfrac{1}{a^2}$

বা, $\dfrac{1-\sin\theta+1+\sin\theta}{1-\sin\theta-1-\sin\theta} = \dfrac{1+a^2}{1-a^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\sin\theta} = \frac{1+a^2}{1-a^2}$ বা, $-\frac{1}{\sin\theta} = \frac{1+a^2}{1-a^2}$ বা, $-\operatorname{cosec}\theta = \frac{1+a^2}{1-a^2}$

বা, $(-\operatorname{cosec}\theta)^2 = \left(\frac{1+a^2}{1-a^2}\right)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2}$ বা, $1+\cot^2\theta = \frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2} - 1 = \frac{(1+a^2)^2-(1-a^2)^2}{(1-a^2)^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{4a^2}{(1-a^2)^2} = \frac{(2a)^2}{(a^2-1)^2}$

বা, $\cot\theta = \frac{2a}{a^2-1}$ [বর্গমূল করে] $\therefore \cot\theta = \frac{2a}{a^2-1}$ (প্রমাণিত)

৫

বরিশাল বোর্ড ২০২৩

$p = \cos A, q = \sin A$

ক) $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ হলে, $\cos(x+y)$এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $p^2 + p^4 = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1.$ ৪

গ) $p - q = \sqrt{5}q$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4q + p = \sqrt{5}p.$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$; $\tan x = \sqrt{3}$ বা, $\tan x = \tan 60^\circ$ $\therefore x = 60^\circ$

এবং $\cot y = \sqrt{3}$ বা, $\cot y = \cot 30^\circ$ $\therefore y = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \cos(x+y) = \cos(60^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0$

নির্ণেয় মান: 0.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p^2 + p^4 = 1$ হলে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$ বা, $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$ বা, $\cos^4 A = \sin^2 A$

বামপক্ষ $= \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \frac{\sin^2 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$ $[\because \cos^4 A = \sin^2 A]$ $= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{1-\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1$ (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p - q = \sqrt{5}q$ হলে, $\cos A - \sin A = \sqrt{5}\sin A$

বা, $\cos A = \sqrt{5}\sin A + \sin A$ বা, $\cos A = \sin A\left(\sqrt{5}+1\right)$ বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{5}+1$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$ [ব্যস্তকরণ করে] বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{5-1}$ বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

বা, $4\sin A = \sqrt{5}\cos A - \cos A$ বা, $4\sin A + \cos A = \sqrt{5}\cos A$

$\therefore 4q + p = \sqrt{5}p$ **(প্রমাণিত)**

৬ ঢাকা বোর্ড ২০২৪

$A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$.

ক) $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) প্রমাণ কর যে, $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$ ৪

গ) $B - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$ $[\because \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec}\theta]$ বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{3}$ $\left[\because \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$

$\therefore \sin\theta = \frac{3}{5}$ [বিপরীতকরণ করে]; নির্ণেয় মান: $\frac{3}{5}$.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$

বামপক্ষ $= \sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $[\because \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ এবং $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}]$

$= \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \sqrt{\left(\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2} = \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}}$ $[\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta]$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}} = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ = ডানপক্ষ

$\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$ (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $B = 1 - \sin\theta$; এখন, $B - \cos\theta = 0$ হলে, $1 - \sin\theta - \cos\theta = 0$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = 1$ বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (1)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 1$ বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

বা, $2\sin^2\theta\cos\theta = 0$ বা, $\sin\theta \cdot \cos\theta = 0$

হয়, $\sin\theta = 0$; বা, $\sin\theta = \sin 0^\circ$ $[\because \sin 0^\circ = 0]$

অথবা, $\cos\theta = 0$ বা, $\cos\theta = \cos 90^\circ$ $[\because \cos 90^\circ = 0]$ $\quad \therefore \theta = 90^\circ$

নির্ণেয় মান: $\theta = 0^\circ, 90^\circ$.

৭ কুমিল্লা বোর্ড ২০২৪

$\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

ক) $\theta = 60^\circ$ হলে, $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $\dfrac{m}{n} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ) প্রমাণ কর যে, $(m^2 - n^2)^2 = 16mn$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\theta = 60^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta = 3\sin 60^\circ - 4(\sin 60^\circ)^3$

$$= 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \left[\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 3\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\cdot\frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$$

নির্ণেয় মান: 0.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

$\dfrac{m}{n} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, $\dfrac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \dfrac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \dfrac{4}{2\sqrt{3}}$ বা, $\dfrac{\cot\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\left(\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{\cos\theta}\right) = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\sin\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ [ব্যস্তানুপাত করে] বা, $\sin\theta = \sin 60^\circ$ $\therefore \theta = 60^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \tan\theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$; নির্ণেয় মান: $\sqrt{3}$.

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

বামপক্ষ $= (m^2 - n^2)^2 = \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

$= (4\cot\theta\cdot\cos\theta)^2 = 16\cot^2\theta\cdot\cos^2\theta$

$= 16\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)$ $[\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta] = 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta\cdot\sin^2\theta)$

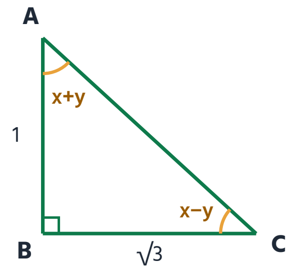
$$= 16\left(\cot^2\theta - \left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)\sin^2\theta\right) \left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right] = 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$$

$= 16(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta) = 16mn =$ ডানপক্ষ

$\therefore (m^2 - n^2)^2 = 16mn$. (প্রমাণিত)

৮

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে,



ক) AC এর পরিমাণ কত? ২

খ) $\tan A + \tan C$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ) x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

চিত্র হতে পাই, $\angle B = 1$ সমকোণ $\angle A = x + y$; $\angle C = x - y$

অতএব, C বা $(x - y)$ কোণের বিপরীত বাহু, $AB = 1$ সন্নিহিত বাহু, $BC = \sqrt{3}$

অতিভুজ, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$

খ) এর উত্তর

'ক' হতে পাই, $\tan C = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

আবার, A বা $(x + y)$ কোণের বিপরীত বাহু, $BC = \sqrt{3}$ সন্নিহিত বাহু, $AB = 1$

$\therefore \tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

এখন, $\tan A + \tan C = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} = \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান, $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

গ) এর উত্তর

(খ) হতে পাই, $\tan A = \tan(x + y) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(x + y) = \tan 60^\circ,\ x + y = 60^\circ \ldots\ldots (1)$

আবার, $\tan C = \tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(x - y) = \tan 30^\circ,\ x - y = 30^\circ \ldots\ldots (2)$

এখন, (1) নং ও (2)নং যোগ করে পাই, $x + y + x - y = 60^\circ + 30^\circ$ বা, $2x = 90^\circ$ বা, $x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

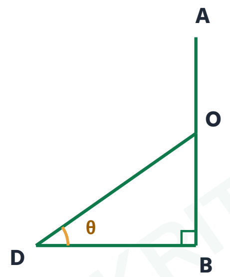
আবার, (1) থেকে (2) বিয়োগ করে পাই, $x + y - x + y = 60^\circ - 30^\circ$ বা, $2y = 30^\circ$ বা, $y = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$

অতএব, নির্ণেয় মান $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$.

১

ঢাকা বোর্ড ২০২০

একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে।



ক) কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে. মি. ও 12 সে. মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30°। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ) দেখাও যে, $\left(\frac{DO}{BO}-\frac{BD}{BO}\right)^2=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$. ৪

গ) $BD=10\sqrt{3}$ মিটার এবং $\theta=30^\circ$ হলে সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

এখানে, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a=7$ সে.মি. ও $b=12$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta=30^\circ$।

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক $=\frac{1}{2}\times7\times12\times\sin30^\circ$ বর্গ সে. মি.

$=\frac{1}{2}\times7\times12\times\frac{1}{2}$ বর্গ সে. মি. $=21$ বর্গ সে. মি.

নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 21 বর্গ সে.মি.।

খ) এর উত্তর

এখানে, AB গাছ ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে $\angle ODB=\theta$ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

BOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\frac{DO}{BO}=\operatorname{cosec}\theta$ এবং $\frac{BD}{BO}=\cot\theta$

বামপক্ষ $=\left(\frac{DO}{BO}-\frac{BD}{BO}\right)^2=(\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta)^2=\left(\frac{1}{\sin\theta}-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2=\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

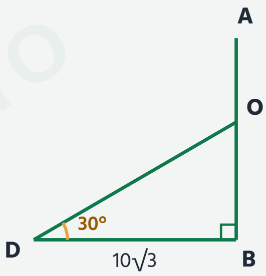
$=\frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}=\frac{(1-\cos\theta)^2}{(1-\cos^2\theta)}$ $[\because \sin^2\theta=1-\cos^2\theta]$

$=\frac{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}=$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{DO}{BO}-\frac{BD}{BO}\right)^2=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$ (দেখানো হলো)

গ) এর উত্তর

এখানে, গাছ $AB=AO+BO, AO=DO, BD=10\sqrt{3}$ মিটার এবং $\angle ODB=\theta=30^\circ$



BOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle ODB = \frac{BO}{BD}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$ $\left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\sqrt{3}BO = 10\sqrt{3}$ বা, $BO = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\quad \therefore BO = 10$

আবার, BOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle ODB = \frac{BD}{DO}$ বা, $\cos 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{DO}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{DO}$

$\left[\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

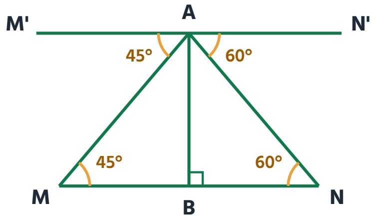
বা, $\sqrt{3}DO = 20\sqrt{3}$ বা, $DO = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 20$ $\quad \therefore AO = DO = 20$ মিটার

সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $= AO + BO = (20 + 10)$ মিটার $= 30$ মিটার

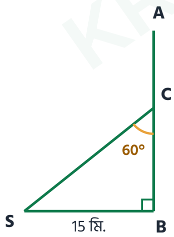
নির্ণেয় সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার।

২

ঢাকা বোর্ড ২০২৪



চিত্র ১ : M'N' ∥ MN , MN = 1500 মি.



চিত্র ২

ক) একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় করো। ২

খ) ১নং চিত্র হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

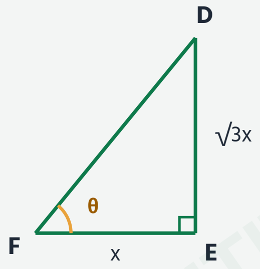
গ) ২নং চিত্র হতে PQ খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

এখানে, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $= \sqrt{3} : 1$; ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

$\therefore$ গাছের উচ্চতা, $DE = \sqrt{3}x$; গাছের ছায়া, $EF = x$ এবং গাছের উন্নতি কোণ $\angle DFE = \theta$



DEF সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle DFE = \dfrac{DE}{EF}$ বা, $\tan \theta = \dfrac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$ $\quad \therefore$ গাছের উন্নতি কোণ 60°।

খ) এর উত্তর

এখানে, $MN = 1500$ মি. $M'N' \parallel MN$; $\angle MAM' = 45^\circ, \angle NON' = 60^\circ$

$\therefore \angle AMB = \angle MAM' = 45^\circ$ [একান্তর কোণ] এবং $\angle ANB = \angle NAN' = 60^\circ$ [একান্তর কোণ]

ধরি, $BM = x$ মি. $\therefore BN = MN - BM = (1500 - x)$ মি.

ABM সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle AMB = \dfrac{AB}{BM}$ বা, $\tan 45^\circ = \dfrac{AB}{x}$ বা, $1 = \dfrac{AB}{x}$ $\quad \therefore AB = x$

আবার, ABN সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ANB = \dfrac{AB}{BN}$ বা, $\tan 60^\circ = \dfrac{x}{1500 - x}$ বা, $\sqrt{3} = \dfrac{x}{1500 - x}$

বা, $x = 1500\sqrt{3} - \sqrt{3}x$ বা, $x + \sqrt{3}x = 1500\sqrt{3}$ বা, $x(1 + \sqrt{3}) = 1500\sqrt{3}$

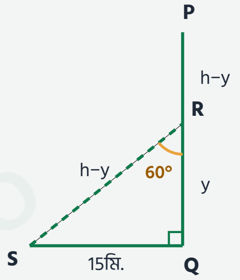
বা, $x = \dfrac{1500\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ $\quad \therefore x = 950.96$ (প্রায়)

$\therefore AB = x = 950.96$ মি. (প্রায়); নির্ণেয় AB এর দৈর্ঘ্য 950.96 মি. (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

ধরি, খুঁটির উচ্চতা, $PQ = h$ এবং $QR = y$ $\quad \therefore RS = PR = PQ - QR = h - y$

এখানে, $QS = 15$ মি. এবং $\angle QRS = 60^\circ$



QRS সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle QRS = \dfrac{QS}{QR}$ বা, $\tan 60^\circ = \dfrac{15}{y}$ বা, $\sqrt{3} = \dfrac{15}{y}$ বা, $y = \dfrac{15}{\sqrt{3}}$ $\quad \therefore y = 5\sqrt{3}$

আবার, QRS সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle QRS = \dfrac{QS}{RS}$ বা, $\sin 60^\circ = \dfrac{15}{h - y}$ বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{15}{h - 5\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}h - 15 = 30$ বা, $\sqrt{3}h = 30 + 15$ বা, $\sqrt{3}h = 45$ বা, $h = \frac{45}{\sqrt{3}}$

বা, $h = 15\sqrt{3}$ $\quad \therefore h = 25.98$ (প্রায়) $\quad \therefore PQ = h = 25.98$ মি. (প্রায়)

নির্ণেয় PQ খুঁটির উচ্চতা 25.98 মি. (প্রায়)।

৩

বরিশাল বোর্ড ২০২০

(i) 86 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করে।
(ii) ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 52 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের উন্নতি কোণ 30° হয়।

ক) $\sin\theta = \sqrt{2^{-1}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ) গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ) দালানের উচ্চতা নির্ণয় করো। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\sin\theta = \sqrt{2^{-1}}$ বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1}{2}}$ বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

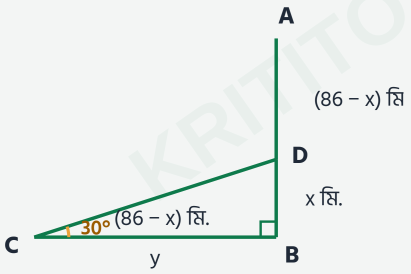
বা, $\sin\theta = \sin 45^\circ$ $\left[\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ $\quad \therefore \theta = 45^\circ$

নির্ণেয় মান : $\theta = 45^\circ$.

খ) এর উত্তর

এখানে, $AB = 86$ মিটার লম্বা একটি গাছ $BD = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করে।

$CD = AD = AB - BD = (86 - x)$ মিটার



BCD সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$ বা, $\sin 30^\circ = \frac{x}{86 - x}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{86 - x}$

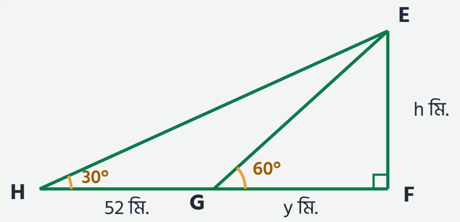
বা, $2x = 86 - x$ বা, $2x + x = 86$ বা, $3x = 86$ বা, $x = \frac{86}{3}$; $x = 28.66667$ মিটার (প্রায়)

গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $= (86 - x)$ মিটার $= (86 - 28.66667)$ মিটার $= 57.333$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 57.333 মিটার (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

এখানে, দালানের উচ্চতা $EF = h$ মিটার, শীর্ষের উন্নতি $EGF = 60^\circ$ এবং G স্থান থেকে $GH = 52$ মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle EHF = 30^\circ$ হয়।



$GF = y$ মিটার; $FH = FG + GH = (y + 52)$ মিটার

EFG সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle EGF = \dfrac{EF}{GF}$ বা, $\tan 60^\circ = \dfrac{h}{y}$ বা, $\sqrt{3} = \dfrac{h}{y}$ $\quad \therefore y = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$

আবার, EFH সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle EHF = \dfrac{EF}{FH}$ বা, $\tan 30^\circ = \dfrac{h}{y+52}$ বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{y+52}$

বা, $\sqrt{3}h = y + 52$ বা, $\sqrt{3}h = \dfrac{h}{\sqrt{3}} + 52$ বা, $3h = h + 52\sqrt{3}$ বা, $3h - h = 52\sqrt{3}$ বা, $2h = 52\sqrt{3}$

বা, $h = \dfrac{52\sqrt{3}}{2} = 26\sqrt{3} = 45.033$ (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় দালানের উচ্চতা 45.033 মিটার (প্রায়)।

8 চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২৪

63 মিটার লম্বা একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $21\sqrt{3}$ মিটার। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

ক) $(1 - \tan^2 60^\circ) + (1 + \cot^2 30^\circ) + \cos^2 30^\circ$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ) গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল নির্ণয় করো। 8

গ) গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? 8

8 নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

প্রদত্ত রাশি $= (1 - \tan^2 60^\circ) + (1 + \cot^2 30^\circ) + \cos^2 30^\circ$

$= \{1 - (\tan 60^\circ)^2\} + \{1 + (\cot 30^\circ)^2\} + (\cos 30^\circ)^2 = \{1 - (\sqrt{3})^2\} + \{1 + (\sqrt{3})^2\} + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

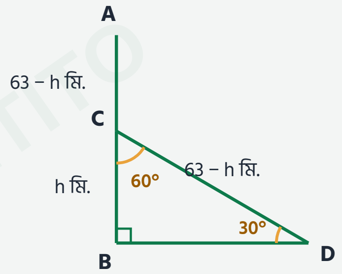
$= (1 - 3) + (1 + 3) + \dfrac{3}{4} = -2 + 4 + \dfrac{3}{4} = 2 + \dfrac{3}{4} = \dfrac{8+3}{4} = \dfrac{11}{4}$

নির্ণেয় মান $= \dfrac{11}{4}$

খ) এর উত্তর

এখানে, গাছের সম্পূর্ণ উচ্চতা, $AB = 63$ মিটার। গাছটি ঝড়ে $BC = h$ মিটার উচ্চতার C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

$CD = AC = AB - BC = (63 - h)$ মিটার



এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$ বা, $\cos 60^\circ = \frac{h}{63-h}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{63-h}$

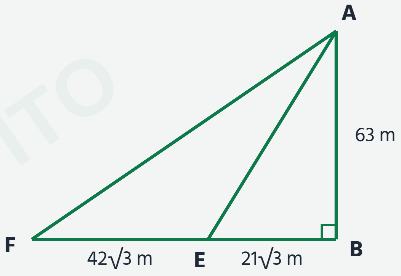
বা, $2h = 63 - h$ বা, $2h + h = 63$ বা, $3h = 63$ বা, $h = \frac{63}{3}$ $\quad \therefore h = 21$

$\therefore$ গাছটি ভূমি হতে 21 মিটার উঁচুতে ভেঙেছিল।

গ) এর উত্তর

এখানে, গাছের সম্পূর্ণ উচ্চতা, $AB = 63$ মিটার, গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BE = 21\sqrt{3}$ মিটার এবং গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle AEB$। গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $EF = 42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পেলে উন্নতি কোণ $\angle AFB$.

$BF = BE + EF = (21\sqrt{3} + 42\sqrt{3})$ মিটার $= 63\sqrt{3}$ মিটার



এখন, ABE সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle AEB = \frac{AB}{BE} = \frac{63}{21\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \quad \therefore \angle AEB = 60^\circ$

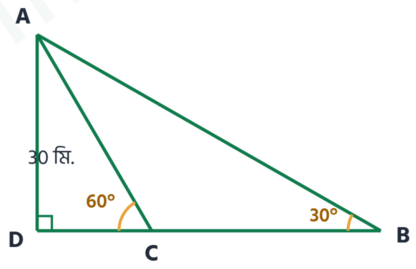
আবার, ABF সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle AFB = \frac{AB}{BF} = \frac{63}{63\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \quad \therefore \angle AFB = 30^\circ$

$\therefore$ গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ হ্রাস পায় $= 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\therefore$ গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে।

৫

সকল বোর্ড ২০১৮



ক) $\angle BAC$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ) AD ও CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ) ΔABC –এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

এখানে, $\angle ABC = 30^\circ, \angle ACD = 60^\circ; \angle ACB = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

ΔABC এ, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle BAC + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ বা, $\angle BAC + 150^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$\therefore \angle BAC$ এর মান 30°।

খ) এর উত্তর

এখানে, ΔADC এর $\angle ACD = 60^\circ$ এবং $AC = 30$ মিটার

ΔADC-এ, $\sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}$ বা, $\sin 60^\circ = \frac{AD}{30}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{30}$ বা, $2AD = 30\sqrt{3}$ বা, $AD = \frac{30\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔADC এ $\cos \angle ACD = \frac{CD}{AC}$ বা, $\cos 60^\circ = \frac{CD}{30}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{CD}{30}$ বা, $2CD = 30$ বা, $CD = \frac{30}{2} = 15$ মিটার

$\therefore AD$ এর দৈর্ঘ্য $15\sqrt{3}$ মিটার এবং CD এর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

গ) এর উত্তর

এখানে, $AC = 30$ মিটার। ΔABD এর $\angle ABD = 30^\circ$। খ হতে পাই, $AD = 15\sqrt{3}$ মিটার এবং $CD = 15$ মিটার

ΔABD এ, $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$ বা, $\sin 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$ $\therefore AB = 30\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔABD এ, $\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$ বা, $BD = 15\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $\therefore$ $BD = 45$ মিটার

$BC = BD - CD = (45 - 15)$ মিটার $= 30$ মিটার

ΔABC এর পরিসীমা $= AB + BC + AC = (30\sqrt{3} + 30 + 30)$ মিটার $= (60 + 30\sqrt{3})$ মিটার $= 111.96$ মিটার (প্রায়)

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা 111.96 মিটার (প্রায়)।

৬

একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করলো। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

ক) উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

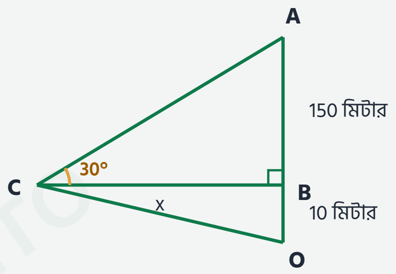
খ) নদীর বিস্তার নির্ণয় করো। ৪

গ) লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

মনে করি, নদীর দুই তীরের বিন্দুদ্বয় C ও B। B বিন্দুতে AB গাছের উচ্চতা 150 মিটার এবং C বিন্দুর গাছটির শীর্ষে উন্নতি $\angle ACB = 30^\circ$



ধরি, লোকটি অপর তীরে O বিন্দুতে পৌঁছল যা গাছ হতে 10 মিটার দূরে। অর্থাৎ $OB = 10$ মিটার।

খ) এর উত্তর

ধরি, নদীটির বিস্তার $BC = x$ মিটার

ΔABC হতে, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{150}{x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x}$

বা, $x = 150\sqrt{3} = 259.808$ মিটার (প্রায়) $\therefore$ নদীটির বিস্তার 259.808 মিটার (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

ধরি, লোকটির যাত্রার স্থান হতে গন্তব্য স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $OC = S$ মিটার।

ΔOBC এর $\angle OBC$ সমকোণ, $\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই, $OC^2 = OB^2 + BC^2$

বা, $S^2 = (10)^2 + (259.808)^2$ [খ নং হতে $BC = 259.808$ মি.]

বা, $S^2 = 100 + 67500 = 67600$ বা, $S = \sqrt{67600} = 260$

$\therefore$ গন্তব্য স্থানের দূরত্ব 260 মিটার (প্রায়)।

৭

16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেওয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলো।

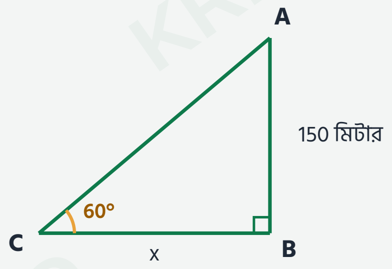
ক) উদ্দীপক অনুসারে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন করো। ২

খ) দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ৪

গ) দেওয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর



এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা AB, মই এর দৈর্ঘ্য $AC = 16$ মিটার এবং মইটি ভূমি BC এর সাথে $\angle ACB = 60^\circ$ উৎপন্ন করে।

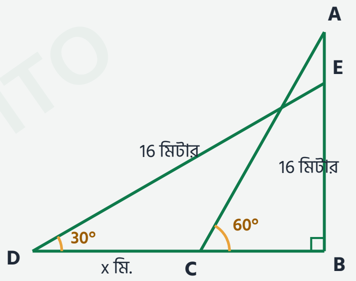
খ) এর উত্তর

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$ বা, $\sin 60^\circ = \frac{AB}{16}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{16}$

বা, $AB = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} = 13.856$ (প্রায়) $\therefore$ দেওয়ালটির উচ্চতা 13.856 মিটার (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

মনে করি, মইটিকে দেওয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় C বিন্দু থেকে ভূমি বরাবর $CD = x$ মিটার দূরে সরালে মইটি ভূমির সাথে $\angle BDE = 30^\circ$ উৎপন্ন করে।



এখানে, $AC = DE = 16$ মিটার; $\angle ACB = 60^\circ$; $BD = BC + CD = BC + x$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle ACB = \dfrac{BC}{AC}$ বা, $\cos 60^\circ = \dfrac{BC}{16}$ বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{BC}{16}$ বা, $BC = \dfrac{16}{2}$ $\quad\therefore BC = 8.$

BDE সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle BDE = \dfrac{BD}{DE}$ বা, $\cos 30^\circ = \dfrac{BC + x}{16}$ বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{8 + x}{16}$

বা, $16 + 2x = 16\sqrt{3}$ বা, $2x = 16\sqrt{3} - 16$ বা, $2x = 16(\sqrt{3} - 1)$

বা, $x = \dfrac{16(\sqrt{3} - 1)}{2} = 8(\sqrt{3} - 1) = 5.856$ (প্রায়)

$\therefore$ মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 5.856 মিটার (প্রায়) সরাতে হবে।

কৃতিত্ব

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ১১: বীজগাণিতিক অনুপাত ও সমানুপাত

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়
Mathematics

অধ্যায়
অধ্যায় ১১: বীজগাণিতিক অনুপাত ও সমানুপাত

প্রশ্নের ধরন
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন
৪৮

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৬ × ১ = ২৬

১. $x : y = 2 : 3$ এবং $2 : x = 1 : 2$ হলে, y = কত?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{3}{2}$

(গ) 6 ✓ (ঘ) 8

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $2 : x = 1 : 2$
বা, $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$
বা, $x = 4$
$\therefore x : y = 2 : 3$
বা, $\frac{4}{y} = \frac{2}{3}$
বা, $y = 6$

২. একটি দ্রব্য $\frac{25}{2}\%$ ক্ষতিতে বিক্রয় করলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

(ক) $7 : 8$ ✓ (খ) $8 : 9$

(গ) $9 : 8$ (ঘ) $8 : 7$

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে $\frac{25}{2}\%$ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য
$\left(100 - \frac{25}{2}\right) = 87.5$ টাকা
$\therefore$ বিক্রয়মূল্যঃ ক্রয়মূল্য $= 87.5 : 100$
$= 7 : 8$

৩. যদি $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হয়, তবে $\frac{6x+y}{3x+2y}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{4}{5}$ (খ) $\frac{14}{15}$

(গ) $\frac{5}{4}$ ✓ (ঘ) $\frac{20}{13}$

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$
$\therefore 3x = 2y$
$\therefore 6x = 4y$
$\frac{6x+y}{3x+2y} = \frac{4x+y}{2x+2y} = \frac{5y}{4y} = \frac{5}{4}$

৪. 25% লাভে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

(ক) $1 : 4$ (খ) $4 : 3$

(গ) $5 : 4$ (ঘ) $4 : 5$ ✓

৫. নিচের কোনটি ক্রমিক সমানুপাতী?

