



কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ৪: সূচক ও লগারিদম

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়

Mathematics

অধ্যায়

অধ্যায় ৪: সূচক ও লগারিদম

প্রশ্নের ধরন

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন

৫২

১. $\log_3 9$ এর মান নিচের কোনটি?

- (ক) $\sqrt[3]{3}$ (খ) 2 ✓
(গ) 3 (ঘ) 9

ব্যাখ্যা: $\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \log_3 3$
 $= 2 \times 1 = 2$

২. $\log_x 25 = 2$ হলে, x এর মান কত?

- (ক) 25 (খ) ± 5
(গ) 5 ✓ (ঘ) -5

ব্যাখ্যা: $\log_x 25 = 2$
 প্রথমতে, $x^2 = 25$
 $\therefore x = 5$ ভিত্তি $x > 0$
 এবং $x \neq 1$

৩. $\left(\frac{p^x}{p^y}\right)^0$ এর মান কত?

- (ক) p^{x-y} (খ) p
(গ) 0 (ঘ) 1 ✓

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{p^x}{p^y}\right)^0 = 1$ [$a^0 = 1$]

৪. $\frac{32}{(64)^x} = 8$ হলে, x এর মান কত?

- (ক) -4 (খ) $-\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{3}$ ✓ (ঘ) 4

ব্যাখ্যা: $\frac{32}{(64)^x} = 8$
 বা, $(64)^x = \frac{32}{8}$
 বা, $(4^3)^x = 4$
 বা, $4^{3x} = 4^1$
 বা, $3x = 1$
 $\therefore x = \frac{1}{3}$

৫. $\log_{2\sqrt{2}} 64$ এর মান কত?

- (ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 ✓ (ঘ) 8

ব্যাখ্যা: $\log_{2\sqrt{2}} 64 = \log_{2\sqrt{2}} (2\sqrt{2})^4$
 $= 4 \log_{2\sqrt{2}} 2\sqrt{2} = 4 \times 1 = 4$

৬. $(\sqrt{2})^{x+1} = 16$ হলে, x এর মান কত?

- (ক) 16 (খ) 9
(গ) 8 (ঘ) 7 ✓

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{2})^{x+1} = 16$
 বা, $(\sqrt{2})^{x+1} = (\sqrt{2})^8$
 বা, $x + 1 = 8$
 $\therefore x = 7$

৭. $\frac{7 \cdot 2^{x+1} - 14 \cdot 2^x}{2^x} =$ কত?

- (ক) -2 (খ) -1
(গ) 0 ✓ (ঘ) 2

ব্যাখ্যা: $\frac{7 \cdot 2^{x+1} - 14 \cdot 2^x}{2^x} = \frac{2^x(7 \times 2 - 14)}{2^x}$
 $= \frac{2^x(14 - 14)}{2^x} = 0$

১১. $\log_4 x = \frac{1}{2}$ হলে, $x =$ কত?

- (ক) 4 (খ) 2 ✓
(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{9}$

ব্যাখ্যা: $\log_4 x = \frac{1}{2}$
 বা, $x = 4^{\frac{1}{2}}$
 বা, $x = \sqrt{4}$
 $\therefore x = 2$

৮. $x^2 = (x^{ab} \cdot x^{ab})^c$ হলে, abc এর মান কত?

- (ক) 0 (খ) 1 ✓
(গ) 2 (ঘ) 3

ব্যাখ্যা: $x^2 = (x^{ab} \cdot x^{ab})^c$ বা, $x^2 = (x^{ab+ab})^c$
 বা, $x^2 = x^{2abc}$
 বা, $x = x^{abc}$
 বা, $1 = abc$
 $\therefore abc = 1$

১২. $\log_x 625 = 4$ হলে, x এর মান কত?

- (ক) 2 (খ) 4
(গ) 5 ✓ (ঘ) 25

ব্যাখ্যা: $\log_x 625 = 4$
 বা, $625 = x^4$
 বা, $x^4 = 625$
 বা, $x^4 = (5)^4$
 $\therefore x = 5$

৯. $\log x = \frac{1}{2} \log y$ হলে, $\log x^2$ এর মান কত?

