



কৃতিত্ব — প্রশ্ন সংকলন

Mathematics — অধ্যায় ১১: বীজগাণিতিক অনুপাত ও সমানুপাত

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

বিষয়

Mathematics

অধ্যায়

অধ্যায় ১১: বীজগাণিতিক অনুপাত ও সমানুপাত

প্রশ্নের ধরন

MCQ + SQ (উত্তরসহ) + CQ (সমাধানসহ)

মোট প্রশ্ন

৪৮

১. $x : y = 2 : 3$ এবং $2 : x = 1 : 2$ হলে, $y =$ কত?

- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{3}{2}$
(গ) 6 ✓ (ঘ) 8

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $2 : x = 1 : 2$

$$\text{বা, } \frac{2}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x = 4$$

$$\therefore x : y = 2 : 3$$

$$\text{বা, } \frac{4}{y} = \frac{2}{3}$$

$$\text{বা, } y = 6$$

২. একটি দ্রব্য $\frac{25}{2}\%$ ক্ষতিতে বিক্রয় করলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

- (ক) 7 : 8 ✓ (খ) 8 : 9
(গ) 9 : 8 (ঘ) 8 : 7

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে $\frac{25}{2}\%$ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য

$$(100 - \frac{25}{2}) = 87.5 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্যঃ ক্রয়মূল্য} = 87.5 : 100 \\ = 7 : 8$$

৩. যদি $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হয়, তবে $\frac{6x+y}{3x+2y}$ এর মান কত?

- (ক) $\frac{4}{5}$ (খ) $\frac{14}{15}$
(গ) $\frac{5}{4}$ ✓ (ঘ) $\frac{20}{13}$

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

$$\therefore 3x = 2y$$

$$\therefore 6x = 4y$$

$$\frac{6x+y}{3x+2y} = \frac{4x+y}{2x+2y} = \frac{5y}{4y} = \frac{5}{4}$$

৪. ২৫% লাভে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

- (ক) 1 : 4 (খ) 4 : 3
(গ) 5 : 4 (ঘ) 4 : 5 ✓

৫. নিচের কোনটি ক্রমিক সমানুপাতী?

- (ক) 5 : 15 : 20 (খ) 3 : 6 : 6
(গ) 2 : 4 : 8 ✓ (ঘ) 2 : 5 : 10

৬. $p : q = 3 : 4$ এবং $q : r = 5 : 7$ হলে, $p : q : r$ এর মান কত?

- (ক) 3 : 4 : 7 (খ) 3 : 5 : 7
(গ) 12 : 20 : 28 (ঘ) 15 : 20 : 28 ✓

৭. একটি দ্রব্য ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

- (ক) 1 : 5 (খ) 4 : 5 ✓
(গ) 6 : 5 (ঘ) 5 : 4

৮. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{2}{3}$ হলে, $a : c$ এর মান কত?

- (ক) 2 : 3 (খ) 4 : 5
(গ) 4 : 9 ✓ (ঘ) 5 : 4

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $a : b = 2 : 3 = 4 : 6$

$$b : c = 2 : 3 = 6 : 9$$

$$\therefore a : b : c = 4 : 6 : 9$$

$$\therefore a : c = 4 : 9$$

৯. বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর পরিমাপ x একক হলে, উহার পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?

- (ক) $2\sqrt{2} : 4$ (খ) $2\sqrt{2} : 4$
(গ) $2\sqrt{2} : 2$ (ঘ) $2\sqrt{2} : 1$ ✓

১০. $x : y = 3 : 2$ হলে, $4x : 5y =$ কত?

(ক) 15 : 8

(খ) 8 : 15

(গ) 5 : 6

(ঘ) 6 : 5 ✓

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $x : y = 3 : 2$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow \frac{4x}{5y} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5}$$
$$\Rightarrow \frac{4x}{5y} = \frac{6}{5}$$
$$\therefore 4x : 5y = 6 : 5$$

১৪. ১৫৬। $a : b = 3 : 4$ হলে, $2a : 4b =$ কত?

(ক) 3 : 8 ✓

(খ) 6 : 8

(গ) 8 : 3

(ঘ) 12 : 16

১৫. ১৫৭। $3 : 8 :: y : 32$ হলে, y এর মান কত?

(ক) 3

(খ) 12 ✓

(গ) 24

(ঘ) 48

ব্যাখ্যা: $\frac{3}{8} = \frac{y}{32}$

বা, $8y = 32 \times 3$

বা, $y = \frac{32 \times 3}{8}$

$\therefore y = 12$

১১. $5 : 7 :: x : 14$ হলে x এর মান কত?

(ক) 19.6

(খ) 14

(গ) 10 ✓

(ঘ) 48

ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$
 $x = \frac{5 \times 14}{7} \therefore x = 10$

১৬. ১৫৮। $5 : 7 :: x : 14$ হলে x এর মান কত?