(ক) $5 : 15 : 20$ (খ) $3 : 6 : 6$

(গ) $2 : 4 : 8$ ✓ (ঘ) $2 : 5 : 10$

৬. $p : q = 3 : 4$ এবং $q : r = 5 : 7$ হলে, $p : q : r$ এর মান কত?

(ক) $3 : 4 : 7$ (খ) $3 : 5 : 7$

(গ) $12 : 20 : 28$ (ঘ) $15 : 20 : 28$ ✓

৭. একটি দ্রব্য 20% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

(ক) $1 : 5$ (খ) $4 : 5$ ✓

(গ) $6 : 5$ (ঘ) $5 : 4$

৮. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{2}{3}$ হলে, $a : c$ এর মান কত?

(ক) $2 : 3$ (খ) $4 : 5$

(গ) $4 : 9$ ✓ (ঘ) $5 : 4$

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $a : b = 2 : 3 = 4 : 6$
$b : c = 2 : 3 = 6 : 9$
$\therefore a : b : c = 4 : 6 : 9$
$\therefore a : c = 4 : 9$

৯. বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর পরিমাপ x একক হলে, উহার পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?

(ক) $2\sqrt{2} : 4$ (খ) $2\sqrt{2} : 4$

(গ) $2\sqrt{2} : 2$ (ঘ) $2\sqrt{2} : 1$ ✓

১০. $x : y = 3 : 2$ **হলে,** $4x : 5y =$ **কত?**

(ক) $15 : 8$ (খ) $8 : 15$

(গ) $5 : 6$ (ঘ) $6 : 5$ ✓

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $x : y = 3 : 2$
$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$
$\Rightarrow \frac{4x}{5y} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5}$
$\Rightarrow \frac{4x}{5y} = \frac{6}{5}$
$\therefore 4x : 5y = 6 : 5$

১১. $5 : 7 :: x : 14$ **হলে** x **এর মান কত?**

(ক) 19.6 (খ) 14

(গ) 10 ✓ (ঘ) 48

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$
$x = \frac{5 \times 14}{7} \therefore x = 10$

১২. ১৫৪। নিচের কোনটি সমানুপাতিক রাশি?

(ক) $1 : 2 = 3 : 4$ (খ) $2 : 5 = 9 : 15$ ✓

(গ) $4 : 6 = 6 : 4$ (ঘ) $3 : 5 = 9 : 25$

ব্যাখ্যা: সমানুপাতিক রাশির ক্ষেত্রে, $bc = ad$
এখানে $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$
বা, $5 \times 6 = 15 \times 2$
বা, $30 = 30$

১৩. ১৫৫। a, b, c **ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক?**

(ক) $a^2 = bc$ (খ) $b^2 = ac$ ✓

(গ) $ab = bc$ (ঘ) $c^2 = ab$

ব্যাখ্যা: a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে,
$a : b = b : c \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
$\therefore b^2 = ac$

১৪. ১৫৬। $a : b = 3 : 4$ **হলে,** $2a : 4b$ **= কত?**

(ক) $3 : 8$ ✓ (খ) $6 : 8$

(গ) $8 : 3$ (ঘ) $12 : 16$

১৫. ১৫৭। $3 : 8 :: y : 32$ **হলে,** y **এর মান কত?**

(ক) 3 (খ) 12 ✓

(গ) 24 (ঘ) 48

ব্যাখ্যা: $\frac{3}{8} = \frac{y}{32}$
বা, $8y = 32 \times 3$
বা, $y = \frac{32 \times 3}{8}$
$\therefore y = 12$

১৬. ১৫৮। $5 : 7 :: x : 14$ **হলে** x **এর মান কত?**

(ক) 19.6 (খ) 14

(গ) 10 ✓ (ঘ) 48

ব্যাখ্যা: $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$
$x = \frac{5 \times 14}{7} \therefore x = 10$

১৭. ১৫৯। $5, 10, 8$ **এর চতুর্থ সমানুপাতী কোনটি?**

(ক) 10 (খ) 12

(গ) 14 (ঘ) 16 ✓

ব্যাখ্যা: চতুর্থ সমানুপাতী x হলে,
$5x = 10 \times 8$
বা, $x = \frac{80}{5x}$
$\therefore x = 16$

১৮. ১৬০। $x : y = 1 : 2$ **হলে** $3x : 4y$ **= কত?**

(ক) $4 : 3$ (খ) $4 : 5$

(গ) $3 : 4$ (ঘ) $3 : 8$ ✓

১৯. ১৬১। $\frac{y-x}{3x+y} = \frac{1}{9}$ হলে, $x : y$ = কত?

(ক) $1 : 3$ (খ) $1 : 5$

(গ) $3 : 2$ (ঘ) $2 : 3$ ✓

ব্যাখ্যা: $\frac{y-x}{3x+y} = \frac{1}{9}$
বা, $3x + y = 9y - 9x$
বা, $12x = 8y$
বা, $\frac{x}{y} = \frac{8}{12}$
$\therefore x : y = 2 : 3$

২০. ১৬২। $2amn = x(m^2 + n^2)$ হলে $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}}$ = কত?

(ক) $\frac{m}{n}$ (খ) $\frac{m+n}{m-n}$ ✓

(গ) $\frac{m-n}{m+n}$ (ঘ) $\frac{n}{m}$

২১. ১৫৭। $3 : 8 :: y : 32$ হলে, y এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 12 ✓

(গ) 24 (ঘ) 48

ব্যাখ্যা: $\frac{3}{8} = \frac{y}{32}$
বা, $8y = 32 \times 3$
বা, $y = 12$

২২. ১৬২। $2amn = x(m^2 + n^2)$ হলে $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}}$ = কত?

(ক) $\frac{m}{n}$ (খ) $\frac{m+n}{m-n}$ ✓

(গ) $\frac{m-n}{m+n}$ (ঘ) $\frac{n}{m}$

ব্যাখ্যা: $2amn = x(m^2 + n^2)$
$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{m^2+n^2}{2mn}$
$\Rightarrow \frac{a+x}{a-x} = \frac{m^2+n^2+2mn}{m^2+n^2-2mn}$
$\Rightarrow \frac{a+x}{a-x} = \frac{(m+n)^2}{(m-n)^2}$
$\therefore \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} = \frac{m+n}{m-n}$

২৩. ১৬৩। j, k, l ও m ক্রমিক সমানুপাতী হলে — i. $\frac{j}{l} = \frac{l}{m}$ ii. $\frac{j}{k} = \frac{k}{l}$ iii. $\frac{k}{l} = \frac{l}{m}$ নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ✓

২৪. ১৬৫। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর দুই কোণের অনুপাত $3 : 2$ হলে কোণ দুইটি নিচের কোনটি?

(ক) $55^\circ, 35^\circ$ (খ) $54^\circ, 36^\circ$ ✓

(গ) $50^\circ, 40^\circ$ (ঘ) $45^\circ, 45^\circ$

ব্যাখ্যা: ধরি, কোণদ্বয় $3x$ ও $2x$
$3x + 2x = 90^\circ$
$\Rightarrow 5x = 90^\circ$
$\therefore x = 18^\circ$
সুতরাং অপর দুইটি কোণের পরিমাণ
$3 \times 18^\circ = 54^\circ$
এবং $2 \times 18^\circ = 36^\circ$

২৫. ১৬৬। দুটি সংখ্যার অনুপাত $3 : 4$ এবং তাদের গ.সা.ও 4 সংখ্যা দুটির বর্গের সমষ্টি কত?

(ক) 25 (খ) 28

(গ) 49 (ঘ) 400 ✓

২৬. ১৬৭। দুটি সংখ্যার অনুপাত $3 : 4$ এবং তাদের গ.সা.ও 4 সংখ্যা দুটির বর্গের ল.সা.ও কত?

(ক) 28 (খ) 48 ✓

(গ) 72 (ঘ) 96

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

১৫ টি প্রশ্ন

১. $x = \dfrac{4ab}{a+b}$ **হলে, দেখাও যে,** $\dfrac{x+2a}{x-2a} + \dfrac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $x = \dfrac{4ab}{a+b}$

বা, $\dfrac{x}{2a} = \dfrac{4ab}{2a(a+b)}$ [উভয়পক্ষকে $2a$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\dfrac{x}{2a} = \dfrac{2b}{a+b}$

বা, $\dfrac{x+2a}{x-2a} = \dfrac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{x+2a}{x-2a} = \dfrac{3b+a}{b-a}$

আবার, $\dfrac{x}{2b} = \dfrac{4ab}{2b(a+b)}$ [উভয়পক্ষকে $2b$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\dfrac{x}{2b} = \dfrac{2a}{a+b}$

বা, $\dfrac{x+2b}{x-2b} = \dfrac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{x+2b}{x-2b} = \dfrac{3a+b}{a-b}$

বামপক্ষ $= \dfrac{x+2a}{x-2a} + \dfrac{x+2b}{x-2b}$

$= \dfrac{3b+a}{b-a} + \dfrac{3a+b}{a-b} = \dfrac{3b+a}{b-a} - \dfrac{3a+b}{b-a}$

$= \dfrac{3b+a-3a-b}{b-a} = \dfrac{2b-2a}{b-a} = \dfrac{2(b-a)}{(b-a)} = 2$ = ডানপক্ষ

সুতরাং $\dfrac{x+2a}{x-2a} + \dfrac{x+2b}{x-2b} = 2.$ (দেখানো হলো)

KRITITO KRITITO KRITITO

২. $\dfrac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\dfrac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ **হলে, দেখাও যে,** a, b, c **ক্রমিক সমানুপাতী।**

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $\dfrac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\dfrac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

বা, $\dfrac{(b+c)^2}{b^2+c^2}=\dfrac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$ [একান্তকরণ করে]

বা, $\dfrac{b^2+2bc+c^2}{b^2+c^2}=\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2+b^2}$

বা, $\dfrac{b^2+2bc+c^2-b^2-c^2}{b^2+c^2}=\dfrac{a^2+2ab+b^2-a^2-b^2}{a^2+b^2}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2bc}{b^2+c^2}=\dfrac{2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\dfrac{c}{b^2+c^2}=\dfrac{a}{a^2+b^2}$ [উভয়পক্ষকে $2b$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $c(a^2+b^2)=a(b^2+c^2)$

বা, $ca^2+b^2c=ab^2+ac^2$

বা, $ca^2+b^2c-ab^2-ac^2=0$

বা, $ca^2-ac^2-ab^2+b^2c=0$

বা, $ac(a-c)-b^2(a-c)=0$

বা, $(a-c)(ac-b^2)=0$

বা, $ac-b^2=0$ বা, $ac=b^2$ বা, $ac=b\cdot b$

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}$ [bc দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

৩. **যদি** $\dfrac{p}{q}=\dfrac{a^2}{b^2}$ **এবং** $\dfrac{a}{b}=\sqrt{\dfrac{a+q}{a-q}}$ **হয়, তবে দেখাও যে,** $\dfrac{p+q}{a}=\dfrac{p-q}{q}$

KRITITO KRITITO KRITITO

৪. $a : b = c : d$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$, যেখানে, $a \neq b$ এবং $c \neq d$।

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = c : d$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

যোজন করে পাই, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ....(1)

আবার বিয়োজন করে পাই, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

বা, $\frac{b}{a-b} = \frac{d}{c-d}$ [ব্যস্তকরণ করে] ....(2)

(1) নং ও (2) নং গুণ করে পাই,

$\frac{a+b}{b} \times \frac{b}{a-b} = \frac{c+d}{d} \times \frac{d}{c-d}$

অর্থাৎ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ [এখানে, $a \neq b, c \neq d$] (প্রমাণিত)

৫. $a : b = c : d = m$ হলে, দেখাও যে, $\frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = c : d = m$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = m$

$\therefore a = bm$ এবং $c = dm$

বামপক্ষ $= \frac{ac+bd}{ac-bd}$

$= \frac{bm \cdot dm + bd}{bm \cdot dm - bd}$ [$\because a = bm$ এবং $c = dm$]

$= \frac{bd(m^2+1)}{bd(m^2-1)} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$ (দেখানো হলো)

৬. যদি $\frac{p}{q}=\frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b}=\sqrt{\frac{a+q}{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a}=\frac{p-q}{q}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{p}{q}=\frac{a^2}{b^2}$...(1)
এবং $\frac{a}{b}=\sqrt{\frac{a+q}{a-q}}$...(2)
(1) নং হতে পাই, $\frac{p}{q}=\frac{a^2}{b^2}$
বা, $\frac{p}{q}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$
বা, $\frac{p}{q}=\left(\sqrt{\frac{a+q}{a-q}}\right)^2$ [(2) নং হতে]
বা, $\frac{p}{q}=\frac{a+q}{a-q}$, বা, $ap-pq=aq+q^2$
বা, $ap-aq=pq+q^2$
বা, $a(p-q)=q(p+q)$
বা, $q(p+q)=a(p-q)$
$\therefore \frac{p+q}{a}=\frac{p-q}{q}$ (দেখানো হলো)

---

৭. যদি $\frac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}=1$ [যেখানে $2a-b(1+a^2x^2)\neq 0$] হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}=1$
বা, $\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}=\frac{1+ax}{1-ax}$
বা, $\frac{1+bx}{1-bx}=\frac{(1+ax)^2}{(1-ax)^2}$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]
বা, $\frac{1+bx}{1-bx}=\frac{1+2ax+a^2x^2}{1-2ax+a^2x^2}$
বা, $\frac{1+bx+1-bx}{1+bx-1+bx}=\frac{1+2ax+a^2x^2+1-2ax+a^2x^2}{1+2ax+a^2x^2-1+2ax-a^2x^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
বা, $\frac{2}{2bx}=\frac{2(1+a^2x^2)}{4ax}$
বা, $\frac{1}{bx}=\frac{1+a^2x^2}{2ax}$
বা, $2ax=bx(1+a^2x^2)$
বা, $2ax-bx(1+a^2x^2)=0$
বা, $x\{2a-b(1+a^2x^2)\}=0$
$\therefore x=0$ [$\because 2a-b(1+a^2x^2)\neq 0$] নির্ণেয় মান: $x=0$

---

৮. $\frac{x^3+y^3}{x-y+z}=x(x+y)$ হলে, দেখাও যে, x, y ও z ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{x^3+y^3}{x-y+z}=x(x+y)$
বা, $\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x-y+z}=x(x+y)$
বা, $\frac{x^2-xy+y^2}{x-y+z}=x$ [উভয়পক্ষে $(x+y)$ দ্বারা ভাগ করে]
বা, $x^2-xy+y^2=x^2-xy+xz$
বা, $x^2-xy+y^2-x^2+xy=xz$
$\therefore y^2=xz$ $\therefore$ x, y ও z ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

KRITITO KRITITO KRITITO

৯. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}$
বা, $(a^2+b^2)(b^2-c^2) = (a^2-b^2)(b^2+c^2)$
বা, $a^2b^2 - a^2c^2 + b^4 - b^2c^2 = a^2b^2 + a^2c^2 - b^4 - b^2c^2$
বা, $a^2b^2 - a^2c^2 + b^4 - b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2 + b^4 + b^2c^2 = 0$
বা, $2b^4 - 2a^2c^2 = 0$
বা, $2(b^4 - a^2c^2) = 0$
বা, $b^4 - a^2c^2 = 0$
বা, $b^4 = a^2c^2$
বা, $(b^2)^2 = (ac)^2$
$\therefore b^2 = ac \therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

---

১০. কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?

উত্তর: ধরি, বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = x
$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল = x^2
10% হ্রাসে বাহুর দৈর্ঘ্য = $x - x$ এর $10\% = x - x \times \frac{10}{100} = x - \frac{x}{10} = \frac{9x}{10}$
এক্ষেত্রে, ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{9x}{10}\right)^2 = \frac{81x^2}{100}$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $x^2 - \frac{81x^2}{100} = \frac{100x^2-81x^2}{100} = \frac{19x^2}{100}$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\frac{\frac{19x^2}{100}}{x^2} \times 100\% = \frac{19x^2}{100x^2} \times 100\% = 19\%$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল 19% হ্রাস পাবে।

---

১১. ধান ও গম থেকে উৎপন্য চালের অনুপাত $3 : 2$ এবং গম ও গম থেকে উৎপন্য সুজির অনুপাত $4 : 3$ হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্য চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

উত্তর: মেনে করি, উৎপন্য চালের পরিমান x...

---

১২. ধারাবাহিক অনুপাত কী?

উত্তর: ক : খ এবং খ : গ আকারের অনুপাত দুইটিকে সাধারণত ক : খ: গ আকারে লেখা হয়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলে। যেকোনো দুই বা ততোধিক অনুপাতকে এই আকারে প্রকাশ করা যায়। দুইটি অনুপাতকে ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হয়।

---

১৩. একটি জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত $9 : 11$। ঐ জমিতে আগে 180 কুইন্টাল গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত $4 : 3$ হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

KRITITO

১৪. ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত $3:2$ এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত $4:3$ হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

উত্তর: মনে করি, উৎপন্ন চালের পরিমান x এবং উৎপন্ন সুজির পরিমাণ y

ধান ও চালের ক্ষেত্রে,
প্রথমতে, $1:x=3:2$
বা, $\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$
বা, $3x=2$
বা, $x=\frac{2}{3}$

গম ও সুজির ক্ষেত্রে,
প্রথমতে, $1:y=4:3$
বা, $\frac{1}{y}=\frac{4}{3}$
বা, $4y=3$
$\therefore y=\frac{3}{4}$

চাল ও সুজির অনুপাত $=x:y=\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$
$=\frac{2\times12}{3}:\frac{3\times12}{4}$ [12 দ্বারা গুণ করে]
$=8:9$
$\therefore$ চাল ও সুজির অনুপাত $8:9$

১৫. প্রশ্ন-২। (i) $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$ (ii) $b^2p-2b+p=0$ (ক) l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{l}{n}=\frac{l^2+m^2}{m^2+n^2}$। (খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{a^3+b^3+c^3}{x^3+y^3+z^3}=\frac{abc}{xyz}$ (গ) প্রমাণ কর যে $b=\frac{\sqrt{1+p}+\sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p}-\sqrt{1-p}}$

[বরিশাল বোর্ড ২০২৪]

উত্তর: ২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে, l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক

$\therefore \frac{l}{m}=\frac{m}{n}$

বা, $m^2=ln$

ডানপক্ষ $=\frac{l^2+m^2}{m^2+n^2}=\frac{l^2+ln}{ln+n^2}$

$=\frac{l(l+n)}{n(l+n)}=\frac{l}{n}=$ বামপক্ষ

$\therefore \frac{l}{n}=\frac{l^2+m^2}{m^2+n^2}$ (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে, $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$

ধরি, $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=k$

$\therefore \frac{a}{x}=k$

বা, $a=xk$

$\frac{b}{y}=k$

বা, $b=yk$

$\frac{c}{z}=k$

বা, $c=zk$

বামপক্ষ $=\frac{a^3+b^3+c^3}{x^3+y^3+z^3}=\frac{(xk)^3+(yk)^3+(zk)^3}{x^3+y^3+z^3}$

$=\frac{x^3k^3+y^3k^3+z^3k^3}{x^3+y^3+z^3}=\frac{k^3(x^3+y^3+z^3)}{x^3+y^3+z^3}=k^3$

ডানপক্ষ $=\frac{abc}{xyz}=\frac{xk\cdot yk\cdot zk}{xyz}=\frac{xyz\cdot k^3}{xyz}=k^3$

$\therefore \dfrac{a^3+b^3+c^3}{x^3+y^3+z^3}=\dfrac{abc}{xyz}$ (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে, $b^2p-2b+p=0$

বা, $b^2p+p=2b$

বা, $p(b^2+1)=2b$

বা, $b^2+1=\dfrac{2b}{p}$

বা, $\dfrac{b^2+1}{2b}=\dfrac{1}{p}$

বা, $\dfrac{b^2+1+2b}{b^2+1-2b}=\dfrac{1+p}{1-p}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{(b+1)^2}{(b-1)^2}=\dfrac{1+p}{1-p}$

বা, $\dfrac{b+1}{b-1}=\dfrac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{1-p}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\dfrac{b+1+b-1}{b+1-b+1}=\dfrac{\sqrt{1+p}+\sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p}-\sqrt{1-p}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2b}{2}=\dfrac{\sqrt{1+p}+\sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p}-\sqrt{1-p}}$

$\therefore b=\dfrac{\sqrt{1+p}+\sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p}-\sqrt{1-p}}$ (প্রমাণিত)।

KRITITO

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৭ টি প্রশ্ন

১ p, q, r **ক্রমিক সমানুপাতী এবং** $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ [যশোর বোর্ড ২০২৪]

(ক) $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $\log_x 400 = 4$
বা, $x^4 = 400$ [$\because \log_a b = c$ হলে $b = a^c$]
বা, $x^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 5^2 = 2^4 \times (\sqrt{5})^4$
বা, $x^4 = (2\sqrt{5})^4$
$\therefore x = 2\sqrt{5}$
নির্ণেয় মান, $x = 2\sqrt{5}$

(খ) প্রমাণ কর যে, যেখানে, $p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$

উত্তর: p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী
$\therefore \frac{p}{q} = \frac{q}{r}$
বা, $q^2 = pr$
বামপক্ষ $= p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right)$
$= p^8(q^2)^4 \cdot r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right)$
$= p^8(pr)^4r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right)$ [$\because q^2 = pr$]
$= p^8p^4r^4r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right)$
$= p^{12}r^{12}\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right)$
$= \frac{p^{12}r^{12}}{p^{12}} + \frac{p^{12}r^{12}}{q^{12}} + \frac{p^{12}r^{12}}{r^{12}}$
$= r^{12} + \frac{(pr)^{12}}{q^{12}} + p^{12}$
$= p^{12} + \frac{(q^2)^{12}}{q^{12}} + r^{12}$
$= p^{12} + \frac{q^{24}}{q^{12}} + r^{12}$
$= p^{12} + q^{12} + r^{12}$ = ডানপক্ষ
$\therefore p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$ (প্রমাণিত)

(গ) দেখাও যে, $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$; যেখানে $m \neq n$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$
বা, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{14}{y}$
বা, $\frac{n+m}{mn} = \frac{14}{y}$
বা, $y(m+n) = 14mn$
বা, $y = \frac{14mn}{m+n} = \frac{7m \cdot 2n}{m+n}$
বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m+n}$
বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} = \frac{3n+m}{n-m}$ ...... (1)
আবার, $y = \frac{14mn}{m+n}$
বা, $y = \frac{7n \cdot 2m}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7n} = \frac{2m}{m+n}$

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3m+n}{m-n}$ ...... (2)

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n}$

$= \frac{3n+m}{n-m} - \frac{3m+n}{n-m}$

$= \frac{3n+m-3m-n}{n-m}$

$= \frac{2n-2m}{n-m}$

$= \frac{2(n-m)}{n-m}$

$= 2 \ [\because n - m \neq 0]$

$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$ (দেখানো হলো)

২ p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ [সিলেট বোর্ড ২০২৪]

(ক) দুইটি বেগের বাহর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কণের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, দুইটি বেগের বাহর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক

তাহলে, বর্গ দুইটির কণের দৈর্ঘ্য $m\sqrt{2}$ একক এবং $n\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত $= m\sqrt{2} : n\sqrt{2} = m : n$

নির্ণেয় অনুপাত $= m : n$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$

উত্তর: দেওয়া আছে, p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক

$\therefore \frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s}$

ধরি, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$

$\therefore \frac{p}{q} = k \implies p = qk$

বা, $p = sk^2 \cdot k \implies p = sk^3$

$\frac{q}{r} = k \implies q = rk$

বা, $q = sk \cdot k \implies q = sk^2$

$\frac{r}{s} = k \implies r = sk$

বামপক্ষ $= (p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2)$

$= \{(sk^3)^2 - (sk^2)^2 + (sk)^2\}\{(sk^2)^2 - (sk)^2 + s^2\}$

$= (s^2k^6 - s^2k^4 + s^2k^2)(s^2k^4 - s^2k^2 + s^2)$

$= s^2k^2(k^4 - k^2 + 1) \times s^2(k^4 - k^2 + 1)$

$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ $= (pq - qr + rs)^2$

$= (sk^3 \cdot sk^2 - sk^2 \cdot sk + sk \cdot s)^2$

$= (s^2k^5 - s^2k^3 + s^2k)^2$

$= \{s^2k(k^4 - k^2 + 1)\}^2$

$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2 =$ বামপক্ষ

$\therefore (p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$ (প্রমাণিত)

(গ) প্রমাণ কর যে, $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2,\ a \neq b.$

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{2}{x} = \frac{a+b}{ab}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{ab}{a+b}$ [ব্যস্তানুপাত করে]

বা, $x = \frac{2ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+a}{x-a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+a}{x-a} = \frac{a+3b}{b-a}$ ....(i)

আবার, $x = \frac{2ab}{a+b} \implies \frac{x}{b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+b}{x-b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+b}{x-b} = \frac{3a+b}{a-b}$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

$= \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$

$= \frac{2b-2a}{b-a}$

$= \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$

$\therefore \frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$ (প্রমাণিত)

KRITITO

৩ **একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 40 মিটার ও প্রস্থ 30 মিটার। ইহার পরিসীমা একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।**

[রাজশাহী বোর্ড ২০২৩]

(ক) $\frac{x^3+y^3}{x-y+z} = x(x+y)$ হলে, দেখাও যে, x, y ও z ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{x^3+y^3}{x-y+z} = x(x+y)$

বা, $\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x-y+z} = x(x+y)$

বা, $\frac{x^2-xy+y^2}{x-y+z} = x$ [উভয়পক্ষকে $x+y$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2-xy+y^2 = x^2-xy+xz$

বা, $x^2-xy+y^2-x^2+xy = xz$

$\therefore y^2 = xz$

$\therefore x, y$ ও z ক্রমিক সমানুপাতী। [দেখানো হলো]

(খ) আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 40 মিটার ও প্রস্থ 30 মিটার।

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য
$= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$ একক
$= \sqrt{(40)^2 + (30)^2}$ মিটার
$= \sqrt{1600 + 900}$ মিটার
$= \sqrt{2500}$ মিটার
$= 50$ মিটার

আবার, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$ একক
$= 2(40+30)$ মিটার
$= (2 \times 70)$ মিটার
$= 140$ মিটার

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $=$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা
$= 140$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $= (140 \div 4)$ মিটার $= 35$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য
$= \sqrt{2} \times$ বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য
$= \sqrt{2} \times 35$ মিটার

$= 35\sqrt{2}$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত
$= 50 : 35\sqrt{2} = 10 : 7\sqrt{2}$

নির্ণেয় আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত $= 10 : 7\sqrt{2}$।

(গ) আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস ও প্রস্থ 10% বৃদ্ধি পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 40$ মিটার
এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ 30 মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (40 \times 30)$ বর্গমিটার
$= 1200$ বর্গমিটার

10% হ্রাসে আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য
$= (40 - 40$ এর $10\%)$ মিটার
$= \left(40 - 40 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার
$= (40 - 4)$ মিটার $= 36$ মিটার

আবার, 10% বৃদ্ধিতে আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ
$= (30 + 30$ এর $10\%)$ মিটার
$= \left(30 + 30 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার
$= (30 + 3)$ মিটার $= 33$ মিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস এবং প্রস্থ 10% বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত
ক্ষেত্রফল $= (36 \times 33)$ বর্গমিটার
$= 1188$ বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস $= (1200 - 1188)$ বর্গমিটার
$= 12$ বর্গমিটার

ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় $= \left(\frac{12}{1200} \times 100\right)\%$
$= 1\%$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 1% হ্রাস পাবে।

8 (i) $8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$; (ii) $x = \frac{6ab}{a+b}$ [সরকারি প্রমথনাথ বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

(ক) (i) নং হতে x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{a+b}{ab}$

বা, $x(a+b) = 8ab$

$\therefore x = \frac{8ab}{a+b}$

নির্ণেয় মান, $x = \frac{8ab}{a+b}$

(খ) (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b} = \frac{3a \cdot 2b}{a+b}$

বা, $\frac{x}{3a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+3a}{x-3a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+3a}{x-3a} = \frac{3b+a}{b-a}$ ......(1)

আবার, $x = \frac{6ab}{a+b}$

বা, $x = \frac{2a \cdot 3b}{a+b}$

বা, $\frac{x}{3b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+3b}{x-3b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3a+b}{a-b}$ ......(2)

এখন, (1)নং সমীকরণ ও (2)নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

$= \frac{3b+a-3a-b}{b-a}$

$= \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$

$\therefore \frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$. (প্রমাণিত)

(গ) (ii) নং এ যদি $a = 4$ এবং $b = 2$ হয়, তবে x এর মান বের কর। যদি কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য $x\%$ বৃদ্ধি পায় তবে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b}$

$a = 4$ এবং $b = 2$ হলে, $x = \frac{6 \times 4 \times 2}{4 + 2} = \frac{6 \times 4 \times 2}{6} = 8$

নির্ণেয় x এর মান ৪.