- (ক) x (খ) y
(গ) $\log y$ ✓ (ঘ) $\log \sqrt{y}$

ব্যাখ্যা: $\log x = \frac{1}{2} \log y$
 বা, $2 \log x = \log y$
 $\therefore \log x^2 = \log y$

১০. $\log_x \left(\frac{1}{25}\right) = -2$ হলে, x এর মান কত?

- (ক) ± 5 (খ) 5 ✓
(গ) $\pm \frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

ব্যাখ্যা: $\log_x \left(\frac{1}{25}\right) = -2$ বা, $x^{-2} = \frac{1}{25} = 5^{-2}$
 $\therefore x = 5$

১. $\log_9 3$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $\log_9 3 = \log_9 \sqrt{9}$
 $= \log_9 (9)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_9 9 = \frac{1}{2} \times 1$
 $= 1[\because \log_a a = 1]$
 নির্ণেয় মান 1।

২. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

উত্তর: $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ
 $= \log_5 5\sqrt{5} = \log_5 5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$
 $= \log_5 5^1 + \frac{1}{2} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_5 5$
 $= \frac{3}{2} \times 1[\because \log_a a = 1]$
 $= \frac{3}{2}$
 নির্ণেয় $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ $\frac{3}{2}$ ।

৩. দেখাও যে, $\log 54 = 2 \log 3 + \log 6$ ।

উত্তর: বামপক্ষ $= \log 54 = \log(9 \times 6) = \log 9 + \log 6$
 $= \log 3^2 + \log 6 = 2 \log 3 + \log 6 = \text{ডানপক্ষ}$
 $\therefore \log 54 = 2 \log 3 + \log 6$ । (দেখানো হলো)

৪. $\log_x 1024 = 10$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\log_x 1024 = 10$
 বা, $x^{10} = 1024$ বা, $x^{10} = (32)^2$ বা, $x^{10} = (2^5)^2$
 বা, $x^{10} = 2^{5 \times 2} = 2^{10}$
 $\therefore x = 2$
 নির্ণেয় মান : $x = 2$ ।

৫. $\log_{\sqrt{5}} 125$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= \log_{\sqrt{5}} 125$
 $= \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^6 = 6 \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} = 6 \times 1 = 6$
 নির্ণেয় মান 6।

৬. $\log_x 32 = 5$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\log_x 32 = 5$

$$\text{বা, } x^5 = 32$$

$$\text{বা, } x^5 = 2^5$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় মান : $x = 2$ ।

৭. $\log_5 x = 4$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\log_5 x = 4$

$$\text{বা, } 5^4 = x$$

$$\therefore x = 625$$

নির্ণেয় মান : $x = 625$ ।

৮. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

উত্তর: $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $= \log_3 3\sqrt{3}$

$$= \log_3 (3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = \log_3 3^{1+\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}}$$

$$= \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

নির্ণেয় $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $\frac{3}{2}$ ।

৯. প্রমাণ কর যে, $\log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N$ ।

উত্তর: ধরি, $\log_a M = x, \log_a N = y$

$$\therefore M = a^x, N = a^y$$

$$\text{এখন, } M \times N = a^x \times a^y = a^{x+y}$$

$$\therefore \log_a (M \times N) = x + y$$

$$\text{বা, } \log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N \quad [x, y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore \log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১০. $\log_2 (p^2 - 30p + 232) = 4$ হলে, p এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে,