(ক) 19.6

(খ) 14

(গ) 10 ✓

(ঘ) 48

ব্যাখ্যা: $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$

$x = \frac{5 \times 14}{7} \therefore x = 10$

১২. ১৫৪। নিচের কোনটি সমানুপাতিক রাশি?

(ক) $1 : 2 = 3 : 4$

(খ) $2 : 5 = 9 : 15$ ✓

(গ) $4 : 6 = 6 : 4$

(ঘ) $3 : 5 = 9 : 25$

ব্যাখ্যা: সমানুপাতিক রাশির ক্ষেত্রে, $bc = ad$

এখানে $\frac{2}{5} = \frac{9}{15}$

বা, $5 \times 6 = 15 \times 2$

বা, $30 = 30$

১৭. ১৫৯। 5, 10, 8 এর চতুর্থ সমানুপাতী কোনটি?

(ক) 10

(খ) 12

(গ) 14

(ঘ) 16 ✓

ব্যাখ্যা: চতুর্থ সমানুপাতী x হলে,

$5x = 10 \times 8$

বা, $x = \frac{80}{5}$

$\therefore x = 16$

১৩. ১৫৫। a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $a^2 = bc$

(খ) $b^2 = ac$ ✓

(গ) $ab = bc$

(ঘ) $c^2 = ab$

ব্যাখ্যা: a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$a : b = b : c \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

১৮. ১৬০। $x : y = 1 : 2$ হলে $3x : 4y =$ কত?

(ক) 4 : 3

(খ) 4 : 5

(গ) 3 : 4

(ঘ) 3 : 8 ✓

১৯. ১৬১। $\frac{y-x}{3x+y} = \frac{1}{9}$ হলে, $x : y =$ কত?

(ক) 1 : 3

(খ) 1 : 5

(গ) 3 : 2

(ঘ) 2 : 3 ✓

ব্যাখ্যা: $\frac{y-x}{3x+y} = \frac{1}{9}$

বা, $3x + y = 9y - 9x$

বা, $12x = 8y$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{8}{12}$

$\therefore x : y = 2 : 3$

২০. ১৬২। $2amn = x(m^2 + n^2)$ হলে $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} =$ কত?

(ক) $\frac{m}{n}$

(খ) $\frac{m+n}{m-n}$ ✓

(গ) $\frac{m-n}{m+n}$

(ঘ) $\frac{n}{m}$

২১. ১৫৭। $3 : 8 :: y : 32$ হলে, y এর মান কত?

(ক) 3

(খ) 12 ✓

(গ) 24

(ঘ) 48

ব্যাখ্যা: $\frac{3}{8} = \frac{y}{32}$

বা, $8y = 32 \times 3$

বা, $y = 12$

২২. ১৬২। $2amn = x(m^2 + n^2)$ হলে $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} =$ কত?

(ক) $\frac{m}{n}$

(খ) $\frac{m+n}{m-n}$ ✓

(গ) $\frac{m-n}{m+n}$

(ঘ) $\frac{n}{m}$

ব্যাখ্যা: $2amn = x(m^2 + n^2)$

$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{m^2 + n^2}{2mn}$

$\Rightarrow \frac{a+x}{a-x} = \frac{m^2 + n^2 + 2mn}{m^2 + n^2 - 2mn}$

$\Rightarrow \frac{a+x}{a-x} = \frac{(m+n)^2}{(m-n)^2}$

$\therefore \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} = \frac{m+n}{m-n}$

২৩. ১৬৩। j, k, l ও m ক্রমিক সমানুপাতী হলে — i. $\frac{j}{l} =$

$\frac{l}{m}$ ii. $\frac{j}{k} = \frac{k}{l}$ iii. $\frac{k}{l} = \frac{l}{m}$ নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii ✓

২৪. ১৬৫। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ বাতীত অপর দুই কোণের অনুপাত 3 : 2 হলে কোণ দুইটি নিচের কোনটি?

(ক) $55^\circ, 35^\circ$

(খ) $54^\circ, 36^\circ$ ✓

(গ) $50^\circ, 40^\circ$

(ঘ) $45^\circ, 45^\circ$

ব্যাখ্যা: ধরি, কোণদ্বয় $3x$ ও $2x$

$3x + 2x = 90^\circ$

$\Rightarrow 5x = 90^\circ$

$\therefore x = 18^\circ$

সুতরাং অপর দুইটি কোণের পরিমাণ

$3 \times 18^\circ = 54^\circ$

এবং $2 \times 18^\circ = 36^\circ$

২৫. ১৬৬। দুটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের গ.সা.ও 4 সংখ্যা দুটির বর্গের সমষ্টি কত?