মনে করি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক

$x\%$ বৃদ্ধিতে অর্থাৎ 8% বৃদ্ধিতে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য

$= (a + a$ এর $8\%)$ একক

$= \left(a + \frac{8a}{100}\right)$ একক

$= \left(\frac{100a + 8a}{100}\right)$ একক

$= \frac{108a}{100}$ একক

$= 1.08a$ একক

$x\%$ বৃদ্ধির পরে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= (1.08a)^2$ বর্গ একক

$= 1.1664a^2$ বর্গ একক

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $= (1.1664a^2 - a^2) = 0.1664a^2$ বর্গ একক

ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় $= \frac{0.1664a^2}{a^2} \times 100\%$

$= 16.64\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় 16.64%

KRITITO

৫ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $5 : 12 : 13$ এবং পরিসীমা 30 সে.মি.।

(ক) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণভেদে ত্রিভুজটি কী ধরনের তা লিখ?

উত্তর: দেওয়া আছে, বাহুগুলোর অনুপাত $5 : 12 : 13$ এবং পরিসীমা 30 সে.মি.।
ধরি, বাহুগুলো $5x$, $12x$ ও $13x$
প্রশ্নমতে, $5x + 12x + 13x = 30$
বা, $30x = 30$
বা, $x = \frac{30}{30} = 1$
অতএব, বাহুগুলো হলো 5, 12 ও 13।
চিত্র হতে পাই, $(AB)^2 + (BC)^2 = (12)^2 + (5)^2$
$= 144 + 25$
$= 169$
$= (13)^2$
$= (AC)^2$
পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী প্রদত্ত ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।
অর্থাৎ কোণ ভেদে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

(খ) বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: বৃহত্তর বাহ বা দৈর্ঘ্য $= 13$ সে.মি. [(ক) হতে প্রাপ্ত]
ক্ষুদ্রতর বাহ বা প্রস্থ $= 5$ সে.মি. [(ক) হতে প্রাপ্ত]
চিত্রে, $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার, $\angle B = 90^\circ$
$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$
বা, $AC^2 = (5)^2 + (13)^2 = 25 + 169 = 194$
বা, $AC = \sqrt{194} = 13.928$ সে.মি.
অতএব, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ, $AC = 13.928$ সে.মি.
দেওয়া আছে, কর্ণ, $AC =$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য।
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (AC)^2 = (13.928)^2$
$= 194$ বর্গ সে.মি.

(গ) উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত ভাগ বৃদ্ধি পাবে?

উত্তর: আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 13$ সে.মি.
আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 5$ সে.মি.
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (13 \times 5)$ বর্গ সে.মি.
$= 65$ বর্গ সে.মি.
10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য
$= (13 + 13$ এর $10\%)$ সে.মি.
$= \left(13 + 13 \times \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.
$= 14.3$ সে.মি.
20% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $(5 + 5$ এর $20\%)$ সে.মি.
$= \left(5 + 5 \times \frac{20}{100}\right) = 6$ সে.মি.
দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বৃদ্ধি করার পর নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (14.3 \times 6)$ বর্গ সে.মি.
$= 85.8$ বর্গ সে.মি.

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= (85.8 - 65)$ বর্গ সে.মি.
$= 20.8$ বর্গ সে.মি.
ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় $= \frac{20.8}{65} \times 100 = 32$
সুতরাং ক্ষেত্রফল 32% বৃদ্ধি পাবে।

৬ একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত $1:4$

(ক) অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদেরকে মোট শিক্ষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর।

উত্তর: ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত $= 1:4$
ধরি, অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা x ও $4x$
$\therefore$ মোট শিক্ষার্থী $= (x + 4x) = 5x$
অতএব, অনুপস্থিত শিক্ষার্থী মোট শিক্ষার্থীর শতকরা $\left(\frac{x}{5x} \times 100\right)\% = 20\%$
মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা 20%।

(খ) 5 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হতো $1:9$। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

উত্তর: 5 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে, অনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা $= x - 5$
উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা $= 4x + 5$
$\therefore (x-5):(4x+5) = 1:9$
বা, $\frac{x-5}{4x+5} = \frac{1}{9}$
বা, $9x - 45 = 4x + 5$
বা, $9x - 4x = 5 + 45$
বা, $5x = 50$
বা, $x = \frac{50}{5} = 10$
অতএব, মোট শিক্ষার্থী $= 5 \times 10 = 50$ জন।
নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা 50 জন।

(গ) মোট শিক্ষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা, ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, ছাত্রীসংখ্যা $= S$
$\therefore$ ছাত্রসংখ্যা $= 2S - 10$
অতএব, $2S - 10 + S = 50$ [খ হতে প্রাপ্ত]
বা, $3S = 50 + 10$
বা, $3S = 60$
বা, $S = \frac{60}{3} = 20$
$\therefore$ ছাত্রীসংখ্যা, $S = 20$ জন
ছাত্রসংখ্যা $= 2 \times 20 - 10 = 30$ জন
অতএব, ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত $= 30:20 = 3:2$
নির্ণেয় অনুপাত $3:2$।

৭ আশিক, মিজান, অনিকা ও অহনা মোট 132500 টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে এবং এক বছর শেষে 26500 টাকা লাভ হয়। উক্ত ব্যবসায় মূলধনে আশিকের অংশ : মিজানের অংশ $= 2 : 3$, মিজানের অংশ : অনিকার অংশ $= 4 : 5$ এবং অনিকার অংশ : অহনার অংশ $= 5 : 6$

(ক) মূলধনের সরল অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: আশিকের অংশ : মিজানের অংশ $= 2 : 3$
$= 2 \times 4 : 3 \times 4 = 8 : 12$
মিজানের অংশ : অনিকার অংশ $= 4 : 5$
$= 4 \times 3 : 5 \times 3 = 12 : 15$
অনিকার অংশ : অহনার অংশ $= 5 : 6$
$= 5 \times 3 : 6 \times 3 = 15 : 18$
$\therefore$ আশিকের অংশ : মিজানের অংশ : অনিকার অংশ : অহনার অংশ $= 8 : 12 : 15 : 18$
$\therefore$ মূলধনের সরল অনুপাত $= 8 : 12 : 15 : 18$

(খ) উক্ত ব্যবসায় প্রত্যেকের মূলধন নির্ণয় কর।

উত্তর: 'ক' হতে প্রাপ্ত, মূলধনের অনুপাত $= 8 : 12 : 15 : 18$
অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল $= 8 + 12 + 15 + 18 = 53$
$\therefore$ আশিকের মূলধন $= \left(132500 \text{ এর } \frac{8}{53}\right)$ টাকা $= 20000$ টাকা
মিজানের মূলধন $= \left(132500 \text{ এর } \frac{12}{53}\right)$ টাকা $= 30000$ টাকা
অনিকার মূলধন $= \left(132500 \text{ এর } \frac{15}{53}\right)$ টাকা $= 37500$ টাকা
অহনার মূলধন $= \left(132500 \text{ এর } \frac{18}{53}\right)$ টাকা $= 45000$ টাকা
সুতরাং আশিকের মূলধন 20000 টাকা, মিজানের মূলধন 30000 টাকা, অনিকার মূলধন 37500 টাকা এবং অহনার মূলধন 45000 টাকা।

(গ) বছর শেষে লভ্যাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হলো। অবশিষ্ট লভ্যাংশ মূলধনের সরল অনুপাতে বিভক্ত হলে অহনা ও আশিকের লভ্যাংশের মধ্যে কে কত টাকা বেশি লাভ পাবে?

উত্তর: উক্ত ব্যবসায়, এক বছর শেষে লাভ হয় 26500 টাকা।
লভ্যাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হয় এবং অবশিষ্ট লভ্যাংশ $(100 - 60)\%$ অর্থাৎ 40% মূলধন সরল অনুপাতে বিভক্ত হয়।
এখন, 26500 এর $40\% = 26500$ এর $\frac{40}{100} = 10600$ টাকা প্রত্যেকের মধ্যে বিভক্ত হবে।
$\therefore$ অহনা পাবে $= \left(10600 \text{ এর } \frac{18}{53}\right)$ টাকা $= 3600$ টাকা
এবং আশিক পাবে $= \left(10600 \text{ এর } \frac{8}{53}\right)$ টাকা $= 1600$ টাকা
$\therefore$ অহনা লাভ বেশি পাবে $= (3600 - 1600)$ টাকা $= 2000$ টাকা
$\therefore$ অহনা লাভ 2000 টাকা বেশি পাবে।

প্রশ্নব্যাংক • SSC 2027 ব্যাচ

গণিত — অধ্যায় ১১

অনুপাত ও সমানুপাত (Ratio & Proportion)

বহুনির্বাচনি (MCQ) + সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন (SQ) + সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ) — সম্পূর্ণ সংকলন

BATCH
SSC 27

SUBJECT
গণিত (Mathematics)

CHAPTER
১১ — অনুপাত ও সমানুপাত

QUESTION TYPES
MCQ · SQ · CQ

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

36 টি প্রশ্ন

1. একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য = ৫ : ৬ হলে শতকরা লাভ কত?
ক. ২০% খ. ২৫%
গ. ৩০% ঘ. ৪০%

2. একটি দ্রব্য ২৫/২ % ক্ষতিতে বিক্রয় করলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?
ক. ৭ : ৮ খ. ৮ : ৯
গ. ৯ : ৮ ঘ. ৮ : ৭

3. একটি দ্রব্য ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলে, ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কোনটি?
ক. ৪ : ৫ খ. ৫ : ৪
গ. ৫ : ৬ ঘ. ৬ : ৫

4. (৩m+n)/(n−m) = ৯ হলে m : n = ?
ক. ২ : ৩ খ. ৩ : ২
গ. ৫ : ১ ঘ. ১ : ৫

5. ২৫% লাভে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?
ক. ১ : ৪ খ. ৪ : ৩
গ. ৫ : ৪ ঘ. ৪ : ৫

6. রহিম ও করিমের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৫ : ৩। রহিমের বয়স ২৫ বছর হলে করিমের বয়স কত?
ক. ১০ বছর খ. ১৫ বছর
গ. ২০ বছর ঘ. ৩০ বছর

7. একটি দ্রব্য ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো, বিক্রয়মূল্য এবং ক্রয়মূল্যের অনুপাত কোনটি?
ক. ১১ : ১০ খ. ১০ : ১১
গ. ১০ : ৯ ঘ. ৯ : ১০

8. আখের রসে চিনি ও পানির অনুপাত ৩ : ৭ হলে, এতে কী পরিমাণ চিনি আছে?
ক. ৭০% খ. ৪২.৮৬%
গ. ৪০% ঘ. ৩০%

9. যদি a : b = ৩ : ৪, b : c = ৬ : ৭ হয় তবে a : b : c = কত?
ক. ৭ : ১২ : ১৪ খ. ৩ : ৬ : ৭
গ. ৪ : ৬ : ৭ ঘ. ৯ : ১২ : ১৪

10. বৃত্তের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে?
ক. ২ গুণ খ. ৪ গুণ
গ. ৮ গুণ ঘ. π গুণ

11. যদি A : B = ২ : ৩ এবং B : C = ৪ : ৫ তবে A : C কত?
ক. ২ : ৫ খ. ৫ : ৮
গ. ৮ : ১৫ ঘ. ১৫ : ২৬

12. x : y = ২ : ৩ এবং ২ : x = ১ : ২ হলে, y = কত?
ক. ১/৩ খ. ৩/২
গ. ৬ ঘ. ৮

13. p : q = ৩ : ৪ এবং q : r = ৫ : ৭ হলে, p : q : r এর মান কত?
ক. ৩ : ৪ : ৭ খ. ৩ : ৫ : ৭
গ. ১২ : ২০ : ২৮ ঘ. ১৫ : ২০ : ২৮

14. নিচের কোনটি সমানুপাতিক রাশি?
ক. ১ : ২ = ৩ : ৪ খ. ২ : ৫ = ৬ : ১৫
গ. ৪ : ৬ = ৬ : ৪ ঘ. ৩ : ৫ = ৯ : ২৫

15. a : b = ৪ : ৫, b : c = ২ : ৩ হলে a : b : c = ?
ক. ২০ : ২৫ : ১৫ খ. ৪ : ১০ : ৩
গ. ৮ : ১০ : ৬ ঘ. ৮ : ১০ : ১৫

16. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৬ এবং তাদের ল.সা.গু ১৫০ হলে, গ.সা.গু কত?
ক. ৫ খ. ৬
গ. ১০ ঘ. ৩০

17. ৫, ১০, ৮ এর চতুর্থ সমানুপাতী কোনটি?
ক. ১০ খ. ১২
গ. ১৪ ঘ. ১৬

18. a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতিক হলে—
i. $c^2 = bd$
ii. a : b :: c : d
iii. ad = bc
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

19. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতি হলে—
i. $b^2 = ac$
ii. 2b = a + c
iii. (a+b)/b = (b+c)/c
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

20. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৫ এবং এদের ল.সা.গু ১২০ হলে, বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?
ক. ২০ খ. ২৪
গ. ৩০ ঘ. ১২০

21. p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী হলে—
i. p/q = q/r
ii. $q^2 = pr$
iii. pq = qr
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

22. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ২ এবং এদের ল.সা.গু ৪২ হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?
ক. ৬ খ. ৭
গ. ১৪ ঘ. ২১

23. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৭ : ৫ এবং এদের গ.সা.গু ৪ হলে সংখ্যা দুইটির অন্তরফল কত?
ক. ৪ খ. ৮
গ. ১০ ঘ. ১৪

24. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য তিনগুণ করলে এর ক্ষেত্রফল কত গুণ বৃদ্ধি পাবে?
ক. ৩ গুণ খ. ৬ গুণ
গ. ৮ গুণ ঘ. ৯ গুণ

25. বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির অনুপাত কোনটি?
ক. ১ : π খ. ২ : π
গ. π : ১ ঘ. π : ২

26. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য তিনগুণ করা হলে উহার ক্ষেত্রফল পূর্বের ক্ষেত্রফলের কতগুণ হবে?
ক. ৩ গুণ খ. ৪ গুণ
গ. ৬ গুণ ঘ. ৯ গুণ

27. বর্গক্ষেত্র ও তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?
ক. ২ : ১ খ. ১ : ২

28. a : b = ৩ : ৪; b : c = ৬ : ৭ হলে a : b : c = ?
ক. ৭ : ১২ : ১৪ খ. ৩ : ৬ : ৭

গ. ১ : ৪ ঘ. ৪ : ১

গ. ৪ : ৬ : ৭ ঘ. ৯ : ১২ : ১৪

29. একটি বৃত্ত এবং বৃত্তস্থ বর্গের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কোনটি?

ক. ৪ : π খ. π : ২
গ. ২ : r ঘ. r : ২

30. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে ৪০ বছর এবং ১০ বছর। ৫ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

ক. ৪ : ১ খ. ৩ : ১
গ. ১ : ৪ ঘ. ১ : ৩

31. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার। এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বাড়লে—
i. প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য হবে ৪৪ মিটার
ii. এর ক্ষেত্রফল বাড়বে ২১%
iii. এর কর্ণের দৈর্ঘ্য বাড়বে ১০√২ মিটার
নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

32. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং তাদের গ.সা.গু ৪। সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

ক. ২৫ খ. ২৮
গ. ৪৯ ঘ. ৪০০

33. ১/৩ : ৩/৫ : ১/৬ অনুপাতগুলোর সরল অনুপাত কত?

ক. ১ : ৮ : ৫ খ. ৬ : ১৮ : ৫
গ. ১০ : ১৮ : ৫ ঘ. ৩ : ৫ : ৬

34. কোনো মিশ্রণে পানি ও সিরাপের অনুপাত ২ : ৩ হলে, এতে শতকরা কত ভাগ পানি আছে?

ক. ২০ খ. ৩০
গ. ৪০ ঘ. ৫০

35. ২৬১ টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে ১/৩ : ১/৫ : ১/৯ অনুপাতে ভাগ করে দিলে ১ম ভাই কতটি আম পাবে?

ক. ৪৫ খ. ৮১
গ. ৯০ ঘ. ১৩৫

36. (৩m+n)/(n−m) = ৯ হলে m : n কত হবে?

ক. ৩ : ২ খ. ২ : ৩
গ. ৫ : ১ ঘ. ১ : ৫

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর লিখ

২৭ × ২ = ৫৪

১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৩ এবং এদের লসাগু ১৩৫ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

২. a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতি হলে, দেখাও যে, $b^2/c^2 = ((a+b)/(b+c))^2$

৩. সুমি ও করিমের বয়স যথাক্রমে ২৮ বছর ও ২০ বছর। কত বছর পর উভয়ের বয়সের অনুপাত ৯ : ৭ হবে?

৪. a : b = c : d হলে, দেখাও যে, $d^2(a^2 + c^2) = a^2(b^2 + d^2)$

৫. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ১২ : ৫। সংখ্যা দুইটির লসাগু ১২০ হলে, গসাগু কত?

৬. সমাধান কর: $(1 - \sqrt{x})/(1 + \sqrt{x}) = -1/2$

৭. একটি বর্গক্ষেত্র ও বৃত্তের পরিসীমা সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

৮. $x = 9ab/(a-b)$ হলে, $(x+3a)/(x-3a)$ এর মান নির্ণয় কর।

৯. একটি দ্রব্য ক্রয় করে ২৪% লাভে বিক্রয় করলে, ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

১০. মাতা ও কন্যার বয়সের সমষ্টি ৫২ বছর। ৪ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ৭ : ২। মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়স কত?

১১. রাকিবের মাসিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ৭ : ৫। তার মাসিক সঞ্চয় ১৪০০ টাকা হলে, আয় ও ব্যয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর।

১২. কোনো শ্রেণিকক্ষে একদিনে উপস্থিতি ও অনুপস্থিতির অনুপাত ৫ : ৩ হলে, উক্ত দিনে উপস্থিতির শতকরা হার কত?

১৩. $a/c = (a^2+b^2)/(b^2+c^2)$ হলে, দেখাও যে, a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতিক। যেখানে, $a \neq b \neq c \neq 0$

১৪. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ বাদে অপর দুই কোণের অনুপাত ৭ : ১১ হলে, কোণদ্বয়ের মান কত?

১৫. জ্বালানি তেলের মূল্য ৪০% বৃদ্ধি পাওয়ায় বাসের ভাড়াও একই হারে বৃদ্ধি পায়। নতুন ও পুরনো ভাড়ার অনুপাত কত?

১৬. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৬। উভয়ের সাথে ৪ যোগ করলে অনুপাতটি ৬ : ৭ হয়, সংখ্যা দুইটি কত?

১৭. বাংলাদেশ ক্রিকেট দলের একটি ম্যাচে তামিম ও মুশফিক ১৪৪ রানের জুটি করে। তামিম ও মুশফিকের রানের অনুপাত ৯ : ৭ হলে, কে কত রান বেশি করেছে?

১৮. একটি দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত ৩১ : ২৫ হলে, শতকরা লাভ কত টাকা?

১৯. একটি ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত ৭ : ৯। ছাত্র সংখ্যা ৬ জন বৃদ্ধি পেলে ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত হয় ১৭ : ১৮। পূর্বের মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

২০. একটি সংখ্যার ৭৫% অপর একটি সংখ্যার ৬০% এর সমান হয়, তবে সংখ্যাদ্বয়ের অনুপাত কত?

২১. দুইটি বৃত্তের পরিধির অনুপাত ৫ : ৮ হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

২২. ক : খ = ৫ : ৭ এবং খ : গ = ৩ : ৫ হলে ক : খ : গ কত?

২৩. দুইটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে ৩ : ৪ এবং ২ : ৩। জমি দুইটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

৮ × ১০ = ৮০

১. p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $2/x = 1/a + 1/b$।

ক. দুইটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(x+a)/(x-a) + (x+b)/(x-b) = 2$, $a \neq b$। ৪

২. $b = 2, c = 3, d = 5, p = \sqrt{1+a}$ এবং $q = \sqrt{1-a}$।

ক. log 0.0000569 এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২

খ. $(\log\sqrt{b^3c^3} - \log(\sqrt{b})^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3}) \div (3/4)\log(1.44)$ এর সরলফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $m^2 - 2m/a + 1 = 0$ হলে দেখাও যে, $m = (p+q)/(p-q)$। ৪

৩. p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $14/y = 1/m + 1/n$।

ক. $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^8q^8r^8 (1/p^{12} + 1/q^{12} + 1/r^{12}) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$। ৪

গ. দেখাও যে, $(y+7m)/(y-7m) + (y+7n)/(y-7n) = 2$; যেখানে $m \neq n$। ৪

৪. (i) $a/x = b/y = c/z$, (ii) $b^2p - 2b + p = 0$।

ক. l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $l/n = (l^2+m^2)/(m^2+n^2)$। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(a^3+b^3+c^3)/(x^3+y^3+z^3) = abc/xyz$। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $b = (\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}) / (\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p})$। ৪

৫. (i) p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী; (ii) $m^2 - 2m/a + 1 = 0$।

ক. সরল কর: $(3x^{-1} + 2y^{-1})^{-1}$। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^4q^4r^4 (p^{-6} + q^{-6} + r^{-6}) = p^6 + q^6 + r^6$। ৪

গ. দেখাও যে, $(\sqrt{1+a} + \sqrt{1-a}) / (\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}) = m$। ৪

৬. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ এবং পরিসীমা ৩০ সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণ ভেদে ত্রিভুজটি কি ধরনের তা লিখ। ২

খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০% ও প্রস্থ ২০% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

৭. একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত ১ : ৪।

ক. অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদেরকে মোট শিক্ষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর। ২

খ. ৫ জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হতো ১ : ৯। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? ৪

গ. মোট শিক্ষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা ১০ জন কম। ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

৮. আশিক, মিজান, অনিকা ও অহনা মোট ১৩২৫০০ টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে এবং এক বছর শেষে ২৬৫০০ টাকা লাভ হয়। উক্ত ব্যবসায় মূলধনে আশিকের অংশ : মিজানের অংশ = ২ : ৩, মিজানের অংশ : অনিকার অংশ = ৪ : ৫ এবং অনিকার অংশ : অহনার অংশ = ৫ : ৬।

ক. মূলধনের সরল অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. উক্ত ব্যবসায় প্রত্যেকের মূলধন নির্ণয় কর। ৪

গ. বছর শেষে লভ্যাংশের ৬০% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হলে। অবশিষ্ট লভ্যাংশ মূলধনের সরল অনুপাতে বিভক্ত হলে অহনা ও আশিকের লভ্যাংশের মধ্যে কে কত টাকা বেশি লাভ পাবে? ৪

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ১৩: সসীম ধারা

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়
Mathematics

অধ্যায়
অধ্যায় ১৩: সসীম ধারা

প্রশ্নের ধরন
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন
৬২

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১৫ × ১ = ১৫

১. $5+11+17+\ldots\ldots\ldots\cdots+59$ **ধারাটির পদসংখ্যা কত?**

[১৬৮]

(ক) 8 (খ) 9

(গ) 10 ✓ (ঘ) 11

ব্যাখ্যা: ১ম পদ, $a=5$, সাধারণ অন্তর, $d=6$ এবং n তম পদ $=59$

$\therefore n$ - তম পদ $=a+(n-1)d$

বা, $59=5+(n-1)6$

বা, $59=5+6n-6$

বা, $6n=59+1$

$\therefore n=10$

২. $1+3+5+\ldots\ldots\cdots+n$ **সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?**

[১৬৯]

(ক) $\frac{n^2}{2}$ (খ) $\frac{n(n+1)}{2}$

(গ) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ (ঘ) n^2 ✓

ব্যাখ্যা: বিজোড় সংখ্যার প্রথম n পদের সমষ্টি $=n^2$

৩. $1+4+16+\ldots\ldots\ldots$ **ধারার কোন পদ** 1024**?**

[১৭০]

(ক) ৫ম (খ) ৬ষ্ঠ ✓

(গ) ১০ম (ঘ) ১১তম

ব্যাখ্যা: প্রথম পদ, $a=1$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{4}{1}=4$

$\therefore n$ তম পদ $=ar^{n-1}$

বা, $1024=1(4)^{n-1}$

বা, $4^{n-1}=1024$

বা, $4^{n-1}=4^5$

বা, $n-1=5$

$\therefore n=6$

৪. $1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots\cdots+n^3=$ **কত?**

[১৭১]

(ক) n^2 (খ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(গ) $\frac{n(n+1)}{2}$ (ঘ) $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ ✓

৫. $\frac{1}{\sqrt{7}}, -1, \sqrt{7}$ **অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত কোনটি?**

[১৭২]

(ক) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (খ) $-\frac{1}{\sqrt{7}}$

(গ) $\sqrt{7}$ (ঘ) $-\sqrt{7}$ ✓

ব্যাখ্যা: অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত $=-\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{7}}}=\frac{\sqrt{7}}{-1}=-\sqrt{7}$

৬. $6 + 12 + a + 48 + \ldots\ldots$ **একটি গুণোত্তর ধারা। a এর মান কত?**

[১৭৩]

(ক) 36 (খ) 30

(গ) 24 ✓ (ঘ) 18

ব্যাখ্যা: $6 + 12 + a + 48 + \ldots\ldots$ যেহেতু ধারাটি গুণোত্তর ধারা

$\therefore \frac{12}{6} = \frac{a}{12}$

বা, $6a = 144$

বা, $a = \frac{144}{6}$

$\therefore a = 24$

৭. $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\cdots + 25 =$ **কত?**

[১৭৪]

(ক) 35 (খ) 150

(গ) 325 ✓ (ঘ) 625

ব্যাখ্যা: ধারাটি $= 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\cdots + 25$

$= \frac{25(25+1)}{2} = 25 \times 13 = 325$

৮. $p + q + r + s + \ldots\ldots\ldots$ **গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, নিচের কোনটি সঠিক?**

[১৭৫]

(ক) $q - p = s - r$ (খ) $\frac{p}{q} = \frac{s}{r}$

(গ) $\frac{q}{p} = \frac{s}{r}$ ✓ (ঘ) $p - q = r -$

৯. $3 + 6 + 9 + \ldots\ldots\ldots$ **ধারাটির কতম পদ 99?**

(ক) 30 (খ) 33 ✓

(গ) 34 (ঘ) 35

ব্যাখ্যা: ১ম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 3$

n-তম পদ $= 99$

n-তম পদ $= a + (n-1)d$

বা, $99 = 3 + (n-1)3$

বা, $99 = 3n$

$\therefore n = 33$

১০. $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$ **গুণোত্তর ধারাটির প্রথম $(2n+1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?**

(ক) 0 (খ) 1 ✓

(গ) 2 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা: ধারাটির জোড়সংখ্যক পদের সমষ্টি $= 0$

এবং বিজোড় সংখ্যক পদের সমষ্টি $= 1$

১১. $\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} - \ldots$ **ধারাটির ৮তম পদ কত?**

(ক) $-27\sqrt{3}$ (খ) -27 ✓

(গ) 27 (ঘ) $27\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: এখানে, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$r = -\sqrt{3}$

$\therefore$ ৮ম পদ $= ar^7 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times (-\sqrt{3})^7$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times (-27\sqrt{3})$

$= -27$

KRITITO

১২. $3 + m + n + 81 + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

(ক) 3 ✓ (খ) 4
(গ) 9 (ঘ) 27

ব্যাখ্যা: $ar^3 = 81$
বা, $ar^3 = 81$ [মান বিসেয়]
বা, $r^3 = 27$
বা, $r^3 = 3^3$
$\therefore r = 3$

১৩. $3 + m + n + 81 + \ldots\ldots\ldots$ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি কত? $[n = 23]$

(ক) 138 (খ) 184
(গ) 253 (ঘ) 276 ✓

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি,
$S_n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{23(23+1)}{2}$ $[n = 23]$
$= \frac{552}{2} = 276$

১৪. $-16 - 8 - 0 + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

(ক) -8 (খ) 8 ✓
(গ) 2 (ঘ) $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: সাধারণ অন্তর, $= -8 - (-16) = -8 + 16 = 8$

১৫. প্রথম 100টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল কত?