$$\log_2 (p^2 - 30p + 232) = 4$$

$$\text{বা, } p^2 - 30p + 232 = 2^4$$

$$\text{বা, } p^2 - 30p + 232 = 16$$

$$\text{বা, } p^2 - 30p + 232 - 16 = 0$$

$$\text{বা, } p^2 - 30p + 216 = 0$$

$$\text{বা, } p^2 - 18p - 12p + 216 = 0$$

$$\text{বা, } p(p - 18) - 12(p - 18) = 0$$

$$\text{বা, } (p - 12)(p - 18) = 0$$

$$\text{হয়, } p - 12 = 0 \text{ অথবা, } p - 18 = 0$$

$$\therefore p = 12 \therefore p = 18$$

১১. প্রমাণ কর যে, $\log_5 3 + 1 = \log_5 15$

উত্তর: বামপক্ষ = $\log_5 3 + 1 = \log_5 3 + \log_5 5$
= $\log_5 (3 \times 5) = \log_5 15 =$ ডানপক্ষ
 $\therefore \log_5 3 + 1 = \log_5 15$. (প্রমাণিত)

১২. দেখাও যে, $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

উত্তর: আমরা জানি,
 $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$
 $M = a$ বসিয়ে পাই,
 $\log_a a = \log_b a \times \log_a b$
বা, $1 = \log_b a \times \log_a b$
বা, $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
 $\therefore \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (দেখানো হলো)

১৩. দেখাও যে, $\log_2 M^r = r \log_2 M$

উত্তর: ধরি, $\log_a M = x$
 $\therefore M = a^x$
বা, $(M)^r = (a^x)^r$
বা, $M^r = a^{xr}$
বা, $\log_a M^r = rx$
বা, $\log_a M^r = r \log_a M$ [x এর মান বসিয়ে]
 $\therefore \log_a M^r = r \log_a M$. (দেখানো হলো)

১৪. স্বাভাবিক লগারিদম বলতে কী বুঝ?

উত্তর: স্বাভাবিক লগারিদমের ভিত্তি হলো e । e একটি অমূলদ সংখ্যা, $e = 2.71828$ । এই লগারিদমকে নেপিরিয়ান বা e ভিত্তিক বা তৃতীয় লগারিদমও বলা হয়। $\log_e x$ কে $\ln x$ আকারেও লেখা হয়।

১৫. সাধারণ লগারিদম বর্ণনা কর।

উত্তর: সাধারণ লগারিদমের ভিত্তি হলো 10। এই লগারিদমকে ব্রিগস লগারিদম বা 10 ভিত্তিক লগারিদম বা ব্যবহারিক লগারিদমও বলা হয়। একে $\log_{10} x$ আকারে প্রকাশ করা হয়।

১৬. 0.5809 সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $0.5809 = 5.809 \times 10^{-1}$
 $\therefore$ সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক হলো -1 । বা, $\bar{1}$.

১৭. 527.4 সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $527.4 = 5.274 \times 10^2$
 $\therefore$ সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক হলো 2.

১৮. 256 ভিত্তিক $\sqrt[6]{4}$ এর লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

উত্তর: $\log_{256}(\sqrt[6]{4}) = \log_{256} \sqrt[6]{(4^4)^{\frac{1}{4}}} = \log_{256}(256)^{\frac{1}{24}}$
 $= \frac{1}{24} \log_{256} 256 = \frac{1}{24} = 0.04167$
এখন, $\log(0.04167) = -1.38021 = -2 + 0.6197887$
 $\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক -2 বা $\bar{2}$ এবং অংশক 0.6197887 (Ans.)

১৯. একটি সংখ্যার সাধারণ লগের পূর্ণক 2 এবং অংশক 0.081689 হলে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

উত্তর: সংখ্যাটির লগারিদমের মান $= 2 + 0.081689 = 2.081689$
ধরি, সংখ্যাটি $x \therefore \log_{10} x = 2.081689$
বা, $x = 10^{2.081689} \therefore x = 120.695$
 $\therefore$ সংখ্যাটি 120.695 (Ans.)

২০. একটি সংখ্যার সাধারণ লগের পূর্ণক 2 এবং অংশক 0.770752628 হলে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

উত্তর: সংখ্যাটির লগারিদমের মান $= 2 + 0.770752628$
 $= 2.770752628$
এখন, ধরি, সংখ্যাটি $x \therefore$
 $\log_{10} x = 2.770752628$
বা, $x = 10^{2.770752628} = 589.865$
 $\therefore$ সংখ্যাটি 589.865 (Ans.)