(ক) 25

(খ) 28

(গ) 49

(ঘ) 400 ✓

২৬. ১৬৭। দুটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের গ.সা.ও 4 সংখ্যা দুটির বর্গের ল.সা.ও কত?

(ক) 28

(খ) 48 ✓

(গ) 72

(ঘ) 96

১. $x = \frac{4ab}{a+b}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $x = \frac{4ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$ [উভয়পক্ষকে $2a$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$

আবার, $\frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)}$ [উভয়পক্ষকে $2b$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$

বামপক্ষ = $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$

= $\frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

= $\frac{3b+a-3a-b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2 = \text{ডানপক্ষ}$

সুতরাং $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$. (দেখানো হলো)

২. $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$ হলে, দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$

বা, $\frac{(b + c)^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{a^2 + b^2}$ [একান্তকরণ করে]

বা, $\frac{b^2 + 2bc + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2}$

বা, $\frac{b^2 + 2bc + c^2 - b^2 - c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2bc}{b^2 + c^2} = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$

বা, $\frac{c}{b^2 + c^2} = \frac{a}{a^2 + b^2}$ [উভয়পক্ষকে $2b$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $c(a^2 + b^2) = a(b^2 + c^2)$

বা, $ca^2 + b^2c = ab^2 + ac^2$

বা, $ca^2 + b^2c - ab^2 - ac^2 = 0$

বা, $ca^2 - ac^2 - ab^2 + b^2c = 0$

বা, $ac(a - c) - b^2(a - c) = 0$

বা, $(a - c)(ac - b^2) = 0$

বা, $ac - b^2 = 0$ বা, $ac = b^2$ বা, $ac = b \cdot b$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ [bc দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

৩. যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a+q}{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$

৪. $a : b = c : d$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$, যেখানে, $a \neq b$ এবং $c \neq d$ ।

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = c : d$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{যোজন করে পাই, } \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{আবার বিয়োজন করে পাই, } \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\text{বা, } \frac{b}{a-b} = \frac{d}{c-d} \text{ [ব্যস্তকরণ করে] } \dots\dots\dots(2)$$

(1) নং ও (2) নং গুণ করে পাই,

$$\frac{a+b}{b} \times \frac{b}{a-b} = \frac{c+d}{d} \times \frac{d}{c-d}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \text{ [এখানে, } a \neq b, c \neq d \text{] (প্রমাণিত)}$$

৫. $a : b = c : d = m$ হলে, দেখাও যে, $\frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$

উত্তর: সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = c : d = m$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = m$$

$$\therefore a = bm \text{ এবং } c = dm$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{ac+bd}{ac-bd}$$

$$= \frac{bm \cdot dm + bd}{bm \cdot dm - bd} \text{ [}\therefore a = bm \text{ এবং } c = dm \text{]}$$

$$= \frac{bd(m^2+1)}{bd(m^2-1)} = \frac{m^2+1}{m^2-1} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{m^2+1}{m^2-1} \text{ (দেখানো হলো)}$$

৬. যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a+q}{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2} \dots (1)$

এবং $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a+q}{a-q}} \dots (2)$

(1) নং হতে পাই, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$

বা, $\frac{p}{q} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$

বা, $\frac{p}{q} = \left(\sqrt{\frac{a+q}{a-q}}\right)^2$ [(2) নং হতে]

বা, $\frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q}$, বা, $ap - pq = aq + q^2$

বা, $ap - aq = pq + q^2$

বা, $a(p - q) = q(p + q)$

বা, $q(p + q) = a(p - q)$

$\therefore \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$ (দেখানো হলো)

৭. যদি $\frac{1-ax}{1+ax} \sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}} = 1$ [যেখানে $2a - b(1 + a^2x^2) \neq 0$] হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{1-ax}{1+ax} \sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}} = 1$

বা, $\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}} = \frac{1+ax}{1-ax}$

বা, $\frac{1+bx}{1-bx} = \frac{(1+ax)^2}{(1-ax)^2}$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\frac{1+bx}{1-bx} = \frac{1+2ax+a^2x^2}{1-2ax+a^2x^2}$

বা, $\frac{1+bx+1-bx}{1+bx-1-bx} = \frac{1+2ax+a^2x^2+1-2ax+a^2x^2}{1+2ax+a^2x^2-1-2ax+a^2x^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2bx} = \frac{2(1+a^2x^2)}{4ax}$

বা, $\frac{1}{bx} = \frac{1+a^2x^2}{2ax}$

বা, $2ax = bx(1 + a^2x^2)$

বা, $2ax - bx(1 + a^2x^2) = 0$

বা, $x\{2a - b(1 + a^2x^2)\} = 0$

$\therefore x = 0$ [$\because 2a - b(1 + a^2x^2) \neq 0$] নির্ণেয় মান: $x = 0$

৮. $\frac{x^3+y^3}{x-y+z} = x(x+y)$ হলে, দেখাও যে, x, y ও z ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{x^3+y^3}{x-y+z} = x(x+y)$