(ক) 1000 (খ) 5000
(গ) 5050 ✓ (ঘ) 5100

ব্যাখ্যা: n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $= \frac{n(n+1)}{2}$
$\therefore$ ১ম 100টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল
$= \frac{100(100+1)}{2} = 50 \times 101 = 5050$

KRITITO

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

৩৬ টি প্রশ্ন

১. একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ কত?

উত্তর: মেনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ পঞ্চম পদ, $ar^{5-1} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ [$\because$ n তম পদ $= ar^{n-1}$]

বা, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ....(1)

এবং দশম পদ, $ar^{10-1} = \frac{8\sqrt{2}}{81}$

বা, $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ....(2)

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \div \frac{2\sqrt{3}}{9} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \cdot \sqrt{3}}$$

বা, $r^5 = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = \frac{ar^4}{r^2}$

$$= \frac{\frac{2\sqrt{3}}{9}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad [\because ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ এবং } r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}]$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

২. $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \ldots$ **ধারাটির কোন পদ** $8\sqrt{2}$**?**

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$

মেনে করি, ধারাটির n তম পদ $8\sqrt{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$(-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$(-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

$(-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^{8}$

$n - 1 = 8 \Rightarrow n = 8 + 1 = 9$

ধারাটির ৯ম পদ $8\sqrt{2}$

KRITITO KRITITO KRITITO KRITITO KRITITO KRITITO

৩. $5 + x + y + 135$ **গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় করো।**

উত্তর: $5 + x + y + 135$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{x}{5} = \frac{y}{x}$ ....(i)

$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 5\left(\frac{x}{5}\right)^3 = \frac{5 \cdot x^3}{5^3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{5x^3}{5^3} = 135$

বা, $x^3 = \frac{5^3 \times 135}{5} = 5^3 \cdot 3^3 = (3 \times 5)^3$

$\therefore x = 5 \times 3 = 15$

সমীকরণ (i) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{15}{5} = \frac{y}{15}$, বা, $y = \frac{15 \times 15}{5} = 45$

নির্ণেয় মান: $x = 15$ এবং $y = 45$

৪. $2 - 5 - 12 - 19 - \ldots$ **ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং ১২ তম পদ নির্ণয় করো।**

উত্তর: ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = -5 - 2 = -7$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$\therefore$ ধারাটির ১২ তম পদ $= a + (12 - 1)d$

$= -2 + (11)(-7) = 2 - 77 = -75$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অন্তর -7 এবং ১২ তম পদ -75

KRITITO KRITITO KRITITO

৫. $8+11+14+17+...$ **ধারাটির কোন পদ** 392?

উত্তর: প্রথম পদ, $a=8$ এবং সাধারণ অন্তর, $d=11-8=3$

মেনে করি, r তম পদ $=392$

কিন্তু ধারাটির r তম পদ $=a+(r-1)d$

প্রশ্নমতে, $a+(r-1)d=392$

বা, $8+(r-1)\cdot 3=392-8$

বা, $(r-1)\cdot 3=392-8$

---

৬. $4+7+10+13+...$ **ধারাটির কোন পদ 301?**

উত্তর: প্রদত্ত ধারা, $4+7+10+13+...$
এখানে, প্রথম পদ, $a=4$ এবং সাধারণ অন্তর, $d=7-4=3$
$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।
মনে করি, ধারাটির n তম পদ 301
আমরা জানি, n তম পদ $=a+(n-1)d$
$\therefore a+(n-1)d=301$
বা, $4+(n-1)3=301$
বা, $3n-3+4=301$
বা, $3n+1=301$
বা, $3n=301-1=300$
বা, $n=\frac{300}{3}=100$
অতএব, প্রদত্ত ধারার 100 তম পদ 301।

---

৭. কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m হলে, ধারাটির (m+n) তম পদ কত?

উত্তর: ধরি, ধারাটির প্রথম পদ $=a$ এবং সাধারণ অন্তর $=d$
প্রশ্নমতে, m তম পদ $a+(m-1)d=n$ ...(1)
এবং n তম পদ $a+(n-1)d=m$ ...(2)
(1) নং থেকে (2) নং বিয়োগ করে পাই,
$(m-1-n+1)d=n-m$
বা, $(m-n)d=-(m-n)$
বা, $d=-1$ ...(3)
$\therefore (m+n)$ তম পদ, $a+(m+n-1)d=a+(m-1)d+nd$
$=n+n\times(-1)$ [(1) ও (3) নং হতে]
$=n-n=0$
$\therefore (m+n)$ তম পদ 0।

৮. $1+3+5+7+...$ **ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?**

উত্তর: সমাধান: $1+3+5+7+...$
এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a=1$
সাধারণ অন্তর, $d=3-1=2$
পদ সংখ্যা $=n$
$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$=\frac{n}{2}\{2\times1+(n-1)2\}$
$=\frac{n}{2}(2+2n-2)=\frac{n}{2}\times2n=n^2$
$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি n^2

---

৯. $8+16+24+...$ **ধারাটির প্রথম 9 টি পদের সমষ্টি কত?**

উত্তর: সমাধান: প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a=8$, সাধারণ অন্তর, $d=16-8=8$
পদ সংখ্যা, $n=9$
$\therefore$ যোগফল, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$=\frac{9}{2}\{2.8+(9-1)8\}$
$=\frac{9}{2}(16+8\times8)$
$=\frac{9}{2}(16+64)=\frac{9}{2}\times80=360$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 9 টি পদের সমষ্টি 360।

---

১০. $5+11+17+23+...+59=$ **কত?**

উত্তর: সমাধান: $5+11+17+23+...+59$
এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a=5$
সাধারণ অন্তর, $d=11-5=6$
শেষ পদ, $l=59$
মনে করি, ধারাটির n তম পদ, $l=59$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $=a+(n-1)d$
$\therefore a+(n-1)d=59$
বা, $5+(n-1)6=59$
বা, $(n-1)6=59-5=54$
বা, $n-1=\frac{54}{6}=9$
বা, $n=9+1=10$
$\therefore$ যোগফল, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$=\frac{10}{2}\{2.5+(10-1)6\}$
$=5(10+9\times6)-5(10+54)$

KRITITO KRITITO KRITITO

১১. $29 + 25 + 21 + \ldots\ldots - 23$ = কত?

উত্তর: সমাধান: $29 + 25 + 21 + \ldots\ldots - 23$
এটি একটি সমান্তর ধারা যার,
প্রথম পদ, $a = 29$
সাধারণ অন্তর, $d = 25 - 29 = -4$
পদ সংখ্যা $= n$, শেষ পদ, $l = -23$
কিন্তু, $l = a + (n-1)d$
প্রশ্নমতে, $a + (n-1)d = -23$
বা, $29 + (n-1)(-4) = -23$
বা, $-4(n-1) = -23 - 29$
বা, $-4(n-1) = -52$
বা, $n - 1 = \frac{-52}{-4} = 13$
বা, $n = 13 + 1$
$\therefore n = 14$
$\therefore$ যোগফল, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{14}{2}\{2 \cdot 29 + (14-1)(-4)\}$ [$\because n = 14, a = 29$ এবং $d = -4$]
$= 7\{58 + 13 \times (-4)\}$
$= 7(58 - 52) = 7 \times 6 = 42$
নির্ণেয় সমষ্টি 42।

১২. কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23 টি পদের সমষ্টি কত?

উত্তর: সমাধান: মেনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ সমান্তর ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$
$\therefore$ ধারাটির 12 তম পদ $= a + (12-1)d = a + 11d$
প্রশ্নমতে, $a + 11d = 77$ .... (1)
আবার, কোনো সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,
$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,
$S_{23} = \frac{23}{2}\{2a + (23-1)d\}$
$= \frac{23}{2}(2a + 22d) = \frac{23 \times 2}{2}(a + 11d)$
$= 23 \times 77$ [(1) নং হতে]
$= 1771$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি 1771।

১৩. একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ -20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

উত্তর: সমাধান: মেনে করি, সমান্তর ধারাটির 1ম $= a$ পদ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore n$ তম পদ $= a + (n-1)d$
16 তম পদ $= a + (16-1)d = a + 15d$
প্রশ্নমতে, $a + 15d = -20$ .... (1)
সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,
$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$\therefore$ ধারাটির 31 পদের সমষ্টি,
$S_{31} = \frac{31}{2}\{2a + (31-1)d\}$
$= \frac{31}{2}(2a + 30d)$
$= \frac{31}{2} \cdot 2(a + 15d)$
$= 31 \times (-20)$ $[(1)$ নং হতে মান বসিয়ে$]$
$= -620$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 31 পদের সমষ্টি -620।

১৪. $9 + 7 + 5 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল -144 হলে, n এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে,
$9 + 7 + 5 + \ldots\ldots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল -144
প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,
$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = -144$
বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 9 + (n-1)(-2)\} = -144$
বা, $n(18 - 2n + 2) = -288$ বা, $n(20 - 2n) = -288$

১৫. $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: মেনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$
সাধারণ অন্তর, $d = 4 - 2 = 2$, পদসংখ্যা $= n$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি
$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{n}{2}\{2 \cdot 2 + (n-1)2\}$
$= n\{2 + n - 1\} = n(n+1) = n^2 + n$
শর্তমতে, $n^2 + n = 2550$
বা, $n^2 + n - 2550 = 0$
বা, $n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$
বা, $n(n+51) - 50(n+51) = 0$
বা, $(n+51)(n-50) = 0$
হয়, $n + 51 = 0$ অথবা, $n - 50 = 0$
$n = -51$ বা, $n = 50$
কিন্তু $n \neq -51$, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore n$ এর মান 50।

১৬. কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় করো।

উত্তর: দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি $S_n = n(n+1)$
$n=1$ হলে, ধারাটির প্রথম পদ $= 1(1+1) = 2 = S_1$
$n=2$ হলে, ধারাটির প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি $= 2(2+1) = 6 = S_2$
$\therefore$ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$
আবার, $n=3$ হলে, ধারাটির প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি $= 3(3+1) = 12 = S_3$
$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $= S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$
$\therefore$ ধারাটি $2+4+6+\ldots$

১৭. কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ ধারাটির 10 টি পদের সমষ্টি কত?

উত্তর: দেওয়া আছে, ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = n(n+1)$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি,
$S_{10} = 10(10+1) = 10 \times 11 = 110$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি 110।

১৮. একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: মেনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
এখন, 12 পদের সমষ্টি,
$S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$
বা, $144 = 6(2a + 11d)$
বা, $2a + 11d = \frac{144}{6}$
$\therefore 2a + 11d = 24$ ....(1)
আবার, 20 পদের সমষ্টি,
$S_{20} = \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$
বা, $560 = 10(2a + 19d)$
বা, $2a + 19d = \frac{560}{10}$

১৯. দেখাও যে, $1 + 3 + 5 + 7 + ... + 125 = 169 + 171 + 173 + ... + 209$।

উত্তর: বামপক্ষ = $1 + 3 + 5 + 7 + ... + 125$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a = 1$
সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$
শেষ পদ, $l = 125$
পদ সংখ্যা = n

কিন্তু, শেষ পদ, $l = a + (n-1)d$
প্রমোতে, $a + (n-1)d = 125$
বা, $1 + (n-1)2 = 125$
বা, $(n-1)2 = 125 - 1$
বা, $(n-1)2 = 124$
বা, $n - 1 = \frac{124}{2} = 62$
বা, $n = 62 + 1 = 63$

$\therefore$ ধারাটির যোগফল $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{63}{2}\{2 \cdot 1 + (63-1)2\}$
$= \frac{63}{2}\{2 + 62 \cdot 2\} = \frac{63}{2} \cdot 2(1 + 62)$
$= 63 \times 63 = 3969$

ডানপক্ষ = $169 + 171 + 173 + ... + 209$
এটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a = 169$, সাধারণ অন্তর, $d = 171 - 169 = 2$
পদ সংখ্যা = n, শেষ পদ, $l = 209$

কিন্তু শেষ পদ, $l = a + (n-1)d$
শর্তমতে, $a + (n-1)d = 209$
বা, $169 + (n-1)2 = 209$
বা, $(n-1)2 = 209 - 169 = 40$
বা, $n - 1 = \frac{40}{2} = 20$
বা, $n = 20 + 1 = 21$

$\therefore$ যোগফল $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{21}{2}\{2 \cdot 169 + (21-1)2\}$
$= \frac{21}{2} \times 2(169 + 20) = 21 \times 189 = 3969$

$\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 125 = 169 + 171 + 173 + ... + 209$। (দেখানো হলো)

KRITITO KRITITO KRITITO

২০. এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

উত্তর: প্রথম কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন 1 টাকা
দ্বিতীয় কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন $(1+2)=3$ টাকা
তৃতীয় কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন $(3+2)=5$ টাকা

∴ টাকা পরিশোধের কিস্তি একটি সমান্তর ধারা যার,
প্রথম পদ, $a=1$, সাধারণ অন্তর, $d=3-1=2$

মনে করি, ঐ ব্যক্তি n সংখ্যক কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করবেন।
অতএব, পদসংখ্যা = n

∴ n পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$=\frac{n}{2}\{2\cdot 1+(n-1)\cdot 2\}$
$=\frac{n}{2}\times\{2+(n-1)\cdot 2\}$
$=\frac{n}{2}(2+2n-2)=\frac{n}{2}\times 2n=n^2$

শর্তমতে, $n^2=2500$
বা, $\sqrt{n^2}=\sqrt{2500}$ [বর্গমূল করে]
বা, $n=50$

অতএব, 50 টি কিস্তিতে ঋণ শোধ করতে পারবেন।

২১. $64+32+16+8+\ldots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় করো।

উত্তর: এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a=64$
সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{32}{64}=\frac{1}{2}$; ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।
∴ অষ্টম পদ $=ar^{8-1}$ [∵ n তম পদ $=ar^{n-1}$]
$=64\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7=2^6\cdot\frac{1}{2^6\cdot 2^1}$
$=\frac{1}{2^1}=\frac{1}{2}$

২২. $3+9+27+\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার,
১ম পদ, $a=3$
সাধারণ অনুপাত $r=\frac{9}{3}=3>1$ এবং পদ সংখ্যা $n=14$
∴ ১ম ১৪টি পদের সমষ্টি, $S_{14}=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$
$=\frac{3(3^{14}-1)}{3-1}$
$=\frac{3}{2}(3^{14}-1)$
∴ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি $\frac{3}{2}(3^{14}-1)$

KRITITO KRITITO KRITITO KRITITO KRITITO KRITITO

২৩. $128 + 64 + 32 + \dots\dots\dots$ **ধারাটির কোন পদ** $\frac{1}{2}$**?**

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার,
প্রথম পদ, $a = 128$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$
মেনে করি, ধারাটির n তম পদ $\frac{1}{2}$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ, ar^{n-1}
তাহলে, $ar^{n-1} = \frac{1}{2}$
বা, $128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$
বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{8}$
বা, $n - 1 = 8$
বা, $n = 8 + 1 = 9$
$\therefore$ ধারাটির ৯ম পদ $\frac{1}{2}$

---

২৪. $3 + x + y + z + 243$ **গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে,** x**,** y **এবং** z **এর মান নির্ণয় করো।**

উত্তর: দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a = 3$
মেনে করি, সাধারণ অনুপাত $= r$
তাহলে, ২য় পদ, $ar = x$ [$\because n$ তম পদ $= ar^{n-1}$]
৩য় পদ, $ar^2 = y$; ৪র্থ পদ, $ar^3 = z$; ৫ম পদ, $ar^4 = 243$
এখন, $ar^4 = 243$
বা, $3r^4 = 243$
বা, $r^4 = 81 = 3^4$
$\therefore r = 3$
২য় পদ, $x = 3 \times 3 = 9$
৩য় পদ, $y = 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$
৪র্থ পদ, $z = 3 \times 3^3 = 3 \times 27 = 81$
নির্ণেয় মান: $x = 9$, $y = 27$ এবং $z = 81$.

---

২৫. $2 - 4 + 8 - 16 + \dots\dots$ **ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?**

উত্তর: $2 - 4 + 8 - 16 + \dots\dots\dots$
এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ, $a = 2$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-4}{2} = -2 < 1$
পদ সংখ্যা, $n = 7$
$\therefore$ প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি
$S_7 = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{2(1-(-2)^7)}{1-(-2)} = \frac{2(1+128)}{1+2} = \frac{2\times129}{3} = 86$
$\therefore$ প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি 86.

KRITITO KRITITO KRITITO

২৬. $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots\ldots$ **ধারাটির** $(2n + 1)$ **সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।**

উত্তর: $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots\ldots\ldots$
এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 1$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$
$\therefore$ ধারাটি $(2n + 1)$ পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{2n+1})}{1-r}$
$= \frac{1\cdot(1-(-1)^{2n+1})}{1-(-1)}$
$= \frac{1(1-(-1))}{1-(-1)} = \frac{1(1+1)}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$
$\therefore$ ধারাটির $(2n + 1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি 1.

২৭. $log2 + log4 + log8 + \ldots\ldots$ **ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?**

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি, $log2 + log4 + log8 + \ldots\ldots$ 10টি পদ
$= log2 + log2^2 + log2^3 + log2^4 + \ldots\ldots$ 10টি পদ
$= log2 + 2\,log2 + 3\,log2 + 4\,log2 + \ldots\ldots\ldots$ 10টি পদ
$= (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10)\,log2$
$= \frac{10(10+1)}{2}\,log2 \left[\because 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}\right]$
$= 5 \times 11\,log2 = 55\,log2$
$\therefore$ প্রথম দশটি পদের সমষ্টি $55\,log2$.

২৮. $2 + 4 + 8 + 16 + \ldots\ldots$ **ধারাটির** n **সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে,** n **এর মান কত?**

উত্তর: সমাধান: $2 + 4 + 8 + 16 + \ldots\ldots\ldots\ldots$
এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$ এবং
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2 > 1$
$\therefore n$ পদের সমষ্টি, $S_n = a \cdot \frac{r^n-1}{r-1} = 254$
বা, $2 \cdot \frac{2^n-1}{2-1} = 254$
বা, $\frac{2^n-1}{1} = \frac{254}{2}$
বা, $2^n - 1 = 127$
বা, $2^n = 127 + 1$
বা, $2^n = 128$
বা, $2^n = 2^7$
$\therefore n = 7$

২৯. $2 - 2 + 2 - 2 + \ldots\ldots$ **ধারাটির** $(2n + 2)$ **সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?**

উত্তর: সমাধান: প্রদত্ত ধারার ১ম পদ, $a = 2$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-2}{2} = -\frac{2}{2} = -1$
পদ সংখ্যা, $m = 2n + 2$
সুতরাং এটি একটি গুণোত্তর ধারা যেখানে, $r < 1$
$\therefore$ সমষ্টি, $S = \frac{a(1-r^m)}{1-r} = \frac{2(1-(-1)^{2n+2})}{1-(-1)}$ [মান বিসেয়]
$= \frac{2(1-1)}{1+1}$ [$\because (2n + 2)$ একটি জোড় স্বাভাবিক যেকোনো সংখ্যা]
$= \frac{2\times0}{2} = 0$
$\therefore$ ধারাটির $(2n + 2)$ পদের সমষ্টি 0 (শূন্য)।

৩০. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n এর মান নির্ণয় করো এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: সমাধান: আমরা জানি,
প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
প্রশ্নমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 441$
বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (21)^2$
বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 21$ [উভয়পক্ষে বর্গমূল করে]
বা, $n(n+1) = 42$
বা, $n^2 + n - 42 = 0$
বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$
বা, $n(n+7) - 6(n+7) = 0$
বা, $(n+7)(n-6) = 0$
হয়, $n + 7 = 0$ অথবা, $n - 6 = 0$
$\therefore n = -7 \therefore n = 6$
[$n = -7$ গ্রহণযোগ্য নয় কেননা পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।]
$\therefore$ ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি, $S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{6\times7}{2} = 21$
$\therefore n = 6$ এবং সমষ্টি $S = 21$

---

৩১. দেখাও যে, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$।

উত্তর: সমাধান: বামপক্ষ $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 10^3$
আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি
$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$
$= \left\{\frac{10\times11}{2}\right\}^2 = (55)^2 = 3025$
ডানপক্ষ $= (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$
আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি
$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 10 = \frac{10(10+1)}{2} = 5 \times 11 = 55$
সুতরাং, $(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$
$= (55)^2 = 3025$
অতএব, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$ (দেখানো হলো)

---

৩২. $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3}{1 + 2 + 3 + \cdots + n} = 210$ **হলে, n এর মান কত?**

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3}{1 + 2 + 3 + \cdots + n} = 210$
বা, $\frac{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210 \left[\because 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 \text{ এবং } 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}\right]$

---

৩৩. $3 + 7 + 11 + 15 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **ধারার পদগুলো নিয়ে গঠিত অনুক্রমটির সাধারণ পদ নির্ণয় করো।**

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি: $3 + 7 + 11 + 15 + \ldots$
এখানে, ১ম পদ, $a = 3$
সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 3 = 4$
যেহেতু সাধারণ অন্তর সমান, তাই এটি একটি সমান্তর ধারা।
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার n-তম পদ $= a + (n-1)d$
$= 3 + (n-1)4$
$= 3 + 4n - 4$
$= 4n - 1$
উত্তর: $4n - 1$।

---

৩৪. $256 + 128 + 64 + \ldots\ldots\ldots$ **ধারাটির কোন পদ** $\frac{1}{32}$ **তা নির্ণয় করো।**

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি: $256 + 128 + 64 + \ldots$
এখানে, ১ম পদ, $a = 256$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{128}{256} = \frac{1}{2}$
যেহেতু সাধারণ অনুপাত সমান, তাই এটি একটি গুণোত্তর ধারা।
ধরি, ধারাটির n-তম পদ $= \frac{1}{32}$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$
$ar^{n-1} = \frac{1}{32}$
$256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{32}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{32 \times 256}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{8192}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{13}$
$n - 1 = 13$
$n = 13 + 1$
$\therefore n = 14$ (Ans.)

KRITITO KRITITO KRITITO

৩৫. সূত্র প্রয়োগ করে $8^2 + 9^2 + 10^2 + \ldots\ldots + 15^2$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: প্রদত্ত ধারাটি: $8^2 + 9^2 + 10^2 + \ldots\ldots + 15^2$
আমরা জানি,
প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি, $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
১ থেকে ১৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি থেকে ১ থেকে ৭ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি বিয়োগ করে পাই:
$= (1^2 + \cdots + 15^2) - (1^2 + \cdots + 7^2)$
$= \dfrac{15(15+1)(2 \times 15+1)}{6} - \dfrac{7(7+1)(2 \times 7+1)}{6}$
$= \dfrac{(15 \times 16 \times 31)}{6} - \dfrac{7 \times 8 \times 15}{6}$
$= (5 \times 8 \times 31) - (7 \times 4 \times 5)$
$= 1240 - 140$
$= 1100$ (Ans.)

---

৩৬. কোনো সমান্তর ধারার ১৭ তম পদ ৪৩ হলে, এর প্রথম ৩৩টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার n-তম পদ $= a + (n-1)d$
প্রশ্নমতে, ১৭তম পদ $= 43$
$\therefore a + (17-1)d = 43$
$a + 16d = 43$ ......(i)
আমরা জানি,
n পদের সমষ্টি, $S_n = \dfrac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
n পদের সমষ্টি, এখানে $n = 33$
$S_{33} = \dfrac{33}{2}\{2a + (33-1)d\}$
$= \dfrac{33}{2}(2a + 32d)$
$= \dfrac{33}{2} \cdot 2(a + 16d)$
$= 33(a + 16d)$
$= 33 \times 43$
$= 1419$ (Ans.)

KRITITO KRITITO KRITITO

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

১১ টি প্রশ্ন

১ **(i)** $7 + p + q + s + 16807 + \ldots$ **একটি গুণোত্তর ধারা। (ii)** $7 + 12 + 17 + 22 + \ldots$ **ধারাটির ১ম** n **সংখ্যক পদের যোগফল 1090।**

[বরিশাল বোর্ড ২০২২]

(ক) $4 + 7 + 10 + \ldots$ ধারাটির কোন পদ 304? নির্ণয় করো।

উত্তর: দেওয়া আছে, $4 + 7 + 10 + \ldots$
প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার, প্রথম পদ, $a = 4$
সাধারণ অন্তর, $d = (7 - 4) = 3$
ধরি, ধারাটির n তম পদ 304
শর্তমতে, $a + (n - 1)d = 304$
বা, $4 + (n - 1) \times 3 = 304$
বা, $(n - 1) \times 3 = 304 - 4$
বা, $(n - 1) \times 3 = 300$
বা, $(n - 1) = \frac{300}{3} = 100$
বা, $n = 100 + 1$
বা, $n = 101$
$\therefore$ ধারাটির 101 তম পদ হলো 304।

(খ) p, q, s এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা: $7 + p + q + s + 16807 + \ldots$
ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$
এবং সাধারণ অনুপাত $= r$
$\therefore$ ধারাটির ৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$
প্রথমতে, $ar^4 = 16807$
বা, $7r^4 = 16807$
বা, $r^4 = \frac{16807}{7} = 2401 = 7^4$
$\therefore r = 7$
$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= ar^{2-1}$
বা, $p = ar$
বা, $p = 7 \times 7$
$\therefore p = 49$
ধারাটির ৩য় পদ $= ar^{3-1}$
বা, $q = ar^2$
বা, $q = 7 \times (7)^2$
$\therefore q = 343$
ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$
বা, $s = ar^3$
বা, $s = 7 \times (7)^3$
$\therefore s = 2401$
নির্ণেয় $p = 49, q = 343, s = 2401$

(গ) (ii) নং ব্যবহার করে n এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: (ii) নং ধারাটি: $7+12+17+22+...$
ধারাটির প্রথম পদ, $a=7$; সাধারণ অন্তর, $d=12-7=5$
$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
প্রথমতে, $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}=1090$
বা, $\frac{n}{2}\{2\times 7+(n-1)5\}=1090$
বা, $\frac{n}{2}(14+5n-5)=1090$
বা, $n(9+5n)=1090\times 2$
বা, $9n+5n^2=2180$
বা, $5n^2+9n-2180=0$
বা, $5n^2+109n-100n-2180=0$
বা, $n(5n+109)-20(5n+109)=0$
বা, $(n-20)(5n+109)=0$
হয়, $n-20=0$
$\therefore n=20$
অথবা, $5n+109=0$
বা, $5n=-109$
$n=\frac{-109}{5}$, গ্রহণযোগ্য নয়
কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
নির্ণেয় মান $n=20$

২ (i) একটি গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $-\frac{1}{27\sqrt{3}}$ (ii) কোনো সমান্তর ধারার ১ম ১০টি পদের সমষ্টি ১৫০ এবং ১ম ২০টি পদের সমষ্টি ৫০০।

[বরিশাল বোর্ড ২০২৩]

(ক) $3+7+11+\ldots$ ধারাটির কোন পদ ৩৯৯?