২১. $P = 0.23798 \div 37.88$ হলে P এর সাধারণ লগ (আসন্ন পাচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর।

উত্তর: $P = 0.23798 \div 37.88$
 $\log P$
 $= \log(0.23798 \div 37.88) = \log 0.23798 - \log 37.88$
 $= -0.62346 - 1.57841 = -2.20187$
 $= -3 + 0.79813 = 3.79813$

২২. $\frac{6^4 \times 6^2}{6^3 \times 6}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি $= \frac{6^4 \times 6^2}{6^3 \times 6}$
 $= \frac{6^{4+2}}{6^{3+1}} = \frac{6^6}{6^4} = 6^{6-4} = 6^2 = 36$

২৩. সরল কর: $\frac{\sqrt[5]{6} \times \sqrt[3]{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt[4]{6}}$

উত্তর: প্রদত্ত রাশি = $\frac{\sqrt[5]{6} \times \sqrt[3]{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt[4]{6}}$
 $= \frac{6^{\frac{1}{5}} \times 6^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{4}}}$
 $= \frac{6^{\frac{3+5}{15}}}{6^{\frac{2+1}{4}}} = \frac{6^{\frac{8}{15}}}{6^{\frac{3}{4}}} = 6^{\frac{8}{15} - \frac{3}{4}} = 6^{\frac{32-45}{60}} = 6^{-\frac{13}{60}}$
 নির্ণেয় মান 36

২৪. প্রমাণ কর যে, $\frac{3^8 \cdot 9 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 8} = 54$ ।

উত্তর: বামপক্ষ = $\frac{3^8 \cdot 9 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 8} = \frac{3^8 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 2^3} = \frac{3^{8+2} \cdot 2^4}{3^7 \cdot 2^3}$
 $= \frac{3^{10} \cdot 2^4}{3^7 \cdot 2^3} = 3^{10-7} \cdot 2^{4-3} = 3^3 \cdot 2^1$
 $= 27 \times 2 = 54 = \text{ডানপক্ষ}$
 $\therefore \frac{3^8 \cdot 9 \cdot 2^4}{3^7 \cdot 8} = 54$ (প্রমাণিত)

২৫. $\frac{5^3 \times 5^{-3}}{2^4 \times 2^{-2}}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি = $\frac{5^3 \times 5^{-3}}{2^4 \times 2^{-2}} = \frac{5^{3-3}}{2^{4-2}} = \frac{5^0}{2^2} = \frac{1}{4}$
 নির্ণেয় মান $\frac{1}{4}$ ।

২৬. $(3^{-2} + 6^{-1} + 2^{-3})$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: প্রদত্ত রাশি = $3^{-2} + 6^{-1} + 2^{-3}$
 $= \frac{1}{3^2} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2^3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8+12+9}{72} = \frac{29}{72}$
 নির্ণেয় মান $\frac{29}{72}$ ।

২৭. সমাধি কর: $(\sqrt{7})^{5x-1} = (\sqrt[3]{7})^{2x-3}$

উত্তর: $(\sqrt{7})^{5x-1} = (\sqrt[3]{7})^{2x-3}$
 বা, $7^{\frac{5x-1}{2}} = 7^{\frac{2x-3}{3}}$
 বা, $\frac{5x-1}{2} = \frac{2x-3}{3}$
 বা, $25x - 5 = 4x - 6$
 বা, $25x - 4x = -6 + 5$
 বা, $21x = -1$
 $\therefore x = -\frac{1}{21}$
 নির্ণেয় সমাধান: $x = -\frac{1}{21}$ ।