বা, $\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x-y+z} = x(x+y)$

বা, $\frac{x^2-xy+y^2}{x-y+z} = x$ [উভয়পক্ষে $(x+y)$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 - xy + y^2 = x^2 - xy + xz$

বা, $x^2 - xy + y^2 - x^2 + xy = xz$

$\therefore y^2 = xz \therefore x, y$ ও z ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

৯. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)(b^2 - c^2) = (a^2 - b^2)(b^2 + c^2)$$

$$\text{বা, } a^2b^2 - a^2c^2 + b^4 - b^2c^2 = a^2b^2 + a^2c^2 - b^4 - b^2c^2$$

$$\text{বা, } a^2b^2 - a^2c^2 + b^4 - b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2 + b^4 + b^2c^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2b^4 - 2a^2c^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2(b^4 - a^2c^2) = 0$$

$$\text{বা, } b^4 - a^2c^2 = 0$$

$$\text{বা, } b^4 = a^2c^2$$

$$\text{বা, } (b^2)^2 = (ac)^2$$

$$\therefore b^2 = ac \therefore a, b, c \text{ ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)}$$

১০. কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?

উত্তর: ধরি, বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = x

$$\therefore \text{বর্গের ক্ষেত্রফল} = x^2$$

$$10\% \text{ হ্রাসে বাহুর দৈর্ঘ্য} = x - x \times \frac{10}{100} = x - \frac{x}{10} = \frac{9x}{10}$$

$$\text{এক্ষেত্রে, ক্ষেত্রফল} = \left(\frac{9x}{10}\right)^2 = \frac{81x^2}{100}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল হ্রাস পায়} = x^2 - \frac{81x^2}{100} = \frac{100x^2 - 81x^2}{100} = \frac{19x^2}{100}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায়} = \frac{\frac{19x^2}{100}}{x^2} \times 100\% = \frac{19x^2}{100x^2} \times 100\% = 19\%$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল } 19\% \text{ হ্রাস পাবে।}$$

১১. ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

উত্তর: মেনে করি, উৎপন্ন চালের পরিমাণ x ...

১২. ধারাবাহিক অনুপাত কী?

উত্তর: ক : খ এবং খ : গ আকারের অনুপাত দুইটিকে সাধারণত ক : খ : গ আকারে লেখা হয়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলে। যেকোনো দুই বা ততোধিক অনুপাতকে এই আকারে প্রকাশ করা যায়। দুইটি অনুপাতকে ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হয়।

১৩. একটি জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 9 : 11। ঐ জমিতে আগে 180 কুইন্টাল গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

১৪. ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত ৩ : ২ এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত ৪ : ৩ হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

উত্তর: মনে করি, উৎপন্ন চালের পরিমাণ x এবং উৎপন্ন সুজির পরিমাণ y

ধান ও চালের ক্ষেত্রে,

প্রথমতে, $1 : x = 3 : 2$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

বা, $3x = 2$

বা, $x = \frac{2}{3}$

গম ও সুজির ক্ষেত্রে,

প্রথমতে, $1 : y = 4 : 3$

বা, $\frac{1}{y} = \frac{4}{3}$

বা, $4y = 3$

$\therefore y = \frac{3}{4}$

চাল ও সুজির অনুপাত $= x : y = \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

$= \frac{2 \times 12}{3} : \frac{3 \times 12}{4}$ [12 দ্বারা গুণ করে]

$= 8 : 9$

$\therefore$ চাল ও সুজির অনুপাত ৪ : ৩

১৫. প্রশ্ন-২। (i) $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ (ii) $b^2p - 2b + p = 0$ (ক) l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$ । (খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$ (গ) প্রমাণ কর যে $b = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$

[বরিশাল বোর্ড ২০২৪]

উত্তর: ২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে, l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক

$$\therefore \frac{l}{m} = \frac{m}{n}$$

$$\text{বা, } m^2 = ln$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2} = \frac{l^2 + ln}{ln + n^2}$$

$$= \frac{l(l + n)}{n(l + n)} = \frac{l}{n} = \text{বামপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

$$\text{ধরি, } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$$

$$\therefore \frac{a}{x} = k$$

$$\text{বা, } a = xk$$

$$\frac{b}{y} = k$$

$$\text{বা, } b = yk$$

$$\frac{c}{z} = k$$

$$\text{বা, } c = zk$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{(xk)^3 + (yk)^3 + (zk)^3}{x^3 + y^3 + z^3}$$

$$= \frac{x^3k^3 + y^3k^3 + z^3k^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{k^3(x^3 + y^3 + z^3)}{x^3 + y^3 + z^3} = k^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{abc}{xyz} = \frac{xk \cdot yk \cdot zk}{xyz} = \frac{xyz \cdot k^3}{xyz} = k^3$$

$$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz} \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) দেওয়া আছে, $b^2p - 2b + p = 0$