উত্তর: প্রদত্ত ধারা $= 3+7+11+\ldots$
সমান্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 3$
সাধারণ অন্তর, $d = 7-3 = 4$
ধরি, ধারাটির n তম পদ ৩৯৯।
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a+(n-1)d$
$399 = 3+(n-1)4$
$399 = 3+4n-4 = 4n-1$
$4n = 399+1 = 400$
$n = \frac{400}{4} \therefore n = 100$
$\therefore$ ধারাটির ১০০তম পদ ৩৯৯।

(খ) গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $= a$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$
দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ, $ar^{6-1} = -\frac{\sqrt{3}}{9}$
বা, $ar^5 = -\frac{\sqrt{3}}{9} \ldots (i)$
এবং দশম পদ, $ar^{10-1} = -\frac{1}{27\sqrt{3}}$
বা, $ar^9 = -\frac{1}{27\sqrt{3}} \ldots (ii)$
এখন (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,
$$\frac{ar^9}{ar^5} = \frac{-\frac{1}{27\sqrt{3}}}{-\frac{\sqrt{3}}{9}}$$
বা, $r^4 = -\frac{1}{27\sqrt{3}} \times \left(-\frac{9}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{9} = \left(\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)^2$
$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{3}}$
এখন, সমীকরণ (i) এ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই
$a\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 = -\frac{\sqrt{3}}{9}$
বা, $a \times \frac{1}{9\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{9}$
বা, $a = -\frac{9\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{9}$
$\therefore a = -3$
$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি $= a+ar+ar^2+ar^3+\ldots$

$= -3 + \frac{(-3)1}{\sqrt{3}} + (-3)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + (-3)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \ldots$
$= -3 - \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} - \ldots$
নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা $-3 - \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} - \ldots$

(গ) ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$ হলে সমান্তর ধারার ৩৫ তম পদ নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
দেওয়া আছে, সমান্তর ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি $= 150$
বা, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 150$
বা, $5(2a + 9d) = 150$
বা, $2a + 9d = \frac{150}{5}$
$\therefore 2a + 9d = 30 \ldots (1)$
এবং সমান্তর ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি $= 500$
$\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 500$
বা, $10(2a + 19d) = 500$
বা, $2a + 19d = \frac{500}{10}$
$\therefore 2a + 19d = 50 \ldots (2)$
এখন, সমীকরণ (2) হতে (1) বিয়োগ করে পাই,
$2a + 19d - 2a - 9d = 50 - 30$
বা, $10d = 20$
বা, $d = \frac{20}{10}$
$\therefore d = 2$
সমীকরণ (1) এ $d = 2$ বসিয়ে পাই
$2a + 9 \times 2 = 30$
বা, $2a = 30 - 18 = 12$
বা, $a = \frac{12}{2} = 6$
ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$
ধারাটির ৩৫ তম পদ $= 6 + (35-1)2 = 6 + 34 \times 2 = 6 + 68 = 74$
সমান্তর ধারাটির ৩৫ তম পদ ৭৪।

প্রশ্ন ৩: $6+12+24+48+...$ **ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1530 এবং একটি সমান্তর ধারার প্রথম p পদের সমষ্টি q এবং প্রথম q পদের সমষ্টি p।**

[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

(ক) $1^2+2^2+3^2+\ldots\cdots+15^2$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

অথাৎ, $1^2+2^2+3^2\ldots\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

এখানে, $n=15$

প্রথম 15টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,

$=\dfrac{15(15+1)(2\times15+1)}{6}$

$=\dfrac{15\times16(30+1)}{6}=\dfrac{15\times16\times31}{6}=1240$

নির্ণেয় সমষ্টি 1240

(খ) n এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: প্রদত্ত ধারা: $6+12+24+48+...$

ধারাটির ১ম পদ, $a=6$, সাধারণ অনুপাত, $r=\dfrac{12}{6}=2>1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$; যখন $r>1$

$=\dfrac{6(2^n-1)}{2-1}=6(2^n-1)$

শর্তমতে, $6(2^n-1)=1530$

বা, $2^n-1=\dfrac{1530}{6}$

বা, $2^n-1=255$

বা, $2^n=255+1=256=2^8$

$\therefore n=8$

নির্ণেয় মান: $n=8$

(গ) সমান্তর ধারাটির প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: মেন করি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $=a$ এবং সাধারণ অন্তর $=d$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম p পদের সমষ্টি $=\dfrac{p}{2}\{2a+(p-1)d\}$

এবং প্রথম q পদের সমষ্টি $=\dfrac{q}{2}\{2a+(q-1)d\}$

শর্তমতে, $\dfrac{p}{2}\{2a+(p-1)d\}=q$

$\therefore 2a+(p-1)d=\dfrac{2q}{p}\ldots\ldots(i)$

এবং $\dfrac{q}{2}\{2a+(q-1)d\}=p$

$\therefore 2a+(q-1)d=\dfrac{2p}{q}\ldots\ldots(ii)$

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$(p-1-q+1)d = \frac{2q}{p} - \frac{2p}{q}$

বা, $(p-q)d = \frac{2q^2-2p^2}{pq}$

বা, $(p-q)d = \frac{-2(p^2-q^2)}{pq}$

বা, $d = \frac{-2(p+q)(p-q)}{pq(p-q)}$

$\therefore d = \frac{-2(p+q)}{pq} \ldots\ldots (iii)$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি

$= \frac{p+q}{2}\{2a+(p+q-1)d\}$

$= \frac{p+q}{2}\{2a+(p-1)d+qd\}$

$= \frac{p+q}{2}\left\{\frac{2q}{p} + q\cdot\frac{-2(p+q)}{pq}\right\}$ [(i) ও (iii) নং হতে]

$= \frac{p+q}{2}\left\{\frac{2q}{p} - \frac{2(p+q)}{p}\right\}$

$= \frac{p+q}{2}\left\{\frac{2q-2p-2q}{p}\right\}$

$= \frac{p+q}{2} \times \left(\frac{-2p}{p}\right)$

$= -(p+q)$

নির্ণেয় ধারাটির $(p+q)$ পদের সমষ্টি $-(p+q)$

8 **একটি জ্যামিতার ধারার $5th$ পদ $2\sqrt{2}$ এবং $7th$ পদ $4\sqrt{2}$ এবং সমান্তর ধারাটির ১ম 10 পদের সমষ্টি 275 এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি 1050।**

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

(ক) $3+5+7+9+\ldots$ ধারাটির কোন পদ 303?

উত্তর: ধারাটি: $3+5+7+9+\ldots$
এখানে, ১ম পদ, $a=3$
সাধারণ অন্তর, $d=5-3=2$
ধরি, ধারাটির n তম পদ 303।
$a+(n-1)d=303$
বা, $3+(n-1)2=303$
বা, $(n-1)2=303-3=300$
বা, $n-1=\frac{300}{2}=150$
$\therefore n=150+1=151$
অতএব, ধারাটির 151 তম পদ 303।

(খ) জ্যামিতার ধারাটি নির্ণয় কর এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, জ্যামিতার ধারার ১ম পদ $=a$
সাধারণ অনুপাত $=r$
5^{th} পদ $=ar^{n-1}=ar^{5-1}=ar^4$
7^{th} পদ $=ar^{7-1}=ar^6$
শর্তমতে, $ar^4=2\sqrt{2}\ldots(1)$
$ar^6=4\sqrt{2}\ldots(2)$
সমীকরণ (2)নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,
$\frac{ar^6}{ar^4}=\frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$
বা, $r^2=2$
বা, $r=\sqrt{2}>1$
r এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,
$a\cdot(\sqrt{2})^4=2\sqrt{2}$
বা, $a\cdot 4=2\sqrt{2}$
বা, $a=\frac{2\sqrt{2}}{4}$
বা, $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$
ধারাটির ১ম পদ, $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$
২য় পদ, $ar^{2-1}=ar=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}=1$
৩য় পদ, $ar^{3-1}=ar^2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(\sqrt{2})^2=\sqrt{2}$
৪র্থ পদ, $ar^{4-1}=ar^3=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^3=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2}=2$
$\therefore$ ধারাটি: $\frac{1}{\sqrt{2}}+1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}\ldots$
আমরা জানি,
$S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}; r>1$
বা, $S_{10}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}((\sqrt{2})^{10}-1)}{\sqrt{2}-1}=\frac{\frac{32-1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}=\frac{31}{2-\sqrt{2}}$
নির্ণেয় ধারা: $\frac{1}{\sqrt{2}}+1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+\ldots$ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি $\frac{31}{2-\sqrt{2}}$

(গ) সমান্তর ধারাটির ১ম 30 পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, সমান্তর ধারার ১ম পদ $= a$
সাধারণ অন্তর $= d$
ধারাটির ১ম 10 পদের সমষ্টি $= 275$
বা, $\frac{10}{2}\{2a+(10-1)d\}=275$
বা, $5(2a+9d)=275$
বা, $2a+9d=55\ldots(1)$
আবার, ধারাটির ১ম 20 পদের সমষ্টি $= 1050$
$\frac{20}{2}\{2a+(20-1)d\}=1050$
বা, $10(2a+19d)=1050$
বা, $2a+19d=105\ldots(2)$
সমীকরণ (2)নং হতে (1) নং বিয়োগ করে পাই,
$2a+19d-2a-9d=105-55$
বা, $10d=50$
বা, $d=5$
d এর মান সমীকরণ (1) নং এ বসিয়ে পাই,
$2a+9d=55$
বা, $2a+9\times 5=55$
বা, $2a=55-45=10$
$\therefore a=5$
ধারাটির ১ম 30টি পদের সমষ্টি,
$S_{30}=\frac{30}{2}\{2\times 5+(30-1)5\}$
$=15(10+29\times 5)$
$=15\times 155=2325$
নির্ণেয় সমষ্টি: 2325।

৫ **একটি সমান্তর ধারার p তম পদ $(p+q)^2$ ও q তম পদ $(p-q)^2$ এবং $\frac{x}{22} = \frac{mn}{m+n}$।** [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল]

(ক) প্রথম ১২টি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: আমরা জানি,
প্রথম n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি, $S_n = \frac{n(4n^2-1)}{3}$
$\therefore$ প্রথম ১২টি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,
$S_{12} = \frac{12\{4\times(12)^2-1\}}{3} = \frac{12(4\times144-1)}{3}$
$= \frac{12(576-1)}{3} = \frac{12\times575}{3} = 2300$
নির্ণেয় সমষ্টি ২৩০০।

(খ) দেখাও যে, $\frac{x+11m}{x-11m} + \frac{x+11n}{x-11n} = 2$।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{x}{22} = \frac{mn}{m+n}$
বা, $\frac{x}{11m} = \frac{2n}{m+n}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{2}{m}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $\frac{x+11m}{x-11m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
$\therefore \frac{x+11m}{x-11m} = \frac{3m+n}{n-m} \ldots\ldots (1)$
আবার, $\frac{x}{22} = \frac{mn}{m+n}$
বা, $\frac{x}{11n} = \frac{2m}{m+n}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{2}{n}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $\frac{x+11n}{x-11n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
$\therefore \frac{x+11n}{x-11n} = \frac{3m+n}{m-n} \ldots\ldots (2)$
বামপক্ষ $= \frac{x+11m}{x-11m} + \frac{x+11n}{x-11n}$
$= \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n}$
$= \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{-(n-m)}$
$= \frac{3n+m}{n-m} - \frac{3m+n}{n-m}$
$= \frac{3n+m-3m-n}{n-m}$
$= \frac{2n-2m}{n-m} = \frac{2(n-m)}{n-m} = 2 =$ ডানপক্ষ
$\therefore \frac{x+11m}{x-11m} + \frac{x+11n}{x-11n} = 2$ (দেখানো হলো)

(গ) সমান্তর ধারাটির $(p-q)$ তম পদ নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a+(n-1)d$
$\therefore$ ধারাটির p তম পদ,
$a+(p-1)d = (p+q)^2 \ldots\ldots (1)$
এবং ধারাটির q এ তম পদ $a+(q-1)d = (p-q)^2 \ldots\ldots (2)$
(১) নং হেতে (২)নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$a+(p-1)d-a-(q-1)d = (p+q)^2-(p-q)^2$
বা, $pd-d-qd+d = 4pq$
বা, $d(p-q) = 4pq$
$\therefore d = \frac{4pq}{p-q}$
$\therefore$ ধারাটির $(p-q)$ তম পদ $= a+\{(p-q)-1\}d$
$= a+(p-1)d-qd$
$= (p+q)^2 - q\times\frac{4pq}{p-q}$ [(i) নং হেতে এবং D এর মান বিসেয় পাই]

$= (p+q)^2 - \frac{4pq^2}{p-q}$

নির্ণেয় পদ: $(p+q)^2 - \frac{4pq^2}{p-q}$

KRITITO

৬ (i) $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$; (ii) $6 + b + c + 162 + d$ **একটি গুণোত্তর ধারা।** [কুমিল্লা বোর্ড ২০২৮]

(ক) $8 + 11 + 14 + 17 + \ldots\ldots$ ধারার m-তম পদ নির্ণয় করো।

উত্তর: প্রদত্ত ধারা: $8 + 11 + 14 + 17 + \ldots$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ $a = 8$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 11 - 8 = 3$
$\therefore$ ধারাটির n তম পদ $= a + (m-1)d$
$= 8 + (m-1)3 = 8 + 3m - 3 - 3m + 5$
নির্ণেয় m তম পদ $= 3m + 5$

(খ) (ii) নং হতে b এবং e এর মান নির্ণয় করো।

উত্তর: প্রদত্ত (ii) নং গুণোত্তর ধারা: $6 + b + c + 162 + d$
ধারাটির প্রথম পদ, $a = 6$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{b}{6} = \frac{c}{b} = \frac{162}{c} = \frac{d}{162}$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$
$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = 6r^3$
শর্তমতে, $6r^3 = 162$
বা, $r^3 = \frac{162}{6} = 27 = 3^3 \therefore r = 3$
এখন, $r = \frac{b}{6}$
বা, $3 = \frac{b}{6} \therefore b = 18$
আবার, $r = \frac{d}{162}$
বা, $3 = \frac{d}{162} \therefore d = 486$
নির্ণেয় মান: $b = 18$ এবং $d = 486$

(গ) (i) নং হতে প্রমাণ করে যে, $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 2$ যেখানে $p \neq q$

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$
বা, $\frac{6}{x} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$
বা, $\frac{6}{x} = \frac{p+q}{pq}$
বা, $x(p+q) = 6pq$
বা, $x = \frac{6pq}{p+q}$
বা, $x = \frac{3p \cdot 2q}{p+q}$
বা, $\frac{x}{3p} = \frac{2q}{p+q}$
বা, $\frac{x+3p}{x-3p} = \frac{2q+p+q}{2q-p-q}$ [যোজন বিয়োজন করে]
বা, $\frac{x+3p}{x-3p} = \frac{3q+p}{q-p}$
আবার, $x = \frac{6pq}{p+q}$
বা, $x = \frac{2p \cdot 3q}{p+q}$
বা, $\frac{x}{3q} = \frac{2p}{p+q}$
বা, $\frac{x+3q}{x-3q} = \frac{2p+p+q}{2p-p-q}$ [যোজন বিয়োজন করে]
বা, $\frac{x+3q}{x-3q} = \frac{3p+q}{p-q}$
বামপক্ষ $= \frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = \frac{3q+p}{q-p} + \frac{3p+q}{p-q}$ [মান বিসেয়]
$= \frac{3q+p}{q-p} + \frac{3p+q}{-(q-p)} = \frac{3q+p-3p-q}{q-p} = \frac{2q-2p}{q-p} = \frac{2(q-p)}{q-p}$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 2$ (প্রমাণিত)

KRITITO

৭ **একটি গুণোত্তর ধারা $\frac{1}{\sqrt{2}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$** [চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২৪]

(ক) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots \cdots + 10^2 =$ কত?

উত্তর: প্রদত্ত ধারা: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots \cdots + 10^2$
ধারাটি প্রথম 10টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টির ধারা।
আমরা জানি, সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots \cdots + 10^2 = \frac{10(10+1)(2 \cdot 10+1)}{6}$
$= \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = \frac{2310}{6} = 385$
নির্ণয় ধারাটির সমষ্টি 385

(খ) গুণোত্তর ধারাটির p, q ও r এর মান নির্ণয় কর

উত্তর: প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা: $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$
ধারাটির ১ম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$; ২য় পদ $= p$
৩য় পদ $= q$; ৪র্থ পদ $= r$; ৫ম পদ $= 3\sqrt{3}$
ধরি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= c$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ ac^{n-1}
$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ৫ম পদ $= ac^{5-1}$
অর্থাৎ $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot c^{5-1} = 3\sqrt{3}$
বা, $c^4 = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$
বা, $c^4 = (\sqrt{3})^4$
$\therefore c = \sqrt{3}$
২য় পদ, $p = ac^{2-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^{2-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = 1$
৩য় পদ, $q = ac^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^{3-1}$
$= \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 3 = \sqrt{3}$
৪র্থ পদ, $r = ac^{4-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^{4-1}$
$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3})^3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} = 3$
নির্ণয় মান $p = 1, q = \sqrt{3}$ এবং $r = 3$

(গ) উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: ধরি, সমান্তর ধারার ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$
প্রথমতে, $a + (19-1)d = 74$
বা, $a + 18d = 74 \ldots (i)$
এবং, $u + (26-1)d = 102$
বা, $a + 25d = 102$
বা, $a + 18d + 7d = 102$
বা, $74 + 7d = 102$ [(i) নং হেতে]
বা, $7d = 102 - 74 = 28$
বা, $d = \frac{28}{7} \therefore d = 4$
d এর মান (i) নং এ বসাইয়া পাই,
$a + 18 \times 4 = 74$
বা, $a + 72 = 74$

বা, $a = 74 - 72 \therefore a = 2$
আবার, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি
$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$\therefore$ সমান্তর ধারাটির ১ম 31 টি পদের সমষ্টি
$= \frac{31}{2}\{2 \times 2 + (31-1)4\}$
$= \frac{31}{2}\{4 + 120\} = \frac{31}{2} \times 124$
$= 1922$
নির্ণয় সমান্তর ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি 1922।

৮ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির চতুর্থ পদ -2 এবং নবম পদ $8\sqrt{2}$

(ক) উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

উত্তর: ধারাটির চতুর্থ পদ, $ar^{4-1} = -2$ [$\because n$ তম পদ $= ar^{n-1}$]
বা, $ar^3 = -2 \ldots\ldots\ldots (i)$
এবং ধারাটির নবম পদ, $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$
বা, $ar^8 = 8\sqrt{2} \ldots\ldots\ldots (ii)$

(খ) ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় করো।

উত্তর: ধারাটির 12 তম পদ, ar^{11}
ক-হতে প্রাপ্ত সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,
$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$
বা, $r^5 = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{-\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$
বা, $r^5 = -\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = (-\sqrt{2})^5$
বা, $r = -\sqrt{2}$
ক হতে প্রাপ্ত (i) নম্বর সমীকরণে r এর মান বিসয়ে পাই,
$a\cdot(-\sqrt{2})^3 = -2$
বা, $a = \frac{-2}{-\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
অতএব, 12 তম পদ $= \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot(-\sqrt{2})^{11}$
$= -\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot(\sqrt{2})^{11}$
$= -(\sqrt{2})^{10} = -32$
নির্ণেয় 12 তম পদ -32

(গ) ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: খ-হতে প্রাপ্ত, প্রথম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$
সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$
ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2}) = -1$
তৃতীয় পদ, $= ar^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^2 = \frac{1\times 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$
চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^3 = -2$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
নির্ণেয় ধারাটি, $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - 2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি
$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$, যখন $r < 1$
সুতরাং ধারাটির প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-(-\sqrt{2})^7\right)}{1-(-\sqrt{2})} = \frac{1+8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(1+8\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$ [লব ও হরকে $(\sqrt{2}-1)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{2}+8\cdot 2-1-8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2-1)} = \frac{15-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{15\sqrt{2}-7\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}$$ [লব ও হরকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{1}{2}(15\sqrt{2}-14)$$

$\therefore$ 7 টি পদের সমষ্টি $\frac{1}{2}(15\sqrt{2}-14)$

৯ কোন ধারার n তম পদ $2n - 4$.

(ক) ধারাটি নির্ণয় করো।

উত্তর: দেওয়া আছে, ধারাটির n তম পদ $2n - 4$
$\therefore n = 1, 2, 3, \ldots$ বসিয়ে পাই,
১ম পদ $2 \cdot 1 - 4 = -2$
২য় পদ $2 \cdot 2 - 4 = 0$
৩য় পদ $2 \cdot 3 - 4 = 2$
৪র্থ পদ $2 \cdot 4 - 4 = 4$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
নির্ণেয় ধারা: $-2 + 0 + 2 + 4 + \ldots\ldots\ldots$

(খ) ধারাটির 10-তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: দেওয়া আছে, n তম পদ $= 2n - 4$
$\therefore$ ধারাটির 10 তম পদ $= 2 \cdot 10 - 4 = 16$
ক-হতে প্রাপ্ত ধারাটির, প্রথম পদ $a = -2$
সাধারণ অন্তর, $d = 0 - (-2) = 2$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

সুতরাং ধারাটির 20টি পদের সমষ্টি,
$S_{20} = \frac{20}{2}\{2(-2) + (20-1)(2)\}$
$= 10\{-4 + 19 \times 2\}$
$= 10(-4 + 38) = 10 \times 34 = 340$
$\therefore$ ধারাটির 10 তম পদ 16 এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 340।

(গ) প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = -2$
সাধারণ অন্তর $d = 0 - (-2) = 2$
প্রাপ্ত ধারার প্রথম পদকে প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত $[r = 2]$ ধরে যে গুণোত্তর ধারা পাওয়া যাবে তার পদগুলো নিম্নরূপ:
$\therefore$ গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ: $ar^{1-1} = (-2)2^0 = -2$
দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = -2 \times 2 = -4$
তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = -2 \times 2^2 = -8$
চতুর্থ পদ, $ar^{4-1} = -2 \times 2^3 = -16$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
নির্ণেয় ধারা: $-2 - 4 - 8 - 16 \ldots\ldots\ldots n$ পর্যন্ত।
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1};\ \text{যখন } r > 1$$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি, $S_8 = \frac{-2(2^8-1)}{2-1}$
$= -2(256-1) = -2 \times 255 = -510$
নির্ণেয় ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি $= 510$।

১০ **২০। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম (m + n) পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।**

(সমাধান) কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম (m + n) পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

উত্তর: মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ ধারাটির প্রথম m পদের সমষ্টি = $\frac{m}{2}\{2a+(m-1)d\}$
বা, $n = \frac{m}{2}\{2a+(m-1)d\}$
বা, $2a+(m-1)d = \frac{2n}{m}$ ....(1)

আবার, প্রথম n পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
বা, $m = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
বা, $2a+(n-1)d = \frac{2m}{n}$ ....(2)

সমীকরণ (1) নং হতে (2) নং বিয়োগ করে পাই,
$2a+(m-1)d-2a-(n-1)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$
বা, $(m-1-n+1)d = \frac{2n^2-2m^2}{mn}$
বা, $(m-n)d = \frac{2(n^2-m^2)}{mn} = \frac{2(n-m)(n+m)}{mn}$
বা, $d = \frac{-2(m-n)(n+m)}{(m-n)\cdot mn} = -2 \cdot \frac{n+m}{mn}$

তাহলে, প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি
$= \frac{m+n}{2}\{2a+(m+n-1)d\} = \frac{m+n}{2}\{2a+(m-1)d+nd\}$
$= \frac{m+n}{2}\left\{\frac{2n}{m} + n \cdot \left(\frac{-2(m+n)}{mn}\right)\right\}$ [(1)নং থেকে এবং d এর মান বসিয়ে]
$= \frac{m+n}{2}\left\{\frac{2n}{m} - \frac{2(m+n)}{m}\right\}$
$= \frac{m+n}{2} \cdot \left(\frac{2n-2m-2n}{m}\right)$
$= \frac{m+n}{2} \cdot \left(\frac{-2m}{m}\right) = -(m+n)$

$\therefore$ ধারাটির $(m+n)$ পদের সমষ্টি $= -(m+n)$.

১১ ২১। কোনো সমান্তর ধারার p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে, $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)=0$

(সমাধান) দেখাও যে, $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)=0$

উত্তর: মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = x
এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ ধারাটির p তম পদ = $x+(p-1)d=a$ ......(1)
q তম পদ = $x+(q-1)d=b$ ......(2)
r তম পদ = $x+(r-1)d=c$ ......(3)

(1) নং সমীকরণ হতে (2) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$x+(p-1)d-x-(q-1)d=a-b$
বা, $d(p-1-q+1)=a-b$
বা, $d(p-q)=a-b$
বা, $d=\frac{a-b}{p-q}$ ....(4)

আবার (2) নং সমীকরণ হতে (3) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$x+(q-1)d-x-(r-1)d=b-c$
বা, $(q-1-r+1)d=b-c$
বা, $(q-r)d=b-c$
বা, $d=\frac{b-c}{q-r}$ ....(5)

এখন, (4) ও (5) হতে পাই,
$\frac{a-b}{p-q}=\frac{b-c}{q-r}$
বা, $(a-b)(q-r)=(b-c)(p-q)$
বা, $a(q-r)-b(q-r)=b(p-q)-c(p-q)$
বা, $a(q-r)+c(p-q)-b(q-r)-b(p-q)=0$

কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ১৬: পরিমিতি

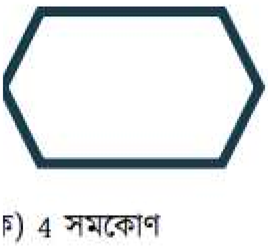
MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয় **Mathematics**	অধ্যায় **অধ্যায় ১৬: পরিমিতি**
প্রশ্নের ধরন **MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)**	মোট প্রশ্ন **৫৩**

ক. বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১১ × ১ = ১১

১. চিত্রের বহুভুজটির মোট কোণের মান কত?