২৮. $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: এখানে, $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$

$$\text{বা, } 5^{2x+1} = (5^3)^{x-3}$$

$$\text{বা, } 5^{2x+1} = 5^{3x-9}$$

$$\text{বা, } 2x + 1 = 3x - 9$$

$$\text{বা, } 2x - 3x = -9 - 1$$

$$\text{বা, } -x = -10$$

$$\therefore x = 10$$

নির্ণেয় মান: $x = 10$ ।

২৯. সমাধান কর: $(\sqrt{2})^{x+3} = (\sqrt[3]{2})^{x-1}$ ।

উত্তর: দেওয়া আছে, $(\sqrt{2})^{x+3} = (\sqrt[3]{2})^{x-1}$

$$\text{বা, } \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{x+3} = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{x-1}$$

$$\text{বা, } 2^{\frac{x+3}{2}} = 2^{\frac{x-1}{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{3}$$

$$\text{বা, } 3x + 9 = 2x - 2$$

$$\text{বা, } 3x - 2x = -9 - 2$$

$$\therefore x = -11$$

নির্ণেয় সমাধান: $x = -11$ ।

৩০. সমাধান কর: $4^{2x+4} = 1024$

উত্তর: দেওয়া আছে, $4^{2x+4} = 1024$

$$\text{বা, } 4^{2x+4} = 4^5$$

$$\text{বা, } 2x + 4 = 5$$

$$\text{বা, } 2x = 5 - 4$$

$$\text{বা, } 2x = 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}$

৩১. সমাধান কর: $4^{x+1} = 32$ ।

উত্তর: দেওয়া আছে, $4^{x+1} = 32$

$$\text{বা, } (2^2)^{x+1} = 2^5 \text{ বা, } 2^{2x+2} = 2^5$$

$$\text{বা, } 2x + 2 = 5 \text{ বা, } 2x = 5 - 2 \text{ বা, } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{3}{2}$ ।

৩২. সমাধান কর: $4^{x+3} = 2^{x-7}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $4^{x+3} = 2^{x-7}$

৩৩. $8^{x+1} = 64$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $8^{x+1} = 64$

$$\text{বা, } 8^{x+1} = 8^2$$

$$\text{বা, } x + 1 = 2$$

$$\text{বা, } x = 2 - 1$$

$$\therefore x = 1$$

নির্ণেয় মান: $x = 1$.

৩৪. সমাধান কর: $9^{3x+2} = 27$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $9^{3x+2} = 27$

$$\text{বা, } (3^2)^{3x+2} = 3^3$$

$$\text{বা, } 3^{6x+4} = 3^3$$

$$\text{বা, } 6x + 4 = 3$$

$$\text{বা, } 6x = 3 - 4 = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{6}$$

নির্ণেয় মান: $x = -\frac{1}{6}$.

১

$$P = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}, x \in \mathbb{N}$$

[সিলেট বোর্ড ২০২৩]

$$Q = \log_{10} x + \log_{10}(x - 9)$$

(ক) $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর

উত্তর: এখানে, $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$

$$\text{বা, } 5^{2x+1} = (5^3)^{x-3}$$

$$\text{বা, } 5^{2x+1} = 5^{3x-9}$$

$$\text{বা, } 2x + 1 = 3x - 9$$

$$\text{বা, } 2x - 3x = -9 - 1$$

$$\text{বা, } -x = -10$$

$$\therefore x = 10$$

নির্ণেয় মান: 10.

(খ) $P = 1$ হলে, দেখাও যে, $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$

উত্তর: দেওয়া আছে,

$$P = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}; x \in \mathbb{N}$$

$$P = 1 \text{ হলে, } 1 = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}$$

$$\text{বা, } 7^{(x+2)(x-1)} = (49)^{x+1}$$

$$\text{বা, } 7^{x^2+2x-x-2} = 7^{2x+2}$$

$$\text{বা, } x^2 + x - 2 = 2x + 2$$

$$\text{বা, } x^2 + x - 2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - x - 4 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 4 = 0$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} = 0$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

$$\text{হয়, } x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

অথবা:

$$x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} = 0$$
$$\text{বা, } x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

(দেখানো হলো)

(গ) $Q = 1$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $Q = \log_{10} x + \log_{10}(x - 9)$