বা, $b^2p + p = 2b$

বা, $p(b^2 + 1) = 2b$

বা, $b^2 + 1 = \frac{2b}{p}$

বা, $\frac{b^2 + 1}{2b} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{b^2 + 1 + 2b}{b^2 + 1 - 2b} = \frac{1 + p}{1 - p}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(b + 1)^2}{(b - 1)^2} = \frac{1 + p}{1 - p}$

বা, $\frac{b + 1}{b - 1} = \frac{\sqrt{1 + p}}{\sqrt{1 - p}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{b + 1 + b - 1}{b + 1 - b + 1} = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2b}{2} = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$

$\therefore b = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$ (প্রমাণিত)।

১. p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

[যশোর বোর্ড ২০২৪]

(ক) $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: $\log_x 400 = 4$

বা, $x^4 = 400$ [$\because \log_a b = c$ হলে $b = a^c$]

বা, $x^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 5^2 = 2^4 \times (\sqrt{5})^4$

বা, $x^4 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore x = 2\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান, $x = 2\sqrt{5}$

(খ) প্রমাণ কর যে, যেখানে, $p^8 q^8 r^8 \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$

উত্তর: p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী

$\therefore \frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

বা, $q^2 = pr$

বামপক্ষ = $p^8 q^8 r^8 \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right)$

= $p^8 (q^2)^4 \cdot r^8 \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right)$

= $p^8 (pr)^4 r^8 \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right)$ [$\because q^2 = pr$]

= $p^8 p^4 r^4 r^8 \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right)$

= $p^{12} r^{12} \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right)$

= $\frac{p^{12} r^{12}}{p^{12}} + \frac{p^{12} r^{12}}{q^{12}} + \frac{p^{12} r^{12}}{r^{12}}$

= $r^{12} + \frac{(pr)^{12}}{q^{12}} + p^{12}$

= $p^{12} + \frac{(q^2)^{12}}{q^{12}} + r^{12}$

= $p^{12} + \frac{q^{24}}{q^{12}} + r^{12}$

= $p^{12} + q^{12} + r^{12} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore p^8 q^8 r^8 \left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}} \right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$ (প্রমাণিত)

(গ) দেখাও যে, $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$; যেখানে $m \neq n$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{14}{y}$

বা, $\frac{n+m}{mn} = \frac{14}{y}$

বা, $y(m+n) = 14mn$

বা, $y = \frac{14mn}{m+n} = \frac{7m \cdot 2n}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m+n}$

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} = \frac{3n+m}{n-m} \dots (1)$

আবার, $y = \frac{14mn}{m+n}$

বা, $y = \frac{7n \cdot 2m}{m+n}$

$$\text{বা, } \frac{y}{7n} = \frac{2m}{m+n}$$

$$\text{বা, } \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\therefore \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3m+n}{m-n} \dots\dots (2)$$

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n}$$

$$= \frac{3n+m}{n-m} - \frac{3m+n}{n-m}$$

$$= \frac{3n+m-3m-n}{n-m}$$

$$= \frac{2n-2m}{n-m}$$

$$= \frac{2(n-m)}{n-m}$$

$$= 2 [\because n - m \neq 0]$$

$$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

২. p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

[সিলেট বোর্ড ২০২৪]

(ক) দুইটি বেগের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কণের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, দুইটি বেগের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক

তাহলে, বর্গ দুইটির কণের দৈর্ঘ্য $m\sqrt{2}$ একক এবং $n\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ তাদের কণদ্বয়ের অনুপাত $= m\sqrt{2} : n\sqrt{2} = m : n$

নির্ণেয় অনুপাত $= m : n$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$

উত্তর: দেওয়া আছে, p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক

$$\therefore \frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s}$$

$$\text{ধরি, } \frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$$

$$\therefore \frac{p}{q} = k \implies p = qk$$

$$\text{বা, } p = sk^2 \cdot k \implies p = sk^3$$

$$\frac{q}{r} = k \implies q = rk$$

$$\text{বা, } q = sk \cdot k \implies q = sk^2$$

$$\frac{r}{s} = k \implies r = sk$$

$$\text{বামপক্ষ} = (p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2)$$

$$= \{(sk^3)^2 - (sk^2)^2 + (sk)^2\} \{(sk^2)^2 - (sk)^2 + s^2\}$$

$$= (s^2k^6 - s^2k^4 + s^2k^2)(s^2k^4 - s^2k^2 + s^2)$$

$$= s^2k^2(k^4 - k^2 + 1) \times s^2(k^4 - k^2 + 1)$$

$$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (pq - qr + rs)^2$$

$$= (sk^3 \cdot sk^2 - sk^2 \cdot sk + sk \cdot s)^2$$

$$= (s^2k^5 - s^2k^3 + s^2k)^2$$

$$= \{s^2 k(k^4 - k^2 + 1)\}^2$$

$$= s^4 k^2 (k^4 - k^2 + 1)^2 = \text{বামপক্ষ}$$

$$\therefore (p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) প্রমাণ কর যে, $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$, $a \neq b$.