(ক) 4 সমকোণ **(খ)** 6 সমকোণ
(গ) 8 সমকোণ ✓ **(ঘ)** 10 সমকোণ

ব্যাখ্যা: সুষম বহুভুজটির একটি ষড়ভুজ হওয়ায় এর প্রতিটি কোণের পরিমাণ 120°
∴ 6টি কোণের পরিমাণ = (120° × 6) = 720°
= 8 সমকোণ

২. একটি বর্গের পরিসীমা 16 মি. হলে, এর কর্ণ কত?

(ক) $4\sqrt{2}$ ✓ **(খ)** $3\sqrt{3}$
(গ) $3\sqrt{2}$ **(ঘ)** $2\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{16}{4}$ মি. $= 4$ মি.
∴ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 4\sqrt{2}$ মি.

৩. সুষম পঞ্চভুজের একটি শীর্ষকোণ কত ডিগ্রী?

(ক) 106° **(খ) 108° ✓**
(গ) 110° **(ঘ)** 120°

ব্যাখ্যা: সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে তার কোণগুলোর সমষ্টি (2n – 4) সমকোণ।
∴ পঞ্চভুজের পাঁচ কোণের সমষ্টি = (2 × 5 – 4) সমকোণ
= 6 × 90° = 540°
∴ সুষম পঞ্চভুজের একটি শীর্ষকোণ = 540° ÷ 5 = 108°

৪. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য তিনগুণ করা হলে উহার ক্ষেত্রফল পূর্বের ক্ষেত্রফলের কতগুণ হবে?

(ক) 3 গুণ **(খ)** 4 গুণ
(গ) 6 গুণ **(ঘ) 9 গুণ ✓**

ব্যাখ্যা: মনে করি, পূর্বের বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে ক্ষেত্রফল $= x^2$
তিনগুণ করলে বাহুর দৈর্ঘ্য 3x
∴ ক্ষেত্রফল $= 9x^2$
∴ অনুপাত $= \frac{9x^2}{x^2} = 9$
∴ 9 গুণ হবে।

৫. একটি ঘনক আকৃতির বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে, ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 20 **(খ)** $20\sqrt{2}$
(গ) $20\sqrt{3}$ ✓ **(ঘ)** 400

ব্যাখ্যা: ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ সে.মি.
প্রশ্নমতে, $6a^2 = 2400$
বা, $a^2 = 400$
∴ $a = 20$
∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$

৬. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সে.মি. এবং 7 সে.মি. এবং বাহু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 8 সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 504 **(খ)** 96
(গ) 64 ✓ **(ঘ)** 24

ব্যাখ্যা: ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × উচ্চতা)
$= \frac{1}{2}\{(9 + 7) \times 8\} = 64$

KRITITO

৭. বৃত্তের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বাড়বে?

(ক) তিনগুণ ✓ (খ) চারগুণ
(গ) আটগুণ (ঘ) নয়গুণ

ব্যাখ্যা: বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

৮. একটি বৃত্তের ব্যাস 26 মিটার হলে, পরিধি কত মিটার?

(ক) 13π (খ) 26π ✓
(গ) 39π (ঘ) 52π

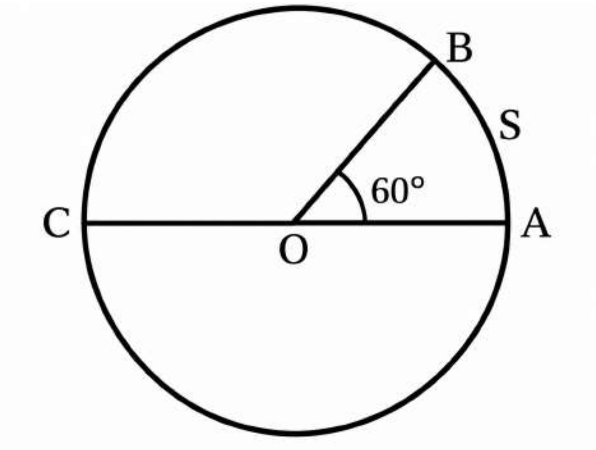
ব্যাখ্যা: মেনে করি, বৃত্তের ব্যাস $2r = 26$ মি.
$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক
$(26 \times \pi)$ মি. $= 26\pi$ মি.

৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে, উহার বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ মি. (খ) $\sqrt{3}$ মি.
(গ) 4 মি. ✓ (ঘ) 16 মি.

ব্যাখ্যা: মেনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a মি.
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ বর্গ মি.
প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = 4\sqrt{3}$
বা, $\sqrt{3}a^2 = 16\sqrt{3}$
বা, $a^2 = 16 \therefore a = 4$

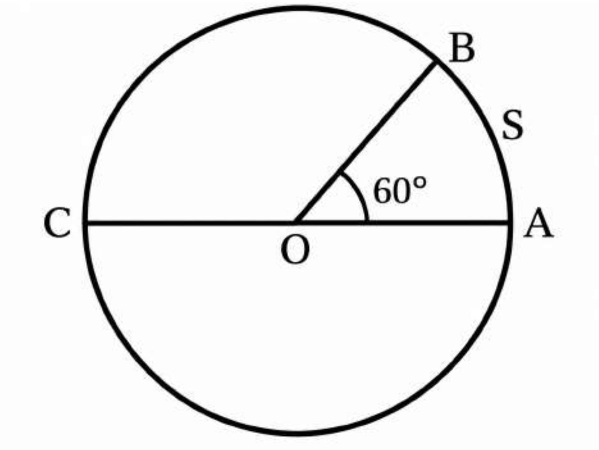
১০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AC = 12 সে.মি.। AB চাপের দৈর্ঘ্য কত?



(ক) 40.84 cm (খ) 12.57 cm
(গ) 6.28 cm ✓ (ঘ) 3.14 cm

ব্যাখ্যা: চাপের দৈর্ঘ্য, $AB = s = \frac{\pi r\theta}{180^\circ}$ একক
$= \frac{3.141 \times 6 \times 60^\circ}{180^\circ}$ cm
$= 6.28$ cm

১১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AC = 12 সে.মি.। বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল কত?



(ক) 150.80 cm^2 (খ) 12.57 cm^2

(গ) 40.84 cm^2 (ঘ) 18.85 cm^2 ✓

ব্যাখ্যা: বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ বর্গ একক

$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 6^2 \text{ cm}^2$
$= 18.85 \text{ cm}^2$

খ. সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন

৩৪ টি প্রশ্ন

১. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি. এবং 4 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 7 সে.মি. এবং একটি বাহু = 4 সে.মি.

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের অপর বাহুর দৈর্ঘ্য

$= \sqrt{(\text{অতিভুজ})^2 - (\text{একটি বাহু})^2}$

$= \sqrt{7^2 - 4^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{49 - 16}$ সে.মি.

$= \sqrt{33}$ সে.মি.

$= 5.74$ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 5.74 সে.মি. (প্রায়)।

২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 5 সে.মি. এবং ভূমি 3 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 5 সে.মি. এবং ভূমি = 3 সে.মি.
$\therefore$ অপর বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{5^2 - 3^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{25 - 9}$ সে.মি.
$= \sqrt{16}$ সে.মি.
$= 4$ সে.মি.
$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমা = $(5 + 4 + 3)$ সে.মি. $= 12$ সে.মি.
নির্ণেয় ত্রিভুজটির পরিসীমা 12 সে.মি.।

---

৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x^\circ$ ও $2x^\circ$ হলে, ক্ষুদ্রতর কোণের পরিমাপ নির্ণয় কর।

উত্তর: আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অন্য কোণ দুইটির সমষ্টি 90°
অর্থাৎ, $4x^\circ + 2x^\circ = 90^\circ$
বা, $6x = 90$
বা, $x = \frac{90}{6}$
$\therefore x = 15$
$\therefore 4x^\circ = 4 \times 15^\circ = 60^\circ, 2x^\circ = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$
$\therefore$ ক্ষুদ্রতর কোণের পরিমাপ 30°।

---

৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 14 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি $a = 5$ সে.মি. এবং উচ্চতা $b = 14$ সে.মি.
$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 5 \times 14$ বর্গ সে.মি. $= 35$ বর্গ সে.মি.
নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 35 বর্গ সে.মি.।

---

৫. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 25 সে.মি. এবং উচ্চতা 30 সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি $a = 25$ সে.মি. এবং উচ্চতা $b = 30$ সে.মি.
$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 25 \times 30$ বর্গ সে.মি. $= 375$ বর্গ সে.মি.
নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল বর্গ 375 সে.মি.।

---

৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি.। সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অন্তর 4 সে.মি. হলে, ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: সমকোণ সংলগ্ন ক্ষুদ্রতর বাহু x সে.মি. হলে, অপর বাহুটি $(x + 4)$ সে.মি.।
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times x \times (x + 4) = 48$
বা, $x^2 + 4x = 96$
বা, $x^2 + 4x - 96 = 0$
বা, $x^2 - 8x + 12x - 96 = 0$
বা, $x(x - 8) + 12(x - 8) = 0$
বা, $(x - 8)(x + 12) = 0$
হয়, $x - 8 = 0$ অথবা, $x + 12 = 0$
বা, $x = 8$ বা, $x = -12$
[যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ বাহুর দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না]
$\therefore$ ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য $= x = 8$ সে.মি.।

---

৭. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 19 সে.মি. ও 20 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a = 19$ সে.মি., ও $b = 20$ সে.মি.
এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 45^\circ$.
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{1}{2} \times 19 \times 20 \times \sin 45^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 19 \times 20 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ বর্গ সে.মি.
$= 134.35$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)
নির্ণয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 134.35 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

---

৮. একটি ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 সে.মি. এবং 14 সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

---

৯. প্রশ্ন ৯। কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৯ সে.মি. ও ১০ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, ত্রিভুজটির বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 9 সে.মি. ও b = 10 সে.মি.
এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 30^\circ$
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{1}{2} \times 9 \times 10 \times \sin 30^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 9 \times 10 \times \frac{1}{2} = 22.5$ বর্গ সে.মি.
নির্ণয় ক্ষেত্রফল 22.5 বর্গ সে.মি।

---

১০. প্রশ্ন ১০। কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. ও ১২ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০°। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, ত্রিভুজটির দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 10 সে.মি. ও b = 12 সে.মি. এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 30^\circ$
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta$
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin 30^\circ$ বর্গ সে.মি.
$= 60 \times \frac{1}{2}$ বর্গ সে.মি.
$= 30$ বর্গ সে.মি.
নির্ণয় ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি।

---

১১. প্রশ্ন ১১। কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৯ সে.মি. ও ১৪ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর: ধরি, ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 9 সে.মি. ও b = 14 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 30^\circ$
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{1}{2} \times 9 \times 14 \times \sin 30^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 9 \times 14 \times \frac{1}{2}$
$= \frac{63}{2}$
$= 31.5$ বর্গ সে.মি.
নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 31.5 বর্গ সে.মি।

---

১২. প্রশ্ন ১২। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২৯ সে.মি. ও ৩০ সে.মি.। এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৪৫° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে a = 29 সে.মি. ও b = 30 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 45^\circ$
$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 29 \times 30 \times \sin 45^\circ$ বর্গ সে.মি.
$= 29 \times 15 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ বর্গ সে.মি.
$= 307.59$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)
নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 307.59 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

১৩. প্রশ্ন ১৩। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. ও ৯ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৬০°। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 8 সে.মি. ও b = 9 সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 60^\circ$
$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গ সে.মি.
$= 18\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.
$= 31.18$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)
নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 31.18 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

১৪. প্রশ্ন ১৪। কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. ও ৩ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০° হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

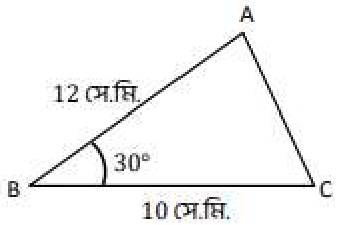
উত্তর: এখানে, ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4 সে.মি. ও b = 3 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 30^\circ$
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin 30^\circ$

১৫. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর: এখানে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০°।
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ$ বর্গ সে.মি.
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{1}{2}$ বর্গ সে.মি.
$= 9$ বর্গ সে.মি.
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল ৯ বর্গ সে.মি.।

KRITITO

১৬. চিত্রের সাহায্যে $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



উত্তর: চিত্র হতে পাই, AB = 12 সে.মি., BC = 10 সে.মি. এবং ∠ABC = 30°

$\therefore$ △ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \angle ABC$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \frac{1}{2} = 30$ বর্গ সে.মি.

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল ৩০ বর্গ সে.মি.।

---

১৭. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০° এবং ক্ষেত্রফল ২৫ বর্গ সে.মি. হলে, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তর: ধরি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য = a এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 30^\circ$।

$\therefore$ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin \theta$ বর্গ একক

বা, $25 = \frac{1}{2} \times a^2 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times a^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4} a^2$

বা, $a^2 = 100$

$\therefore a = 10$

নির্ণেয় সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি.।

---

১৮. কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৪ সে.মি. ও ৪ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল ৪ বর্গ সে.মি. হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য a = 8 সে.মি. ও b = 4 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল ৪ বর্গ সে.মি.।

ধরি, a ও b বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ = θ

আমরা জানি, $\triangle$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin \theta$

অর্থাৎ, $8 = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin \theta$

বা, $8 = 16 \times \sin \theta$

বা, $\sin \theta = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$

বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ ৩০°।

---

১৯. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. ও ৪ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল $12\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি. হলে, ঐ বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

উত্তর: এখানে, ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 6 সে.মি. ও b = 8 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল $= 12\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি.।
বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta$
অর্থাৎ, $12\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin\theta$
বা, $12\sqrt{2} = 24\sin\theta$
বা, $\sin\theta = \frac{12\sqrt{2}}{24} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ$
$\therefore \theta = 45^\circ$
বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ ৪৫°।

---

২০. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে ১০, ১২ ও x সে.মি.। ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা ১৯ সে.মি. হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে 10 সে.মি., 12 সে.মি. ও x সে.মি. এবং অর্ধপরিসীমা, s = 19 সে.মি.।
শর্তমতে, $\frac{10+12+x}{2} = 19$

---

২১. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৫ সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

উত্তর: এখানে, a = 3 সে.মি., b = 4 সে.মি. এবং c = 5 সে.মি।
$\therefore$ ত্রিভুজটির অর্ধ-পরিসীমা, $s = \dfrac{a+b+c}{2} = \dfrac{3+4+5}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$ সে.মি.
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$
$= \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1}$
$= \sqrt{36}$
$= 6$ বর্গ সে.মি.
নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 6 বর্গ সে.মি.।

---

২২. ত্রিভুজ ABC এর $AB = BC = CA = a$ হলে, দেখাও যে, ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$।

উত্তর: এখানে,
ত্রিভুজ ABC-এ, $AB = BC = CA = a$
$AD \perp BC$ আঁকি।
$\therefore BD = CD = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2}a = \dfrac{a}{2}$
ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $BD^2 + AD^2 = AB^2$
বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$
বা, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{4}}$
বা, $AD = \sqrt{\dfrac{4a^2 - a^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$
$\therefore$ ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2} \times BC \times AD = \dfrac{1}{2} \times a \times \dfrac{\sqrt{3}a}{2} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$
$\therefore$ ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (দেখানো হলো)

---

২৩. $\sqrt{3}$ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \sqrt{3}$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$ বর্গ একক

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times (\sqrt{3})^2$ বর্গ সে.মি.

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 3$ বর্গ সে.মি.

$= 1.3$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 1.3 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

২৪. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $25\sqrt{3}$ সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 25\sqrt{3}$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times (25\sqrt{3})^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 1875$

$= 811.899$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 811.899 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

২৫. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

প্রশ্নমতে, $3a = 12$

বা, $a = \frac{12}{3} = 4$

$\therefore a = 4$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 4^2$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{3} \times 4$ বর্গ সে.মি.

$= 6.928$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 6.928 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

২৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে, এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a

KRITITO KRITITO KRITITO

২৭. একটি সুষম ত্রিভুজের পরিসীমা ২৩ সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, সুষম ত্রিভুজের পরিসীমা, $3a = 23$ সে.মি.

$\therefore$ সুষম ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{23}{3}$ সে.মি.

$\therefore$ সুষম ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$ বর্গ সে.মি.

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times \left(\frac{23}{3}\right)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times \left(\frac{529}{9}\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 25.45$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় সুষম ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 25.45 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

২৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $36\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.। এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: মেন করি, সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য a সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2 = 36\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{4} \times a^2 = 36$ [উভয়পক্ষে $\sqrt{3}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2 = 144 = (12)^2$

$\therefore a = 12$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.।

২৯. সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে, এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$ বর্গ একক

শর্তমতে, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2 = 4\sqrt{3}$

বা, $a^2 = 4\sqrt{3} \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 16$

বা, $a = \sqrt{16}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore a = 4$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 3a$ একক

$= (3 \times 4)$ সে.মি.

$= 12$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 12 সে.মি.।

KRITITO KRITITO KRITITO

৩০. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে, এর পরিসীমা কত?

উত্তর: মেন করি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2 = 6\sqrt{3}$

বা, $a^2 = 24$

বা, $a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমা $= 3a = 3 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$ মিটার

নির্ণেয় পরিসীমা $6\sqrt{6}$ মিটার।

---

৩১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $12\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে, এর পরিসীমা কত?

উত্তর: সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে,

ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a^2 = 12\sqrt{3}$

বা, $a^2 = \frac{12\sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}} = 48$

বা, $a = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 3a = 3 \times 4\sqrt{3}$ মিটার

$= 12\sqrt{3}$ মিটার।

নির্ণেয় পরিসীমা $12\sqrt{3}$ মিটার।

---

৩২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ২ মিটার থেকে বেড়ে ৪ মিটার হলে, ক্ষেত্রফল কতটুকু বাড়বে?

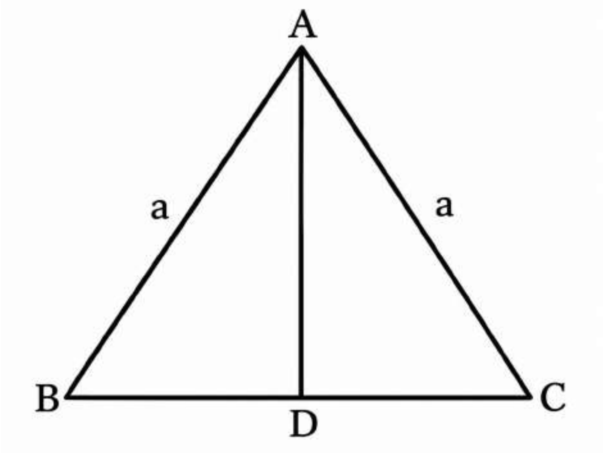
উত্তর: দেওয়া আছে, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a_1 = 2$ মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times a_1^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 2^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 4 = \sqrt{3}$ বর্গ মি.

বাহুর দৈর্ঘ্য বাড়লে ত্রিভুজটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a_2 = 4$ মি.

KRITITO KRITITO KRITITO

৩৩. ত্রিভুজ ABC এর $AB = AC = a$ এবং $BC = b$ হলে, ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



উত্তর: এখানে, ত্রিভুজ ABC এ, $AB = AC = a$ এবং $BC = b$। $AD \perp BC$ আঁকি।
$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = \frac{b}{2}$
সমকোণী ত্রিভুজ ABD-এ, $AD^2 = AB^2 - BD^2$
বা, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$
$= \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$
$= \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$
$= \sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{4}}$
$\therefore AD = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$
$\therefore$ ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$
$= \frac{1}{2} \times b \times \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$
$= \frac{b}{4} \times \sqrt{4a^2 - b^2}$
নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $\frac{b}{4} \times \sqrt{4a^2 - b^2}$।

৩৪. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সে.মি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর: এখানে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 3$ সে.মি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য, $b = 4$ সে.মি।
$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
$= \frac{b}{4} \times \sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক
$= \frac{4}{4} \times \sqrt{4 \times 3^2 - 4^2}$ বর্গ সে.মি.
$= \sqrt{36 - 16}$ বর্গ সে.মি.
$= \sqrt{20}$ বর্গ সে.মি.
$= 2\sqrt{5}$ বর্গ সে.মি.
নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $2\sqrt{5}$ বর্গ সে.মি।

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৮ টি প্রশ্ন

১ **একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সে.মি., 27 সে.মি. এবং পরিসীমা 84 সে.মি.।**

(ক) ত্রিভুজটির অর্ধ-পরিসীমা কত? **২**

উত্তর: এখানে, ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = 84$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{84}{2}$ সে.মি. $= 42$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির অর্ধ-পরিসীমা 42 সে.মি.।

(খ) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **৪**

উত্তর: এখানে, ত্রিভুজের পরিসীমা, $2s = 84$ সে.মি.

অর্ধ-পরিসীমা, $s = 42$ সে.মি.

দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 25$ সে.মি. ও $b = 27$ সে.মি.।

ধরি, ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $= c$

শর্তমতে, $a + b + c = 84$

বা, $25 + 27 + c = 84$

বা, $52 + c = 84$

বা, $c = 84 - 52 = 32$

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{42 \times (42-25) \times (42-27) \times (42-32)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{42 \times 17 \times 15 \times 10}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{107100}$ বর্গ সে.মি. $= 327.26$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 327.26 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

(গ) ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **৪**

উত্তর: এখানে, ত্রিভুজের পরিসীমা $= 84$ সে.মি.

ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 84$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের বাহু, $x = \frac{84}{3}$ সে.মি. $= 28$ সে.মি.

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) x^2$ বর্গ একক

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times (28)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 784$ বর্গ সে.মি.

$= 339.48$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 339.48 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

২ **সামান্তরিক আকৃতির একটি জমির সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45 মিটার এবং 39 মিটার। জমিটির ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 42 মিটার।**

[সিলেট বোর্ড ২০২৪]

(ক) 54 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 9 সে.মি. হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: মেন করি, $ABCD$ রম্বসের ক্ষেত্রফল = 54 বর্গ সে.মি.। রম্বসটির কর্ণ $BD = d_1 = 9$ সে.মি. এবং অপর কর্ণ $AC = d_2$ সে.মি.।

আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল।

রম্বসটির ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{1}{2}\right) d_1 d_2$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{1}{2}\right) d_1 d_2 = 54$

বা, $\frac{1}{2} \times 9 \times d_2 = 54$

বা, $d_2 = \frac{54 \times 2}{9} = 12$

নির্ণেয় অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.।

(খ) বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লঘুদূরত্ব নির্ণয় কর।

উত্তর: মেন করি, $ABCD$ সামান্তরিক আকৃতির জমির সন্নিহিত বাহুদ্বয় $AB = 45$ মিটার এবং $AD = 39$ মিটার। এর ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য, $BD = 42$ মিটার।

ধরি, $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = a = 45$ মি., $AD = BC = c = 39$ মি. এবং কর্ণ $BD = b = 42$ মি.। D ও C হতে AB এর উপর এবং AB এর বর্ধিতাংশের উপর DF ও CE লম্ব টানি।

$\therefore \triangle ABD$ এর অর্ধপরিসীমা,

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{45+42+39}{2}$ মি.

$= \frac{126}{2}$ মি. $= 63$ মি.

$\therefore \triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{\{63(63-45)(63-42)(63-39)\}}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{63 \times 18 \times 21 \times 24}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{571536}$ বর্গ মি. $= 756$ বর্গ মি.

$\therefore \triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times DF$

বা, $756 = \frac{1}{2} \times 45 \times DF$

বা, $45 \times DF = 756 \times 2$

$\therefore DF = \frac{756 \times 2}{45} = 33.6$

অর্থাৎ, সামান্তরিকের উচ্চতা 33.6 মি.

এক্ষেত্রে, সামান্তরিকের উচ্চতা হলো এর বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লঘুদূরত্ব।

নির্ণেয় বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লঘুদূরত্ব 33.6 মিটার।

(গ) জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: 'খ' হতে প্রাপ্ত, সামান্তরিকের উচ্চতা, $DF = CE = 33.6$ মি. এবং $AD = BC = 39$ মি.।

এখন সমকোণী $\triangle BCE$ হতে পাই,

$BE^2 = BC^2 - CE^2$

$= (39)^2 - (33.6)^2 = 1521 - 1128.96 = 392.04$

$\therefore BE = \sqrt{392.04} = 19.8$

$\therefore AE = AB + BE$

$= (45 + 19.8)$ মি. $= 64.8$ মি.

এখন, ACE সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$AC^2 = AE^2 + CE^2$

$= (64.8)^2 + (33.6)^2 = 4199.04 + 1128.96 = 5328$

$\therefore AC = \sqrt{5328} = 72.99$ (প্রায়)

অর্থাৎ সামান্তরিকটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য 72.99 মি. (প্রায়)

নির্ণেয় জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য 72.99 মি. (প্রায়)।

৩ **(i) একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. ও 28 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 32 সে.মি.। (ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $30\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়।**

[দিনাজপুর বোর্ড ২০২৪]

(ক) একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি,
সুষম পঞ্চভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 8$ সে.মি.
এবং বাহুর সংখ্যা, $n = 5$

আমরা জানি, n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{na^2}{4}\right) \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

$\therefore$ সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(5 \times \frac{8^2}{4}\right) \cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 80 \times \cot 36^\circ$ বর্গ সে.মি.

$= 80 \times 1.376$ বর্গ সে.মি. (ক্যালকুলেটরের সাহায্যে)

$= 110.11$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল 110.11 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

(খ) (ii) নং উদ্দীপকের আলোকে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) a^2$ বর্গমিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য $= (a + 4)$ মিটার

এবং ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)(a+4)^2$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)(a+4)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2 = 30\sqrt{3}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\{(a+4)^2 - a^2\} = 30\sqrt{3}$

বা, $(a+4)^2 - a^2 = 30 \times 4$

বা, $a^2 + 8a + 16 - a^2 = 120$

বা, $8a + 16 = 120$

বা, $8a = 120 - 16 = 104$

বা, $a = \frac{104}{8} = 13$

$\therefore a = 13$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times (13)^2$ বর্গমিটার

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times 169$ বর্গমিটার $= 73.18$ বর্গমিটার (প্রায়)

নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 73.18 বর্গমিটার (প্রায়)।

(গ) (i) নং থেকে সামান্তরিকের অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: মনে করি, $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = DC = 36$ সে.মি., $AD = BC = 28$ সে.মি.
এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণ, $BD = 32$ সে.মি.

C ও D হতে AB এর বর্ধিতাংশ ও AB এর উপর যথাক্রমে CE ও DF লম্ব আঁকি।

তাহলে, সামান্তরিকের উচ্চতা $DF = CE$

$\therefore \triangle ABD$ এর অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{AB+BD+AD}{2}$

$= \frac{36+32+28}{2}$ সে.মি.

$= \frac{96}{2}$ সে.মি. $= 48$ সে.মি.

$\therefore s = 48$ সে.মি.

$\therefore \triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s-AB)(s-BD)(s-AD)}$

$= \sqrt{\{48(48-36)(48-32)(48-28)\}}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{48 \times 12 \times 16 \times 20}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{184320}$ বর্গ সে.মি.