$Q = 1$ হলে, $1 = \log_{10} x + \log_{10}(x - 9)$

বা, $\log_{10}\{x(x - 9)\} = 1$

বা, $x(x - 9) = 10^1$

বা, $x^2 - 9x = 10$

বা, $x^2 - 9x - 10 = 0$

বা, $x^2 - 10x + x - 10 = 0$

বা, $x(x - 10) + 1(x - 10) = 0$

বা, $(x - 10)(x + 1) = 0$

হয়, $x - 10 = 0$

বা, $x = 10$

নির্ণেয় মান: 10

অথবা, $x + 1 = 0$

বা, $x = -1$;

যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার log এর মান অসংজ্ঞায়িত।

২ $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$ ।

[রাজউক উত্তরা মেডেল কলেজ, ঢাকা]

(ক) $\log_5(\sqrt[3]{z}\sqrt{z})$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $z = 5$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \log_5(\sqrt[3]{z}\sqrt{z}) = \log_5(\sqrt[3]{5}\sqrt{5})$$

$$= \log_5(5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}) = \log_5(5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}})$$

$$= \log_5(5^{\frac{5}{6}}) = \frac{5}{6} \log_5 5$$

$$= \frac{5}{6} \times 1 \quad [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{5}{6}$$

নির্ণেয় মান: $\frac{5}{6}$

(খ) সরল কর: $\frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $y = 3$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$$

$$= \frac{3^{a+1}}{(3^a)^{a-1}} \div \frac{(3 \cdot 3)^{a+1}}{(3^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{3^{-2}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{3^{a+1}}{3^{a^2-a}} \div \frac{(3^2)^{a+1}}{3^{a^2-1}} \times 3^2$$

$$= 3^{a+1-a^2+a} \div \frac{3^{2a+2}}{3^{a^2-1}} \times 3^2$$

$$= 3^{2a-a^2+1} \times \frac{3^{a^2-1}}{3^{2a+2}} \times 3^2$$

$$= 3^{2a-a^2+1} \times 3^{a^2-1-2a-2} \times 3^2$$

$$= 3^{2a-a^2+1+a^2-1-2a-2+2} = 3^0 = 1$$

নির্ণেয় সরলমান 1।

(গ) দেখাও যে, $(\log_{10} \sqrt{y^3} + \log_{10} x^3 - \log_{10} \sqrt{x^3 z^3}) \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2}$

উত্তর: (গ) দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$

$$\text{বামপক্ষ} = \left(\log_{10} \sqrt{y^3} + \log_{10} x^3 - \log_{10} \sqrt{x^3 z^3} \right) + \log_{10} 1.2$$

$$= \frac{\log_{10} \sqrt{3^3} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} \sqrt{2^3 \cdot 5^3}}{\log_{10} 1.2} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} \frac{12}{10}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + \log_{10} 2^3 - \log_{10} 10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} 12 - \log_{10} 10}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10}(3 \times 4) - 1}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - 1}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1}$$

$$= \frac{3}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \left(\log_{10} \sqrt{y^3} + \log_{10} x^3 - \log_{10} \sqrt{x^3 z^3} \right) + \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

৩ $Q = \sqrt[3]{8}, Y = 8, Z = \sqrt[3]{27}, P = \frac{8}{3}$

[বরিশাল বোর্ড ২০২৪]

(ক) $3\sqrt{3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

উত্তর: $3\sqrt{3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ $= \log_3(3\sqrt{3})$
 $= \log_3(3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = \log_3(3^{1+\frac{1}{2}}) = \log_3(3^{\frac{3}{2}})$
 $= \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$
 নির্ণয় $3\sqrt{3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ $\frac{3}{2}$

(খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{\log \sqrt{Q} + \log \sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2, Y = 8$