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$$\text{বা, } \frac{2}{x} = \frac{a+b}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = \frac{ab}{a+b} \text{ [ব্যস্তানুপাত করে]}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+a}{x-a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x+a}{x-a} = \frac{a+3b}{b-a} \dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } x = \frac{2ab}{a+b} \implies \frac{x}{b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+b}{x-b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x+b}{x-b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$$

$$= \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$$

$$= \frac{2b-2a}{b-a}$$

$$= \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$$

$$\therefore \frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

৩ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। ইহার পরিসীমা একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।

[রাজশাহী বোর্ড ২০২৩]

(ক) $\frac{x^3 + y^3}{x - y + z} = x(x + y)$ হলে, দেখাও যে, x, y ও z ক্রমিক সমানুপাতী।

উত্তর: দেওয়া আছে, $\frac{x^3 + y^3}{x - y + z} = x(x + y)$

$$\text{বা, } \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{x - y + z} = x(x + y)$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - xy + y^2}{x - y + z} = x \text{ [উভয়পক্ষকে } x + y \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 - xy + y^2 = x^2 - xy + xz$$

$$\text{বা, } x^2 - xy + y^2 - x^2 + xy = xz$$

$$\therefore y^2 = xz$$

$$\therefore x, y \text{ ও } z \text{ ক্রমিক সমানুপাতী। [দেখানো হলো]}$$

(খ) আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: দেওয়া আছে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার।

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{(40)^2 + (30)^2} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{1600 + 900} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{2500} \text{ মিটার}$$

$$= 50 \text{ মিটার}$$

$$\text{আবার, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা} = 2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \text{ একক}$$

$$= 2(40 + 30) \text{ মিটার}$$

$$= (2 \times 70) \text{ মিটার}$$

$$= 140 \text{ মিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা} = \text{আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা}$$

$$= 140 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য} = (140 \div 4) \text{ মিটার} = 35 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য}$$

$$= \sqrt{2} \times \text{বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য}$$

$$= \sqrt{2} \times 35 \text{ মিটার}$$

$$= 35\sqrt{2} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত} \\ = 50 : 35\sqrt{2} = 10 : 7\sqrt{2}$$

$$\text{নির্ণেয় আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত} = 10 : 7\sqrt{2}$$

(গ) আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস ও প্রস্থ 10% বৃদ্ধি পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে?

উত্তর: দেওয়া আছে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 40 মিটার
এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ 30 মিটার

$$\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = (40 \times 30) \text{ বর্গমিটার} \\ = 1200 \text{ বর্গমিটার}$$

$$10\% \text{ হ্রাসে আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য} \\ = (40 - 40 \text{ এর } 10\%) \text{ মিটার} \\ = \left(40 - 40 \times \frac{10}{100}\right) \text{ মিটার} \\ = (40 - 4) \text{ মিটার} = 36 \text{ মিটার}$$

$$\text{আবার, } 10\% \text{ বৃদ্ধিতে আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ} \\ = (30 + 30 \text{ এর } 10\%) \text{ মিটার} \\ = \left(30 + 30 \times \frac{10}{100}\right) \text{ মিটার} \\ = (30 + 3) \text{ মিটার} = 33 \text{ মিটার}$$

$$\text{আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য } 10\% \text{ হ্রাস এবং প্রস্থ } 10\% \text{ বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত} \\ \text{ক্ষেত্রফল} = (36 \times 33) \text{ বর্গমিটার} \\ = 1188 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল হ্রাস} = (1200 - 1188) \text{ বর্গমিটার} \\ = 12 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায়} = \left(\frac{12}{1200} \times 100\right) \% \\ = 1\%$$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 1% হ্রাস পাবে।

8

$$(i) 8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}; (ii) x = \frac{6ab}{a+b}$$

[সরকারি প্রমথনাথ বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

(ক) (i) নং হতে x এর মান নির্ণয় কর।উত্তর: দেওয়া আছে, $8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

$$\text{বা, } \frac{8}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{8}{x} = \frac{a+b}{ab}$$

$$\text{বা, } x(a+b) = 8ab$$

$$\therefore x = \frac{8ab}{a+b}$$

$$\text{নির্ণেয় মান, } x = \frac{8ab}{a+b}$$

(খ) (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$.উত্তর: দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b} = \frac{3a \cdot 2b}{a+b}$

$$\text{বা, } \frac{x}{3a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3a}{x-3a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+3a}{x-3a} = \frac{3b+a}{b-a} \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{আবার, } x = \frac{6ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2a \cdot 3b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3a+b}{a-b} \quad \dots\dots(2)$$