$= 429.33$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

আবার, $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{1}{2}\right) AB \times DF$

বা, $429.33 = \frac{1}{2} \times 36 \times DF$

বা, $18 \times DF = 429.33$

বা, $DF = \frac{429.33}{18} = 23.85$

অর্থাৎ, $CE = DF = 23.85$ সে.মি. (প্রায়)

এখন, BCE সমকোণী ত্রিভুজে, $BE^2 + CE^2 = BC^2$

বা, $BE^2 = BC^2 - CE^2 = (28)^2 - (23.85)^2$

$= 784 - 568.8225 = 215.1775$

$\therefore BE = \sqrt{215.1775} \approx 14.67$

$\therefore AE = AB + BE = 36 + 14.67 = 50.67$

আবার, ACE সমকোণী ত্রিভুজ থেকে,

$AC^2 = AE^2 + CE^2 = (50.67)^2 + (23.85)^2$

$= 2567.45 + 568.82 = 3136.27$

$\therefore AC = \sqrt{3136.27} \approx 56$

অর্থাৎ, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 56 সে.মি.।

KRITITO

8 **একটি বৃত্তের পরিধি 44 মিটার।** [সিলেট বোর্ড ২০১৭]

(ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$ মিটার

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক

শর্তমতে, $2\pi r = 44$

বা, $r = \dfrac{44}{2\pi} = \dfrac{44}{2 \times 3.1416} = 7.0028$ (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7.0028 (প্রায়)।

(খ) বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর: মেনে করি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্র $ABCD$।

ক-হতে প্রাপ্ত, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 7.0028$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস, $AC = 2 \times 7.0028$ মিটার $= 14.0056$ মিটার

ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে,

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $AB^2 + AB^2 = AC^2$ $[\because AB = BC]$

বা, $2AB^2 = AC^2$

বা, $AB^2 = \dfrac{AC^2}{2}$

বা, $AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = \dfrac{14.0056}{\sqrt{2}} = 9.903$ (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 9.903 মিটার (প্রায়)।

(গ) বৃত্তের পরিধি একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান হলে এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: ক-হতে প্রাপ্ত, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \dfrac{44}{2\pi}$ মিটার $= \dfrac{22}{\pi}$ মিটার

বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= \pi \times \left(\dfrac{22}{\pi}\right)^2$ বর্গ একক

$= \pi \times \dfrac{484}{\pi^2}$ বর্গমিটার $= \dfrac{484}{\pi}$ বর্গমিটার

বৃত্তের পরিধি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান হলে,

সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 44$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \dfrac{44}{3}$ মিটার

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) a^2$ বর্গ একক

$= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) \times \left(\dfrac{44}{3}\right)^2$ বর্গমিটার

$= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) \times \dfrac{1936}{9}$ বর্গমিটার

$= \dfrac{484\sqrt{3}}{9}$ বর্গমিটার $= \dfrac{484}{3\sqrt{3}}$ বর্গমিটার

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল : সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{484}{\pi} : \frac{484}{3\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} : \pi$$

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : \pi$।

৫ একটি বৃত্তাকার মাঠেকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির বাইরের পরিধি ভিতরের পরিধি অপেক্ষা 22 মিটার বড়। প্রতি বর্গমিটার রাস্তায় ইট বসাতে খরচ হয় 300 টাকা।

[ঢাকা বোর্ড ২০১৭]

(ক) 14 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, $d = 14$ সে.মি.
বৃত্তের পরিধি $= \pi d = 3.1416 \times 14$ সে.মি.
$= 43.982$ সে.মি. (প্রায়)
সুতরাং বৃত্তের পরিধি 43.982 সে.মি. (প্রায়)।

(খ) রাস্তাটি কত মিটার চওড়া নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ r
বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 2\pi r$
এবং রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ R
রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 2\pi R$
রাস্তাটি চওড়া $= R - r$
প্রশ্নমতে, $2\pi R - 2\pi r = 22$
বা, $2\pi(R - r) = 22$
বা, $R - r = \frac{22}{2\pi} = \frac{22}{2 \times 3.1416} = 3.501$ (প্রায়)
সুতরাং রাস্তাটি চওড়া 3.501 মিটার (প্রায়)।

খ নং হতে পাই, রাস্তাটি চওড়া $= 3.501$ মিটার (প্রায়)

(গ) মাঠের ব্যাসার্ধ 35 মিটার হলে, রাস্তাটিতে ইট বসাতে কত খরচ হবে তা নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, মাঠের ব্যাসার্ধ, $r = 35$ মিটার
রাস্তাসহ মাঠের ব্যাসার্ধ, $R = (35 + 3.501)$ মিটার
$= 38.501$ মিটার
বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$
$= 3.1416 \times (35)^2$ বর্গমিটার
$= 3848.46$ বর্গমিটার
রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi R^2 = 3.1416 \times (38.501)^2$ বর্গমিটার
$= 4656.879$ বর্গমিটার (প্রায়)
রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (4656.879 - 3848.46)$ বর্গমিটার
$= 808.419$ বর্গমিটার (প্রায়)
1 বর্গমিটার রাস্তায় ইট বসাতে খরচ হয় 300 টাকা
808.419 বর্গমিটার রাস্তায় ইট বসাতে খরচ হয়
$= (808.419 \times 300)$ টাকা
$= 242525.70$ টাকা (প্রায়)
সুতরাং রাস্তাটিতে ইট বসাতে খরচ হবে 242525.70 টাকা (প্রায়)।

৬ **আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার এবং প্রস্থ 100 মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।**

(ক) উপরের তথ্যটি চিত্রের সাহায়ে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও।

উত্তর: মেনে করি,
$ABCD$ আয়তাকার ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য, $BC = 150$ মিটার এবং
$ABCD$ আয়তাকার ফুলের বাগানের প্রস্থ, $AB = 100$ মিটার।
$ABCD$ আয়তাকার ফুলের বাগানটির ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।

(খ) রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: ক হতে প্রাপ্ত,
$ABCD$ আয়তাকার ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য, $BC = 150$ মিটার
এবং $ABCD$ আয়তাকার ফুলের বাগানের প্রস্থ, $AB = 100$ মিটার
$\therefore$ ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল $= (150 \times 100)$ বগমিটার
$= 15000$ বগমিটার
রাস্তা বাদে ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য $= (150 - 3)$ মিটার $= 147$ মিটার
রাস্তা বাদে ফুলের বাগানের প্রস্থ $= (100 - 3)$ মিটার $= 97$ মিটার
$\therefore$ রাস্তা বাদে ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল $= (147 \times 97)$ বগমিটার $= 14259$ বগমিটার
$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (15000 - 14259)$ বগমিটার
$= 741$ বগমিটার
নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল 741 বগমিটার।

(গ) রাস্তাটি পাকা করতে 25 সে. মি. দৈর্ঘ্য এবং 12.5 সে. মি. প্রস্থবিশিষ্ট কয়টি ইটের প্রয়োজন হবে?

উত্তর: এখানে, ইটের দৈর্ঘ্য $= 25$ সে. মি.
$= \frac{25}{100}$ মিটার $[\because 1$ মিটার $= 100$ সে. মি.$]$
$= 0.25$ মিটার
ইটের প্রস্থ $= 12.5$ সে. মি.
$= \frac{12.5}{100}$ মিটার $[\because 1$ মিটার $= 100$ সে. মি.$]$
$= 0.125$ মিটার
$\therefore$ ইটের ক্ষেত্রফল $= (0.25 \times 0.125)$ বগমিটার
$= 0.03125$ বগমিটার
খ হতে প্রাপ্ত, রাস্তার ক্ষেত্রফল 741 বগমিটার
$\therefore$ রাস্তাটি পাকা করতে ইটের প্রয়োজন $= \frac{741}{0.03125}$ টি
$= 23712$ টি
$\therefore$ রাস্তাটি পাকা করতে 23712 টি ইটের প্রয়োজন হবে।

৭ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 5 মিটার। আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তাকার ক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হেলা।

(ক) উপরের তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক।

উত্তর: মেনে করি, $ABCD$ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BC = 12$ মিটার, প্রস্থ, $AB = 5$ মিটার
$ABCD$ আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে $ABCDE$ বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তাকার ক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হয়েছে।

(খ) বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $ABCD$ আয়তাকার ক্ষেত্রের কর্ণ AC হচ্ছে $ABCDE$ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাস।
ক-হতে প্রাপ্ত, $ABCD$ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BC = 12$ মিটার এবং $ABCD$ আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ, $AB = 5$ মিটার
এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144 = 169$
বা, $AC = \sqrt{169} = 13$
নির্ণেয় বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস 13 মিটার।

(গ) প্রতি বর্গমিটার ঘাস লাগাতে 50 টাকা খরচ হলে, মোট খরচ নির্ণয় কর।

উত্তর: খ-হতে প্রাপ্ত, $ABCDE$ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস 13 মিটার
$\therefore ABCDE$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \dfrac{13}{2} = 6.5$ মিটার
$\therefore ABCDE$ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.1416 \times (6.5)^2$ বর্গমিটার
$= 3.1416 \times 42.25$ বর্গমিটার $= 132.7326$ বর্গমিটার
এখানে, $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BC = 12$ মিটার
এবং $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ, $AB = 5$ মিটার
$\therefore ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (12 \times 5)$ বর্গমিটার $= 60$ বর্গমিটার
$\therefore ABCD$ আয়তক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল
$= (132.7326 - 60)$ বর্গমিটার $= 72.7326$ বর্গমিটার
1 বর্গমিটার ঘাস লাগাতে খরচ হয় 50 টাকা
$\therefore$ 72.7326 বর্গমিটার ঘাস লাগাতে খরচ হয় (72.7326×50) টাকা $= 3636.63$ টাকা
নির্ণেয় মোট খরচ 3636.63 টাকা (প্রায়)।

৮ **একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 1200 বর্গমিটার।**

(ক) x চলকের মাধ্যমে আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= x$ মিটার
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 3x$ মিটার
এবং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2 \times (3x + x)$ মিটার
$= (2 \times 4x)$ মিটার $= 8x$ মিটার
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $8x$ মিটার।

(খ) বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (3x \times x)$ বর্গমিটার $= 3x^2$ বর্গমিটার
শর্তমতে, $3x^2 = 1200$
বা, $x^2 = \frac{1200}{3} = 400$ বা, $x = \sqrt{400} = 20$
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 20$ মিটার
এবং আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (3 \times 20)$ মিটার $= 60$ মিটার
আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2 \times (60 + 20)$ মিটার
$= (2 \times 80)$ মিটার $= 160$ মিটার
যেহেতু বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান
সেহেতু বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 160$ মিটার
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{160}{4}$ মিটার $= 40$ মিটার
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (40)^2$ বর্গমিটার $= 1600$ বর্গমিটার
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 1600 বর্গমিটার।

(গ) আয়তাকারক্ষেত্রের বাইরে চতুর্দিকে 1.5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করতে 25×12.5 বর্গ সে.মি. তলবিশিষ্ট ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

উত্তর: রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য
$= (60 + 2 \times 1.5)$ মিটার
$= (60 + 3)$ মিটার $= 63$ মিটার
রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= (20 + 2 \times 1.5)$ মিটার
$= (20 + 3)$ মিটার $= 23$ মিটার
$\therefore$ রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (63 \times 23)$ বর্গমিটার
$= 1449$ বর্গমিটার
$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (1449 - 1200)$ বর্গমিটার
$= 249$ বর্গমিটার
ইটের ক্ষেত্রফল $= 25 \times 12.5$ বর্গ সে.মি.
$= 312.5$ বর্গ সে.মি.
$= \frac{312.5}{10000}$ বর্গমিটার $= 0.03125$ বর্গমিটার
রাস্তাটি তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা $= \frac{249}{0.03125}$ টি $= 7968$ টি
$\therefore$ ইটের সংখ্যা 7968 টি

কৃতিত্ব

প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC 2027 ব্যাচ

গণিত — সম্পূর্ণ বইয়ের সাজেশন

পরিসংখ্যান অধ্যায় (Statistics) — কেন্দ্রীয় প্রবণতা: গড়, মধ্যক, প্রচুরক

বহুনির্বাচনি (ব্যাখ্যাসহ) + অনুশীলনী সমস্যা ও সমাধান + সৃজনশীল প্রশ্ন (লেখচিত্রসহ)

BATCH
SSC 27

SUBJECT
গণিত (Mathematics)

CHAPTER
পরিসংখ্যান (Statistics)

QUESTION TYPES
MCQ · Problems · CQ (Charts)

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (ব্যাখ্যাসহ)

10 × ১ = 10

শ্রেণি	11-20	21-30	31-40	41-50
গণসংখ্যা	4	18	22	16

১৯৫. নিচের ছকটি পড় এবং ১৯৫ ও ১৯৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
উপরোক্ত উদ্দীপকে মধ্যক কোন শ্রেণিতে?

ক. 11 – 20
খ. 21 – 30
গ. 31 – 40 ✓
ঘ. 41 – 50

ব্যাখ্যা:
এখানে, n=60 এবং n/2=30। অতএব, মধ্যক হলো 30তম পদের মান। 31তম পদের অবস্থান হবে (31–40) শ্রেণিতে।

১৯৬. প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা কোনটি?

ক. 41
খ. 31 ✓
গ. 21
ঘ. 11

ব্যাখ্যা:
যে শ্রেণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক, সেই শ্রেণিতে প্রচুরক শ্রেণি অবস্থিত। প্রচুরক শ্রেণি (31–40) ∴ প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা 31।

১৯৭. মধ্যক কত?

ক. 31
খ. 32.8
গ. 34.63 ✓
ঘ. 35.5

ব্যাখ্যা:
এখানে, L=31, n=30, n/2=30, Fc=22, fm=22, h=10। মধ্যক = L+(n/2−Fc)×h/fm = 31+(30−22)×10/22 = 34.63

১৯৮. 13, 19, 17, 14, 16, 15, 18, 20 প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় কত?

ক. 15.5
খ. 16.5 ✓
গ. 17.5
ঘ. 18.75

ব্যাখ্যা:
গাণিতিক গড় = (13+19+17+14+16+15+18+20)/8 = 132/8 = 16.5

১৯৯. 13, 19, 17, 14, 16, 15, 18, 20 প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক কোনটি?

ক. 8.5
খ. 9.5
গ. 15.5
ঘ. 16.5 ✓

ব্যাখ্যা:
উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই: 13,14,15,16,17,18,19,20 ∴ মধ্যক = (16+17)/2 = 16.5

২০০. নিচের কোনটি সঠিক?

ক. প্রচুরক = $L - f_1/(f_1+f_2) \times h$
খ. প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) + h$
গ. প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) - h$
ঘ. প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) \times h$ ✓

ব্যাখ্যা:
প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র: প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) \times h$

২০১. 5, 11, 13, 6, 13, 6, 11, 9, 6 সংখ্যাগুলোর মধ্যে প্রচুরক কোনটি?

ক. 6 ✓
খ. 9
গ. 11
ঘ. 13

ব্যাখ্যা:
যেহেতু সংখ্যাগুলোর মধ্যে 6 সর্বাধিক বার (৩ বার) আছে, সেহেতু প্রচুরক = 6

২০২. অজিভ রেখার ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. ঊর্ধ্বগামী ✓
খ. নিম্নগামী
গ. সমান্তরাল
ঘ. উলম্ব

ব্যাখ্যা:
অজিভ রেখা সর্বদা ঊর্ধ্বগামী।

২০৩. গণসংখ্যা সারণি প্রস্তুত করতে হলে, প্রথমে কোনটি প্রয়োজন?

ক. শ্রেণিসংখ্যা
খ. শ্রেণি ব্যবধান
গ. পরিসর ✓
ঘ. গণসংখ্যা

ব্যাখ্যা:
গণসংখ্যা সারণির জন্য সর্বপ্রথম পরিসর নির্ণয় করা প্রয়োজন।

২০৪. নিচের কোনটি বিচ্ছিন্ন চলক?

ক. বয়স
খ. উচ্চতা
গ. ওজন
ঘ. জনসংখ্যা ✓

ব্যাখ্যা:
বিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হয় তা বিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: জনসংখ্যা। অবিচ্ছিন্ন চলক: যে সকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: বয়স, উচ্চতা, ওজন, তাপমাত্রা।

অনুশীলনী সমস্যা ও সমাধান

20 টি সমস্যা

প্রশ্ন ১। কোনো উপাত্তের পরিসর 55 এবং সর্বনিম্ন মান 43 হলে, সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

সমাধান:
এখানে, উপাত্তের পরিসর=55, সর্বনিম্ন মান=43
আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ মান − সর্বনিম্ন মান) + 1
বা, 55 = (সর্বোচ্চ মান − 43) + 1
বা, 55−1 = সর্বোচ্চ মান − 43
∴ সর্বোচ্চ মান = 97
সুতরাং, উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 97

প্রশ্ন ২। কোনো শ্রেণির মধ্যমান 47.5 এবং উচ্চসীমা 51 হলে, ঐ শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান:
দেওয়া আছে, শ্রেণির মধ্যমান = 47.5 এবং উচ্চসীমা = 51
আমরা জানি, শ্রেণির মধ্যমান = (শ্রেণির নিম্নসীমা + শ্রেণির উচ্চসীমা)/2
বা, 47.5 = (শ্রেণির নিম্নসীমা+51)/2
বা, 95 = শ্রেণির নিম্নসীমা + 51
বা, 95−51 = শ্রেণির নিম্নসীমা
∴ শ্রেণির নিম্নসীমা = 44

প্রশ্ন ৩। কোনো উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 89 এবং সর্বনিম্ন মান 50 হলে শ্রেণি ব্যবধান কত হবে, যখন শ্রেণিসংখ্যা 8।

সমাধান:
এখানে, সর্বোচ্চ মান=89, সর্বনিম্ন মান=50
∴ পরিসর = (সর্বোচ্চ মান−সর্বনিম্ন মান)+1 = (89−50)+1 = 39+1 = 40
আমরা জানি, শ্রেণিসংখ্যা = পরিসর/শ্রেণি ব্যবধান
∴ শ্রেণি ব্যবধান = পরিসর/শ্রেণিসংখ্যা = 40/8 = 5
নির্ণেয় শ্রেণি ব্যবধান 5

প্রশ্ন ৪। নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর নির্বাচনি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো: 67,71,77,65,72,80,84,80,61,62,83,82,72,81,67,68,80,75,64,72,71,75,83,80,81,67,74,88,69,80। 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান:
প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান=88 এবং সর্বনিম্ন মান=61
∴ পরিসর = (সর্বোচ্চ মান−সর্বনিম্ন মান)+1 = (88−61)+1 = 27+1 = 28
দেওয়া আছে, শ্রেণি ব্যবধান = 5
∴ শ্রেণির সংখ্যা = পরিসর/শ্রেণি ব্যবধান = 28/5 = 5.6 বা 6
সুতরাং, 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা 6 টি।

প্রশ্ন ৫। নিচে একটি সারণি দেওয়া হলো:
শ্রেণিব্যাপ্তি: 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 71-80, 81-90, 91-100
গণসংখ্যা: 4, 10, 18, 23, 13, 9, 3
সূত্রের সাহায্যে উদ্দীপকের পরিসর ও শ্রেণিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান:
সূত্রের সাহায্যে উদ্দীপকের পরিসর
= (সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা − প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা) + 1
= (100−31)+1 = 69+1 = 70
প্রথম শ্রেণির শ্রেণিসীমা = (40−31)+1 = 9+1 = 10
যেহেতু প্রদত্ত উপাত্তের প্রত্যেক শ্রেণির শ্রেণিসীমা সমান, সুতরাং প্রদত্ত উপাত্তের শ্রেণিসীমা 10
নির্ণেয় পরিসর 70 এবং শ্রেণিসীমা 10

প্রশ্ন ৬। ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কাকে বলে?

সমাধান:
কোনো শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী শ্রেণিগুলোর গণসংখ্যার যোগফলকে ঐ শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা বলে।

প্রশ্ন ৭। ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের সারণি দেওয়া হলো:
ওজন (কেজি): 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 71-80, 81-90
শিক্ষার্থীর সংখ্যা: 6, 8, 13, 10, 8, 5
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

সমাধান:
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

ওজন(কেজি)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31–40	6	6
41–50	8	14
51–60	13	27
61–70	10	37
71–80	8	45
81–90	5	50
মোট	n=50	

প্রশ্ন ৮। গণসংখ্যা বহুভুজ কাকে বলে?

সমাধান:
কোনো শ্রেণির উপরের শ্রেণি ব্যবধানের বিপরীতে মধ্যমানগুলোর নির্দেশিত বিন্দুসমূহকে রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করে যে লেখচিত্রটি পাওয়া যায়, তা হলো গণসংখ্যা বহুভুজ।

প্রশ্ন ৯। অজিভ রেখা কী?

সমাধান:
কোনো উপাত্তের শ্রেণি বিন্যাসের পর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা x-অক্ষ বরাবর এবং শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা y-অক্ষ বরাবর স্থাপন করে যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাই অজিভ রেখা।

প্রশ্ন ১০। 19, 21, 26, 13, 11, 27, x, 29 সংখ্যাগুলোর গড় 16.5 হলে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:
প্রদত্ত সংখ্যাগুলো: 19,21,26,13,11,27,x,29
এখানে, মোট সংখ্যা, n=8
∴ সংখ্যাগুলোর গড় = সংখ্যাগুলোর সমষ্টি/মোট সংখ্যা
বা, 16.5 = (19+21+26+13+11+27+x+29)/8
বা, 16.5 = (146+x)/8 বা, 132 = 146+x
∴ x = 132−146 = −14
নির্ণেয় মান: x = −14

প্রশ্ন ১১। 10, 16, 14, 18, 26, 30, 28, 22 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান:
প্রদত্ত উপাত্তসমূহকে মানের ঊর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই: 10,14,16,18,22,26,28,30
এখানে, মোট উপাত্ত সংখ্যা, n=8; যা একটি জোড় সংখ্যা।
∴ মধ্যক = [(n/2)তম পদ + (n/2+1)তম পদ]/2 = [4তম পদ+5তম পদ]/2 = (18+22)/2 = 20
নির্ণেয় মধ্যক 20

প্রশ্ন ১২। কোনো একটি তথ্যসারির ঊর্ধ্বক্রমে সাজানো মান 11, 13, y, 19, 21, x, 26, 27, z ও 29 এর মধ্যক 23.5 হলে x এর মান বের কর।

সমাধান:
তথ্যসারির ঊর্ধ্বক্রমে সাজানো মানগুলো হলো: 11,13,y,19,21,x,26,27,z,29
তথ্যসারিতে মোট মান = 10, যা একটি জোড় সংখ্যা।
দেওয়া আছে, তথ্যগুলোর মধ্যক = 23.5
∴ মধ্যক = [(n/2)তম পদ+(n/2+1)তম পদ]/2
বা, 23.5 = [5তম পদ+6তম পদ]/2
বা, 23.5 = (21+x)/2
বা, 21+x = 47
∴ x = 26
নির্ণেয় x = 26

প্রশ্ন ১৩। প্রচুরক বলতে কী বোঝ?

সমাধান:
কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিকবার উপস্থিত হয়, সেই সংখ্যাই উপাত্তের প্রচুরক। একটি উপাত্তের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে। কোনো উপাত্তে যদি কোনো সংখ্যাই সর্বাধিকবার না থাকে, তবে সেই উপাত্তে কোনো প্রচুরক নেই।

প্রশ্ন ১৪। নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:
প্রাপ্ত নম্বর: 66-70, 71-75, 76-80, 81-85, 86-90, 91-95
গণসংখ্যা: 4, 6, 9, 13, 7, 5
প্রদত্ত সারণি হতে প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

সমাধান:
এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 13 রয়েছে (81–85) শ্রেণিতে।
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি (81–85)।
অতএব, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (76–80)
∴ (76–80) শ্রেণির মধ্যবিন্দু = (76+80)/2 = 156/2 = 78
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (76–80) এর মধ্যবিন্দু 78।

প্রশ্ন ১৫। কোনো নিবেশনের ক্ষেত্রে, L=55, f_1=5, f_2=7 এবং h=10 হলে, প্রচুরক কত?