এবং $Z = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

বামপক্ষ $= \frac{\log \sqrt{Q} + \log \sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2}$
 $= \frac{\log \sqrt{2} + \log \sqrt{8} - \log 3}{\log(2 \times 8) - \log 3^2}$
 $= \frac{\log 2^{\frac{1}{2}} + \log 8^{\frac{1}{2}} - \log 3}{\log 16 - \log 9}$
 $= \frac{\frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2} \log 8 - \log 3}{\log \frac{16}{9}}$
 $= \frac{\frac{1}{2}(\log 2 + \log 8) - \log 3}{\log \frac{16}{9}}$
 $= \frac{\frac{1}{2} \log 16 - \log 3}{\log \frac{16}{9}}$
 $= \frac{\log 16^{\frac{1}{2}} - \log 3}{\log \frac{16}{9}}$
 $= \frac{\log 4 - \log 3}{\log \frac{16}{9}}$
 $= \frac{\log \frac{4}{3}}{\log \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\log \frac{4}{3}}{2 \log \frac{4}{3}} = \frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ}$
 $\therefore \frac{\log \sqrt{Q} + \log \sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$

(গ) $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে, x -এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = 2$ [খ হতে প্রাপ্ত]

$Y = 8, Z = \sqrt[3]{27} = 3$ [খ হতে প্রাপ্ত]

এবং $P = \frac{8}{3}$

এখন, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে,

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{\frac{8}{3}}\right)^{16} = (2 \times 8)^{x-2}$

$$\text{বা, } \frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(8 \times \frac{3}{8}\right)^{16} = 16^{x-2}$$

$$\text{বা, } \frac{2^{12}}{3^{16}} \times 3^{16} = (2^4)^{x-2}$$

$$\text{বা, } 2^{12} = 2^{4x-8}$$

$$\text{বা, } 12 = 4x - 8$$

$$\text{বা, } 4x = 12 + 8$$

$$\text{বা, } 4x = 20$$

$$\text{বা, } x = \frac{20}{4}$$

$$\therefore x = 5$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } x = 5$$

8

$$(i) x^2 = 7 + 4\sqrt{3}, x > 0 \quad (ii) P = \frac{\log \sqrt{27} + \log \sqrt{64} - \log \sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$$

[ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২৪]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $a^2 - 2ab - 2b - 1$.

$$\begin{aligned} \text{উত্তর: প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - 2ab - 2b - 1 \\ &= a^2 - 1^2 - 2ab - 2b \\ &= (a + 1)(a - 1) - 2b(a + 1) \\ &= (a + 1)(a - 1 - 2b) \end{aligned}$$

(খ) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{উত্তর: দেওয়া আছে, } x^2 &= 7 + 4\sqrt{3}, x > 0 \\ \text{বা, } x^2 &= 4 + 4\sqrt{3} + 3 \\ \text{বা, } x^2 &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ \text{বা, } x^2 &= (2 + \sqrt{3})^2 \\ \text{বা, } x &= 2 + \sqrt{3} \\ \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} \quad [\text{লব ও হরকে } (2 - \sqrt{3}) \text{ দ্বারা গুণ করে}] \\ &= \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} \\ \text{এখানে, } \left(x - \frac{1}{x}\right) &= 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - \frac{1}{x^3} \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (2\sqrt{3})^3 + 3(2\sqrt{3}) \\ &= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \\ \text{নির্ণেয় মান: } &30\sqrt{3} \end{aligned}$$

(গ) দেখাও যে, $P = \frac{3}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{উত্তর: দেওয়া আছে,} \\ P &= \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} \sqrt{64} - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 6 - \log_{10} 5} \\ &= \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10} 10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} \left(\frac{6}{5}\right)} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - \log_{10} 10} \\ &= \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - 1)}{\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - 1} \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\therefore P = \frac{3}{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

৫

$$A = x^4 - 10x^2 + 1, B = \log_{10} \sqrt{27}, C = \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} \text{ এবং } D = \frac{1}{2} \log_{10} 125$$

[রাজশাহী বোর্ড ২০১৯]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $m^4 - 6m^2 + 1$.