এখন, (1)নং সমীকরণ ও (2)নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$= \frac{3b+a}{3b+a} - \frac{3a+b}{3a+b}$$

$$= \frac{b-a}{3b+a} - \frac{b-a}{3a+b}$$

$$= \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$$

$$\therefore \frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2. \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(গ) (ii) নং এ যদি $a = 4$ এবং $b = 2$ হয়, তবে x এর মান বের কর। যদি কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য $x\%$ বৃদ্ধি পায় তবে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

$$\text{উত্তর: দেওয়া আছে, } x = \frac{6ab}{a+b}$$

$$a = 4 \text{ এবং } b = 2 \text{ হলে, } x = \frac{6 \times 4 \times 2}{4 + 2} = \frac{6 \times 4 \times 2}{6} = 8$$

নির্ণেয় x এর মান ৪.

মনে করি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক

$x\%$ বৃদ্ধিতে অর্থাৎ 8% বৃদ্ধিতে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য

$= (a + a \text{ এর } 8\%) \text{ একক}$

$$= \left(a + \frac{8a}{100} \right) \text{ একক}$$

$$= \left(\frac{100a + 8a}{100} \right) \text{ একক}$$

$$= \frac{108a}{100} \text{ একক}$$

$$= 1.08a \text{ একক}$$

$x\%$ বৃদ্ধির পরে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= (1.08a)^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 1.1664a^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়} = (1.1664a^2 - a^2) = 0.1664a^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায়} = \frac{0.1664a^2}{a^2} \times 100\%$$

$$= 16.64\%$$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় 16.64%

৫ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি।

(ক) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণভেদে ত্রিভুজটি কী ধরনের তা লিখ?

উত্তর: দেওয়া আছে, বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি।

ধরি, বাহুগুলো $5x$, $12x$ ও $13x$

প্রশ্নমতে, $5x + 12x + 13x = 30$

বা, $30x = 30$

বা, $x = \frac{30}{30} = 1$

অতএব, বাহুগুলো হলো 5, 12 ও 13।

চিত্র হতে পাই, $(AB)^2 + (BC)^2 = (12)^2 + (5)^2$

$= 144 + 25$

$= 169$

$= (13)^2$

$= (AC)^2$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী প্রদত্ত ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

অর্থাৎ কোণ ভেদে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

(খ) বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর: বৃহত্তর বাহু বা দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি. [(ক) হতে প্রাপ্ত]

ক্ষুদ্রতর বাহু বা প্রস্থ = 5 সে.মি. [(ক) হতে প্রাপ্ত]

চিত্রে, $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার, $\angle B = 90^\circ$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (5)^2 + (13)^2 = 25 + 169 = 194$

বা, $AC = \sqrt{194} = 13.928$ সে.মি.

অতএব, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ, $AC = 13.928$ সে.মি.

দেওয়া আছে, কর্ণ, $AC =$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (AC)^2 = (13.928)^2$

$= 194$ বর্গ সে.মি.

(গ) উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত ভাগ বৃদ্ধি পাবে?

উত্তর: আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি.

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 5 সে.মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (13 \times 5)$ বর্গ সে.মি.

$= 65$ বর্গ সে.মি.

10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য

$= (13 + 13 \text{ এর } 10\%)$ সে.মি.

$= (13 + 13 \times \frac{10}{100})$ সে.মি.

$= 14.3$ সে.মি.

20% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $(5 + 5 \text{ এর } 20\%)$ সে.মি.

$= (5 + 5 \times \frac{20}{100}) = 6$ সে.মি.

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বৃদ্ধি করার পর নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (14.3 \times 6)$ বর্গ সে.মি.

$= 85.8$ বর্গ সে.মি.