সমাধান:
এখানে, L=55, f_1=5, f_2=7 এবং h=10
আমরা জানি, প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) \times h$ = 55 + 5/(5+7)×10 = 55+50/12 = 55+4.17 = 59.17 ≈ 59.2
নির্ণেয় প্রচুরক 59.2

প্রশ্ন ১৬। 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:
প্রাপ্ত নম্বর: 45-49, 50-54, 55-59, 60-64, 65-69, 70-74
গণসংখ্যা: 4, 8, 10, 20, 12, 6
প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

সমাধান:
এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 বার আছে (60–64) শ্রেণিতে।
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি (60–64)।
এখানে, L=60, f_1=20−10=10, f_2=20−12=8, h=5
প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) \times h$ = 60 + 10/(10+8)×5 = 60+50/18 = 60+2.78 = 62.78
নির্ণেয় প্রচুরক 62.78

প্রশ্ন ১৭। নিচে 20 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো (পূর্ণ নম্বর 100):
70,40,60,55,80,70,78,78,60,62,55,40,62,55,80,70,38,60,61,90
প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

সমাধান:
উপাত্তের পরিধি বা পরিসর = (সর্বোচ্চ মান−সর্বনিম্ন মান)+1 = (90−38)+1 = 53
শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরলে শ্রেণি সংখ্যা = 53/5 = 10.6 ≈ 11
শ্রেণি ব্যবধান 5 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ:

প্রাপ্ত নম্বর	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা					
38–42					3		
43–47	—	0					
48–52	—	0					
53–57					3		
58–62							6
63–67	—	0					
68–72					3		
73–77	—	0					
78–82						4	
83–87	—	0					
88–92			1				
মোট		n=20					

প্রশ্ন ১৮। নিচে 40 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো (পূর্ণ নম্বর 100):
70,40,35,60,55,58,45,60,65,80,70,46,50,60,65,70,58,60,48,70,36,85,60,50,46,65,55,61,72,85,90,68,65,50,40,56,60,65,46,76
প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

সমাধান:
উপাত্তের পরিধি = (সর্বোচ্চ−সর্বনিম্ন)+1 = (90−35)+1 = 55+1 = 56
শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরা হলে, শ্রেণি সংখ্যা = 56/5 = 11.2 বা 12 [দশমিক এলে পরবর্তী পূর্ণসংখ্যা নিতে হয়]

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35–39	2	2
40–44	2	4
45–49	5	9
50–54	3	12
55–59	5	17
60–64	7	24
65–69	6	30
70–74	5	35
75–79	1	36
80–84	1	37
85–89	2	39
90–94	1	40

প্রশ্ন ১৯। কোনো এক শীত মৌসুমে শ্রীমঙ্গলে জানুয়ারি মাসের ৩১ দিনের সর্বনিম্ন তাপমাত্রা ডিগ্রি সেলসিয়াসে নিচে দেওয়া হলো। সর্বনিম্ন তাপমাত্রার গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।
14,14,14,13,12,13,10,10,11,12,11,10,9,8,9,11,10,10,8,9,7,6,6,6,7,8,8,9,9,8,7

সমাধান:
এখানে তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 6 ও বড় সংখ্যা 14।
সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (14−6)+1 = 9
এখন শ্রেণি ব্যবধান 3 নেওয়া হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে 9/3 বা 3
শ্রেণি ব্যবধান 3 নিয়ে তিন শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যাস করলে গণসংখ্যা (ঘটন সংখ্যাও বলা হয়) নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ:

তাপমাত্রা(সেলসিয়াস)	গণসংখ্যা
6°–8°	11
9°–11°	13
12°–14°	7
মোট	31

প্রশ্ন ২০। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের একটি সারণির অংশবিশেষ (উৎসের ছবিতে প্রথম কয়েকটি শ্রেণি অন্তর্ভুক্ত হয়নি):
শ্রেণিব্যাপ্তি | শ্রেণি মধ্যমান(x_i) | গণসংখ্যা(f_i) | ধাপ বিচ্যুতি(u_i) | f_iu_i
65-74 | 69.5 | 30 | 1 | 30
75-84 | 79.5 | 16 | 2 | 32
85-94 | 89.5 | 4 | 3 | 12
মোট | | n=100 | | Σf_iu_i=24

সমাধান:
উৎসের ছবিতে এই সারণির শুরুর কয়েকটি শ্রেণি (u_i=0,−1,−2 ইত্যাদি সংবলিত সারি এবং অনুমিত গড় a) দৃশ্যমান ছিল না, তাই সম্পূর্ণ ধাপ-বিচ্যুতি পদ্ধতির চূড়ান্ত গণনা এখানে দেখানো সম্ভব হয়নি। প্রদত্ত অংশ থেকে যা পাওয়া যাচ্ছে: n=100 এবং Σf_iu_i=24, যা "সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড়" নির্ণয়ের সূত্র $\bar{x}=a+(\Sigma f_iu_i/n)\times h$ প্রয়োগের চূড়ান্ত ধাপে ব্যবহৃত হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (লেখচিত্রসহ সমাধান)

7 টি প্রশ্ন

১. 80 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিচে দেওয়া হলো:
প্রাপ্ত নম্বর: 11-20, 21-30, 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 71-80, 81-90, 91-100
গণসংখ্যা: 6, 16, 12, 13, 20, 5, 4, 3, 1 ঢাকা বোর্ড ২০২৪

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর।

ক-উত্তর:
এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 বার আছে (51–60) শ্রেণিতে।
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি (51–60)।
∴ (51–60) শ্রেণির মধ্যবিন্দু = (51+60)/2 = 111/2 = 55.5
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান 55.5

খ. মধ্যক নির্ণয় কর।

খ-উত্তর:
মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11–20	6	6
21–30	16	22
31–40	12	34
41–50	13	47
51–60	20	67
61–70	5	72
71–80	4	76
81–90	3	79
91–100	1	80
মোট	n=80	

এখানে, n=80 এবং n/2=80/2=40
অতএব, মধ্যক হলো 40তম পদের মান। 40তম পদের অবস্থান (41–50) শ্রেণিতে।
সুতরাং, মধ্যক শ্রেণি (41–50)।
∴ মধ্যক = L + (n/2−Fc) × h/fm
এখানে, L=41, n/2=40, fm=13, Fc=34, h=10
= 41 + (40−34)×10/13 = 41+60/13 = 41+4.62 = 45.62
নির্ণেয় মধ্যক 45.62

গ. বর্ণনাসহ উল্লিখিত উপাত্ত হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

গ-উত্তর:
গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	শ্রেণির মধ্যমান	গণসংখ্যা
11–20	15.5	6
21–30	25.5	16
31–40	35.5	12
41–50	45.5	13
51–60	55.5	20
61–70	65.5	5
71–80	75.5	4
81–90	85.5	3
91–100	95.5	1

n=80

ছক কাগজের x-অক্ষে 1 ঘর = শ্রেণির মধ্যমানের 2 একক এবং y-অক্ষে 1 ঘর = গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো:

২. দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষায় 32 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:
72,48,37,56,67,74,82,36,45,42,66,55,72,86,51,69,77,91,62,79,38,53,60,74,58,65,72,73,56,42,85,54 যশোর বোর্ড ২০২৪

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

ক-উত্তর:
প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন মান = 36 এবং সর্বোচ্চ মান = 91
∴ উপাত্তের পরিসর = (সর্বোচ্চ মান−সর্বনিম্ন মান)+1 = (91−36)+1 = 55+1 = 56
দেওয়া আছে, শ্রেণিব্যাপ্তি = 7
∴ শ্রেণি সংখ্যা = পরিসর/শ্রেণিব্যাপ্তি = 56/7 = 8
শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে 8টি শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যাস করলে গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি হবে নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
36–42	5
43–49	2
50–56	6
57–63	3
64–70	4
71–77	7
78–84	2
85–91	3
মোট	n=32

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

খ-উত্তর:
সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান(x_i)	গণসংখ্যা(f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i=(x_i-a)/h$	f_iu_i
36–42	39	5	−4	−20
43–49	46	2	−3	−6
50–56	53	6	−2	−12
57–63	60	3	−1	−3
64–70	67=a	4	0	0
71–77	74	7	1	7
78–84	81	2	2	4
85–91	88	3	3	9

মোট		n=32		$\Sigma f_i u_i = -21$

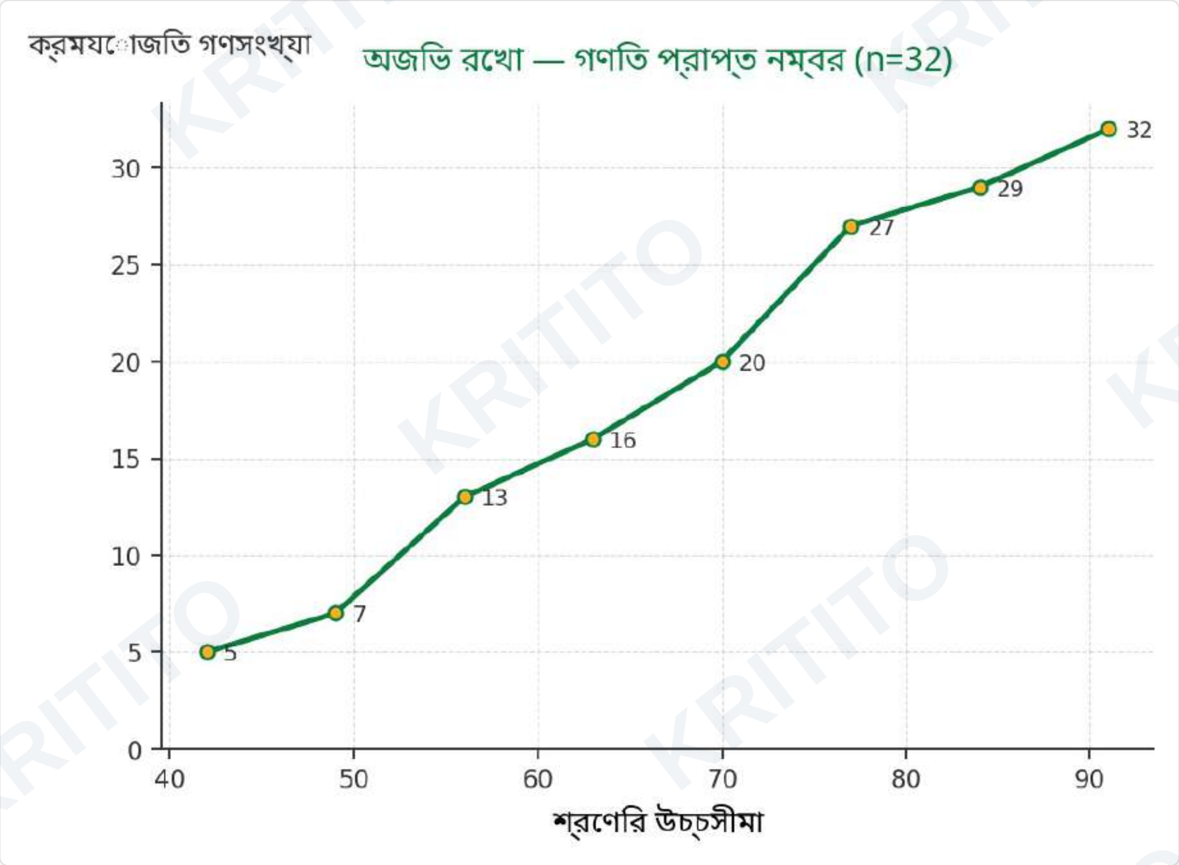
গড়, $\bar{x} = a + (\Sigma f_i u_i / n) \times h$
এখানে, a=67, n=32, $\Sigma f_i u_i = -21$, h=7
$= 67 + (-21/32) \times 7 = 67 - 147/32 = 67 - 4.6 = 62.4$
নির্ণেয় গড় = 62.4

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

গ-উত্তর:
অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36–42	35–42	5	5
43–49	42–49	2	7
50–56	49–56	6	13
57–63	56–63	3	16
64–70	63–70	4	20
71–77	70–77	7	27
78–84	77–84	2	29
85–91	84–91	3	32
মোট		n=32	

ছক কাগজের x-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 5 ঘর = শ্রেণির উচ্চসীমার 7 একক এবং y-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 1 ঘর = ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো:



৩. নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:
55,40,35,60,58,45,60,57,46,50,60,65,48,60,36,58,50,60,47,43,52,61,65,50,68,40,56,54,60,46 **বরিশাল বোর্ড ২০২৪**

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 হলে, শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর।

ক-উত্তর:
প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 68 এবং সর্বনিম্ন মান 35
∴ পরিসর = (সর্বোচ্চ মান−সর্বনিম্ন মান)+1 = (68−35)+1 = 34
দেওয়া আছে, শ্রেণিব্যাপ্তি = 5
∴ শ্রেণি সংখ্যা = পরিসর/শ্রেণিব্যাপ্তি = 34/5 = 6.8 বা 7
সুতরাং, শ্রেণিব্যাপ্তি 5 হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে 7।

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর।

খ-উত্তর:

'ক' হতে পাই, শ্রেণিব্যাপ্তি=5 এবং শ্রেণিসংখ্যা=7
শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35–39	2	2
40–44	3	5
45–49	5	10
50–54	5	15
55–59	5	20
60–64	7	27
65–69	3	30
মোট	n=30	

এখানে, n=30 এবং n/2=15
অতএব, মধ্যক হলো 15তম পদের মান। 15তম পদের অবস্থান (50–54) শ্রেণিতে। সুতরাং, মধ্যক শ্রেণি (50–54)।
∴ মধ্যক = L + (n/2−Fc) × h/fm
এখানে, L=50, n/2=15, fm=5, Fc=10, h=5
= 50 + (15−10)×(5/5) = 50+5 = 55
নির্ণেয় মধ্যক 55
[লক্ষণীয়: এক্ষেত্রে প্রাপ্ত মধ্যক 55, যা মধ্যক শ্রেণি (50–54) এর ঊর্ধ্বসীমার বাইরে পড়ে — উৎস-সারণিতেই এই ফলাফল উল্লেখ করা হয়েছে।]

গ. বর্ণনাসহ সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকো।

গ-উত্তর:
অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35–39	34–39	2	2
40–44	39–44	3	5
45–49	44–49	5	10
50–54	49–54	5	15
55–59	54–59	5	20
60–64	59–64	7	27
65–69	64–69	3	30
মোট		n=30	

ছক কাগজের x-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 5 ঘর = শ্রেণির উচ্চসীমার 7 একক এবং y-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 1 ঘর = ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো:

৪. দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:
ওজন(কেজি): 45-49, 50-54, 55-59, 60-64, 65-69, 70-74
শিক্ষার্থীর সংখ্যা: 6, 9, 17, 12, 10, 6 **দিনাজপুর বোর্ড ২০২৪**

ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর।

ক-উত্তর:
মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

ওজন(কেজি)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45–49	6	6
50–54	9	15
55–59	17	32
60–64	12	44
65–69	10	54
70–74	6	60
মোট	n=60	

এখানে, n=60 এবং n/2=30
অতএব, মধ্যক হলো 30তম পদের মান। 30তম পদের অবস্থান (55–59) শ্রেণিতে।
∴ মধ্যক শ্রেণি (55–59) এর নিম্নসীমা 55।

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

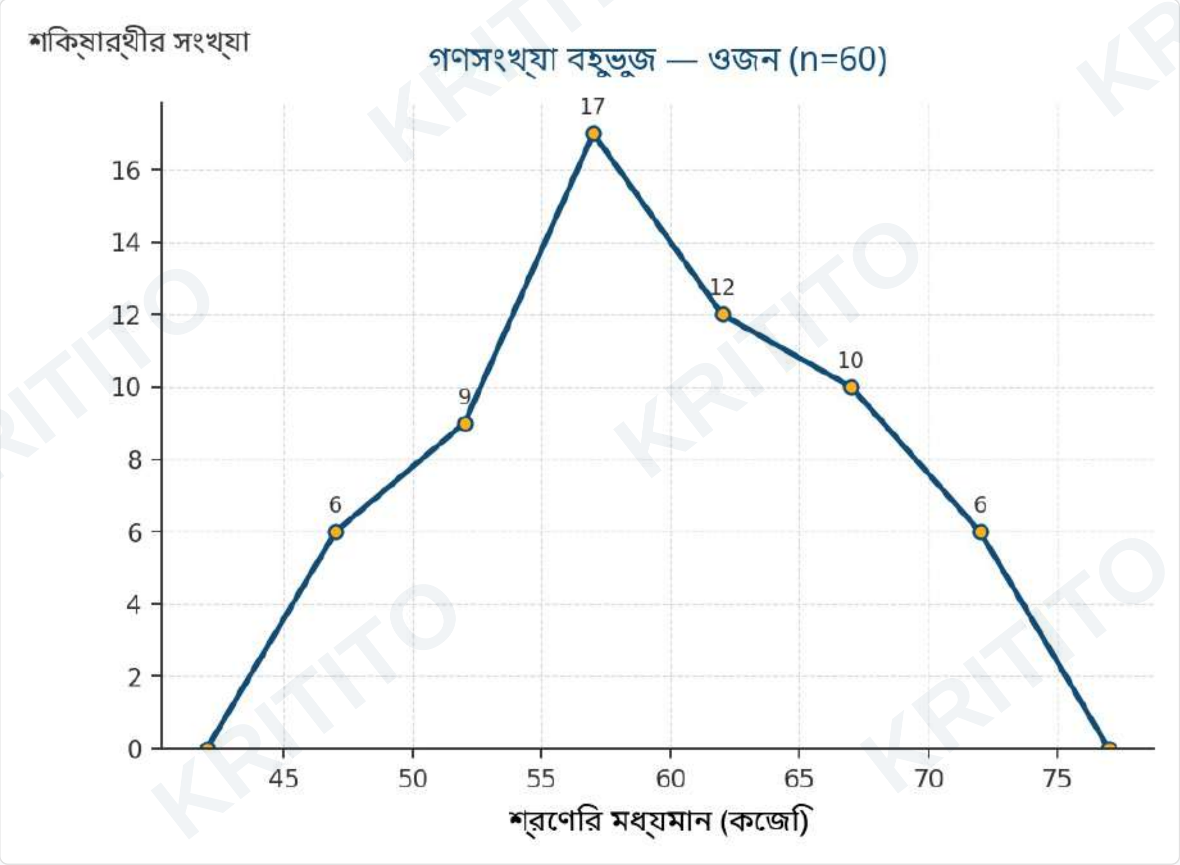
খ-উত্তর:
সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

মধ্যমান(x_i)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা(f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i=(x_i-a)/h$	f_iu_i
47	6	−2	−12
52	9	−1	−9
57=a	17	0	0
62	12	1	12
67	10	2	20
72	6	3	18
মোট n=60			$\Sigma f_iu_i=29$

এখানে, a=57, n=60, $\Sigma f_iu_i=29$, h=5
∴ গড়, $\bar{x} = a + (\Sigma f_iu_i/n)\times h = 57+(29/60)\times5 = 57+145/60 = 57+2.42 = 59.42$
নির্ণেয় গড় = 59.42

গ. সারণি হতে বিবরণসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

গ-উত্তর:
'খ' এর সারণি ব্যবহার করে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো।
ছক কাগজের x-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 1 ঘর = শ্রেণির মধ্যমানের 1 একক এবং y-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 2 ঘর = গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো:



৫. ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের সারণি নিম্নরূপ:
ওজন(কেজি): 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 71-80, 81-90
শিক্ষার্থী সংখ্যা: 6, 8, 13, 10, 8, 5 সিলেট বোর্ড ২০২৩

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

ক-উত্তর:
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

ওজন(কেজি)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31–40	6	6
41–50	8	14
51–60	13	27
61–70	10	37
71–80	8	45
81–90	5	50
মোট	n=50	

খ. সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর।

খ-উত্তর:
এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 13 আছে (51–60) শ্রেণিতে।
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি (51–60)।
∴ প্রচুরক = $L + f_1/(f_1+f_2) \times h$
এখানে, $L=51$, $f_1=13-8=5$, $f_2=13-10=3$, $h=10$
$= 51+5/(5+3)\times10 = 51+50/8 = 51+6.25 = 57.25$
নির্ণেয় প্রচুরক 57.25

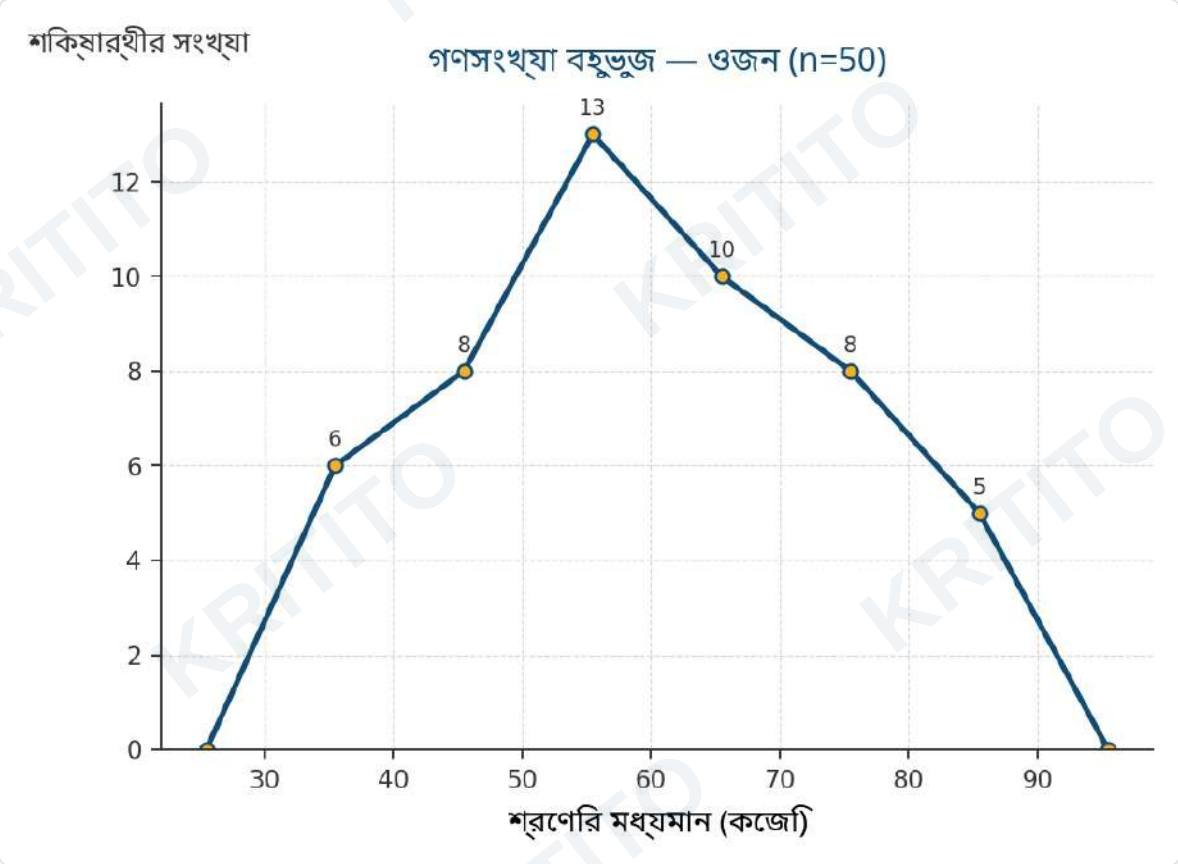
গ. বিবরণসহ সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

গ-উত্তর:
গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

ওজন(কেজি)	মধ্যমান	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
31–40	35.5	6
41–50	45.5	8
51–60	55.5	13
61–70	65.5	10
71–80	75.5	8

81–90	85.5	5
মোট		n=50

ছক কাগজের x-অক্ষে 1 ঘর = শ্রেণির মধ্যমানের 2 একক এবং y-অক্ষে 2 ঘর = শিক্ষার্থীর সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো:



৬. দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর জীববিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:
শ্রেণিব্যাপ্তি: 34-43, 44-53, 54-63, 64-73, 74-83, 84-93
গণসংখ্যা: 6, 8, 5, 9, 5, 7 **দিনাজপুর বোর্ড ২০২৩**

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

ক-উত্তর:
প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণিতে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 9 আছে (64–73) শ্রেণিতে।
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি (64–73)
অতএব, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (54–63) এর মধ্যবিন্দু = (54+63)/2 = 117/2 = 58.5
সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (54–63) এর মধ্যবিন্দু 58.5

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

খ-উত্তর:
সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান(x_i)	গণসংখ্যা(f_i)	$u_i=(x_i-a)/h$	f_iu_i
34–43	38.5	6	−3	−18
44–53	48.5	8	−2	−16
54–63	58.5	5	−1	−5
64–73	68.5=a	9	0	0
74–83	78.5	5	1	5
84–93	88.5	7	2	14
মোট		n=40		$\Sigma f_iu_i=-20$

∴ গড়, $\bar{x} = a + (\Sigma f_iu_i/n) \times h = 68.5+(-20/40)\times10 = 68.5-200/40 = 68.5-5 = 63.5$
নির্ণেয় গড় = 63.5

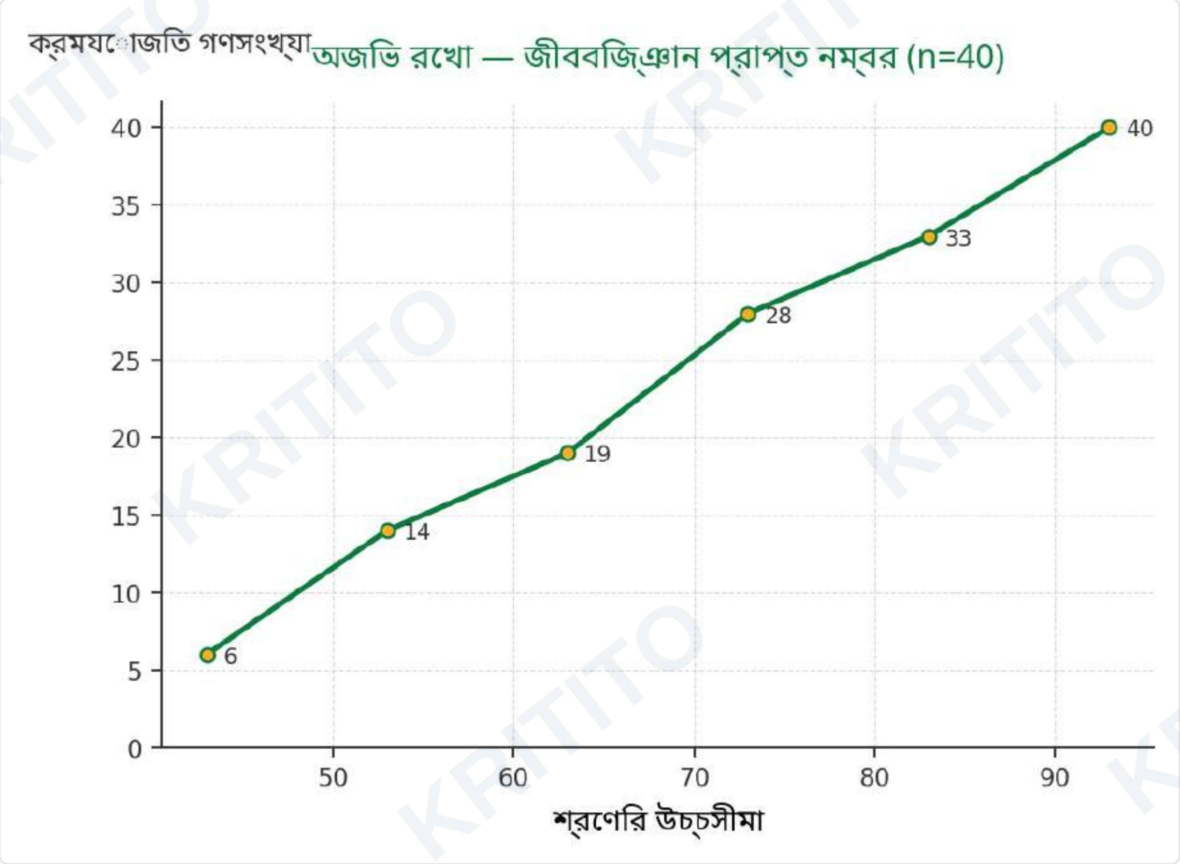
গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

গ-উত্তর:
অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

34–43	33–43	6	6
44–53	43–53	8	14
54–63	53–63	5	19
64–73	63–73	9	28
74–83	73–83	5	33
84–93	83–93	7	40
মোট		n=40	

ছক কাগজের x-অক্ষে 1 ঘর = শ্রেণির উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষে 1 ঘর = ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো:



৭. তাপমাত্রা পরিবর্তনশীল। বাংলাদেশে সাধারণত জানুয়ারি মাসের ১ম সপ্তাহে এবং জুন মাসের ৪র্থ সপ্তাহে তাপমাত্রা বেশি থাকে। ৫২ সপ্তাহের তাপমাত্রা ডিগ্রি সেলসিয়াস এককে নিম্নরূপ:
35,30,27,42,20,19,27,36,39,14,15,38,37,40,40,20,21,24,33,30,29,21,19,31,28,26,32,30,22,23,24,41,26,17,19,21,23,8,13,23,24,20,32,11,17

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর।

ক-উত্তর:
এখানে, তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 7 এবং বড় সংখ্যা 42।
পরিসর = (42−7)+1 = 35+1 = 36
শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা = 36/5 = 7.2 বা 8
নির্ণেয় শ্রেণি সংখ্যা 8।

খ. প্রদত্ত উপাত্তসমূহকে সারণি আকারে প্রকাশ করে সারণি থেকে তাপমাত্রার গড় নির্ণয় কর।

খ-উত্তর:
শ্রেণিব্যাপ্তি 5 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু(x_i)	গণসংখ্যা(f_i)	f_ix_i
6–10	8	4	32
11–15	13	5	65
16–20	18	8	144
21–25	23	13	299
26–30	28	9	252
31–35	33	5	165
36–40	38	6	228
41–45	43	2	86
মোট		n=52	Σf_ix_i=1271

গড়, $\bar{x} = \Sigma f_i x_i / n = 1271/52 = 24.44$
নির্ণেয় গড় 24.44

গ. উপরে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কনের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ-উত্তর:
'খ' এর সারণির শ্রেণিব্যাপ্তি বিচ্ছিন্ন। গণসংখ্যা নিবেশন সারণি অবিচ্ছিন্ন করে পাই:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
6–10	5.5–10.5	4
11–15	10.5–15.5	5
16–20	15.5–20.5	8
21–25	20.5–25.5	13
26–30	25.5–30.5	9
31–35	30.5–35.5	5
36–40	35.5–40.5	6
41–45	40.5–45.5	2
মোট		n=52

ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ = 1 একক ধরে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি ও গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ (হিস্টোগ্রাম) আঁকা হলো। আয়তলেখ হতে দেখা যায় যে, গণসংখ্যার প্রাচুর্য (20.5–25.5) শ্রেণিতে, অর্থাৎ প্রচুরক (20.5–25.5) শ্রেণিতে বিদ্যমান।
প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য প্রচুরক শ্রেণির আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশ আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করি। এদের ছেদবিন্দু থেকে সংশ্লিষ্ট ভূমির উপর লম্ব আঁকি। অঙ্কিত লম্ব x-অক্ষের যেখানে মিলিত তার রাশি 23.25 (প্রায়), যা প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক।
নির্ণেয় প্রচুরক 23.25 (প্রায়)।