$$\begin{aligned} \text{উত্তর: প্রদত্ত রাশি} &= m^4 - 6m^2 + 1 \\ &= (m^2)^2 - 2m^2 + 1 - 4m^2 \\ &= (m^2 - 1)^2 - (2m)^2 \\ &= (m^2 - 1 + 2m)(m^2 - 1 - 2m) \\ &= (m^2 + 2m - 1)(m^2 - 2m - 1) \end{aligned}$$

(খ) $A = 0$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{উত্তর: দেওয়া আছে, } A &= x^4 - 10x^2 + 1 \\ \text{প্রশ্নে, } A &= 0 \\ \text{বা, } x^4 - 10x^2 + 1 &= 0 \\ \text{বা, } x^4 + 1 &= 10x^2 \\ \text{বা, } \frac{x^4 + 1}{x^2} &= \frac{10x^2}{x^2} \text{ [উভয়পক্ষকে } x^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]} \\ \text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} &= 10 \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} &= 10 \\ \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^4 + \frac{1}{x^4} \\ &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \\ &= (10)^2 - 2 = 100 - 2 = 98 \\ \text{নির্ণেয় মান: } &98 \end{aligned}$$

(গ) প্রমাণ কর যে, $(B - C - D) \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{উত্তর: দেওয়া আছে, } B &= \log_{10} \sqrt{27}, C = \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} \text{ এবং } D = \frac{1}{2} \log_{10} 125 \\ &= (B - C - D) \div \log_{10} 1.2 \\ &= \left(\log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{1}{2} \log_{10} 125 \right) \div \log_{10} \frac{12}{10} \\ &= \left(\log_{10} (3^3)^{\frac{1}{2}} - \log_{10} \left(\frac{1}{2^3}\right)^{\frac{1}{2}} - \log_{10} 5^{\frac{3}{2}} \right) \div \log_{10} \frac{6}{5} \\ &= \left(\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} - \log_{10} 2^{-\frac{3}{2}} - \log_{10} 5^{\frac{3}{2}} \right) \div (\log_{10} 6 - \log_{10} 5) \\ &= \left(\frac{3}{2} \log_{10} 3 - \left(-\frac{3}{2} \log_{10} 2\right) - \frac{3}{2} \log_{10} 5 \right) \div (\log_{10} (2 \times 3) - \log_{10} 5) \\ &= \left(\frac{3}{2} \log_{10} 3 + \frac{3}{2} \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 5 \right) \div (\log_{10} 2 + \log_{10} 3 - \log_{10} 5) \\ &= \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)}{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)} \\ &= \frac{3}{2} \frac{(\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)}{(\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5)} \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (B - C - D) \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

৬ দেওয়া আছে, $x = 1000$ এবং $y = 0.0625$.

(ক) x কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b মৌলিক সংখ্যা।

উত্তর: এখানে, $x = 1000$

$$= 8 \times 125 = 2^3 \times 5^3$$

$\therefore x = 1000$ কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশিত রূপ $2^3 \cdot 5^3$,

যেখানে $a = 2$ ও $b = 5$ মৌলিক সংখ্যা।

[Note: $a = 2, b = 5$ উভয়ই মৌলিক সংখ্যা।]

(খ) x ও y এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

উত্তর: এখানে, $x = 1000$

$$\text{এবং } y = 0.0625$$

$$\therefore x \text{ এবং } y \text{ এর গুণফল} = 1000 \times 0.0625 = 62.5$$

$$\text{এখন, } 62.5 = 6.25 \times 10 = 6.25 \times 10^1$$

$$\therefore x \text{ ও } y \text{ এর গুণফলের বৈজ্ঞানিক আকার } 6.25 \times 10^1$$

(গ) xy এর সাধারণ লেগার পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

উত্তর: খ-হতে প্রাপ্ত, $xy = 62.5$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

$$AC \rightarrow \log \rightarrow 62.5 \rightarrow = \rightarrow 1.79588$$

$\therefore \log 62.5$ এর পূর্ণক 1

এবং অংশক 0.79588

62.5 এর সাধারণ লেগার পূর্ণক 1 এবং অংশক 0.79588