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $(85.8 - 65)$ বর্গ সে.মি.
= 20.8 বর্গ সে.মি.
ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় = $\frac{20.8}{65} \times 100 = 32$
সুতরাং ক্ষেত্রফল 32% বৃদ্ধি পাবে।

৬ একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত 1 : 4

(ক) অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদেরকে মোট শিক্ষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর।

উত্তর: ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত = 1 : 4
ধরি, অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা x ও $4x$
 $\therefore$ মোট শিক্ষার্থী = $(x + 4x) = 5x$
অতএব, অনুপস্থিত শিক্ষার্থী মোট শিক্ষার্থীর শতকরা $\left(\frac{x}{5x} \times 100\right) \% = 20\%$
মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা 20%।

(খ) 5 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হতো 1 : 9। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

উত্তর: 5 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত হলে, অনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা = $x - 5$
উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যা = $4x + 5$
 $\therefore (x - 5) : (4x + 5) = 1 : 9$
বা, $\frac{x-5}{4x+5} = \frac{1}{9}$
বা, $9x - 45 = 4x + 5$
বা, $9x - 4x = 5 + 45$
বা, $5x = 50$
বা, $x = \frac{50}{5} = 10$
অতএব, মোট শিক্ষার্থী = $5 \times 10 = 50$ জন।
নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা 50 জন।

(গ) মোট শিক্ষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা, ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: ধরি, ছাত্রীসংখ্যা = S
 $\therefore$ ছাত্রসংখ্যা = $2S - 10$
অতএব, $2S - 10 + S = 50$ [খ হতে প্রাপ্ত]
বা, $3S = 50 + 10$
বা, $3S = 60$
বা, $S = \frac{60}{3} = 20$
 $\therefore$ ছাত্রীসংখ্যা, $S = 20$ জন
ছাত্রসংখ্যা = $2 \times 20 - 10 = 30$ জন
অতএব, ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত = $30 : 20 = 3 : 2$
নির্ণেয় অনুপাত 3 : 2।

৭. আশিক, মিজান, অনিকা ও অহনা মোট 132500 টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে এবং এক বছর শেষে 26500 টাকা লাভ হয়। উক্ত ব্যবসায় মূলধনে আশিকের অংশ : মিজানের অংশ = 2 : 3, মিজানের অংশ : অনিকার অংশ = 4 : 5 এবং অনিকার অংশ : অহনার অংশ = 5 : 6

(ক) মূলধনের সরল অনুপাত নির্ণয় কর।

উত্তর: আশিকের অংশ : মিজানের অংশ = 2 : 3
= $2 \times 4 : 3 \times 4 = 8 : 12$
মিজানের অংশ : অনিকার অংশ = 4 : 5
= $4 \times 3 : 5 \times 3 = 12 : 15$
অনিকার অংশ : অহনার অংশ = 5 : 6
= $5 \times 3 : 6 \times 3 = 15 : 18$
∴ আশিকের অংশ : মিজানের অংশ : অনিকার অংশ : অহনার অংশ = 8 : 12 : 15 : 18
∴ মূলধনের সরল অনুপাত = 8 : 12 : 15 : 18

(খ) উক্ত ব্যবসায় প্রত্যেকের মূলধন নির্ণয় কর।

উত্তর: 'ক' হতে প্রাপ্ত, মূলধনের অনুপাত = 8 : 12 : 15 : 18
অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = $8 + 12 + 15 + 18 = 53$
∴ আশিকের মূলধন = $\left(132500 \text{ এর } \frac{8}{53}\right)$ টাকা = 20000 টাকা
মিজানের মূলধন = $\left(132500 \text{ এর } \frac{12}{53}\right)$ টাকা = 30000 টাকা
অনিকার মূলধন = $\left(132500 \text{ এর } \frac{15}{53}\right)$ টাকা = 37500 টাকা
অহনার মূলধন = $\left(132500 \text{ এর } \frac{18}{53}\right)$ টাকা = 45000 টাকা
সুতরাং আশিকের মূলধন 20000 টাকা, মিজানের মূলধন 30000 টাকা, অনিকার মূলধন 37500 টাকা এবং অহনার মূলধন 45000 টাকা।

(গ) বছর শেষে লভ্যাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হলো। অবশিষ্ট লভ্যাংশ মূলধনের সরল অনুপাতে বিভক্ত হলে অহনা ও আশিকের লভ্যাংশের মধ্যে কে কত টাকা বেশি লাভ পাবে?

উত্তর: উক্ত ব্যবসায়, এক বছর শেষে লাভ হয় 26500 টাকা।
লভ্যাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হয় এবং অবশিষ্ট লভ্যাংশ $(100 - 60)\%$ অর্থাৎ 40% মূলধন সরল অনুপাতে বিভক্ত হয়।
এখন, $26500 \text{ এর } 40\% = 26500 \text{ এর } \frac{40}{100} = 10600$ টাকা প্রত্যেকের মধ্যে বিভক্ত হবে।
∴ অহনা পাবে = $\left(10600 \text{ এর } \frac{18}{53}\right)$ টাকা = 3600 টাকা
এবং আশিক পাবে = $\left(10600 \text{ এর } \frac{8}{53}\right)$ টাকা = 1600 টাকা
∴ অহনা লাভ বেশি পাবে = $(3600 - 1600)$ টাকা = 2000 টাকা
∴ অহনা লাভ 2000 টাকা বেশি পাবে।