কৃতিত্ব

প্রশ্নব্যাংক ও সমাধান • SSC 27

গণিত

অধ্যায় ৯: ত্রিকোণমিতিক অনুপাত • অধ্যায় ১০: দূরত্ব ও উচ্চতা

বহুনির্বাচনি ৩৭টি • সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ৫৩টি • সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫টি — সম্পূর্ণ সমাধানসহ

BATCH **SSC 27**	SUBJECT **গণিত (Mathematics)**
CHAPTER **অধ্যায় ৯ ও ১০**	QUESTION TYPES **MCQ • SQ • CQ**

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

৩৭টি প্রশ্ন

১০৭। $\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত?

ক) $\frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ✓

খ) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$

গ) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$

ঘ) $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{a^2}{b^2}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 1+\cot^2\theta = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \cot^2\theta = \frac{a^2}{b^2} - 1$

$\Rightarrow \frac{1}{\tan^2\theta} = \frac{a^2-b^2}{b^2} \Rightarrow \tan^2\theta = \frac{b^2}{a^2-b^2}$

$\therefore \tan\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$

১০৮। $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত?

ক) 90°

খ) 60°

গ) 45°

ঘ) 30° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos\theta = \cos 30^\circ \quad \therefore \theta = 30^\circ$

১০৯। $\sin 3A = \cos 3A$ হলে, A এর মান কত?

ক) 15° ✓

খ) 20°

গ) 25°

ঘ) 30°

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$\sin 3A = \cos 3A \Rightarrow \frac{\sin 3A}{\cos 3A} = 1 \Rightarrow \tan 3A = \tan 45^\circ$

$\Rightarrow 3A = 45^\circ \quad \therefore A = 15^\circ$

১১০। $\tan A\sqrt{1-\sin^2 A} = ?$

ক) $\tan A$ খ) $\cot A$

গ) $\sec A$ ঘ) $\sin A$ ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\tan A\sqrt{1-\sin^2 A} = \tan A\sqrt{\cos^2 A} = \frac{\sin A}{\cos A}\cdot\cos A = \sin A$

১১১। $1+\tan^2\theta = 4$ **হলে,** θ **এর মান কত?**

ক) 0° খ) 30°

গ) 45° ঘ) 60° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$1+\tan^2\theta = 4 \Rightarrow \sec^2\theta = 4 \Rightarrow \sec\theta = 2$

$\Rightarrow \frac{1}{\sec\theta} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 60^\circ$

১১২। $A = 30^\circ$ **হলে,** $\tan A\tan 2A$ **এর মান কত?**

ক) 0 খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

গ) $\sqrt{3}$ ঘ) 1 ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\tan A\tan 2A = \tan 30^\circ.\tan 2\times 30^\circ = \tan 30^\circ.\tan 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{3} = 1$

১১৩। $\theta = 0^\circ$ **কোণের ক্ষেত্রে—**

i. $\operatorname{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

ii. প্রান্তীয় বাহু ও আদিবাহু একই রশ্মি

iii. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান সংজ্ঞায়িত

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii

গ) ii ও iii ঘ) **i, ii ও iii** ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

i. $\theta = 0^\circ$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত।

ii. প্রান্তীয় বাহু ও আদিবাহু একই রশ্মি।

iii. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান সংজ্ঞায়িত। অর্থাৎ, $\sec 0^\circ = 1$ এবং $\tan 0^\circ = 0$

১১৪। ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ক্ষেত্রে—

i. $\tan 45^\circ = 1$

ii. $\sin A = \dfrac{1}{\operatorname{cosec} A}$

iii. $\cos\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i

খ) ii

গ) i ও ii ✓

ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

i. $\tan 45^\circ = 1$ উক্তিটি সঠিক।

ii. $\sin A = \dfrac{1}{\operatorname{cosec} A}$ উক্তিটি সঠিক।

iii. $\cos\theta = \dfrac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$; দেওয়া আছে, $\cos\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ যা সঠিক নয়।

১১৫। $(1+\tan\theta)$ ও $(1-\tan\theta)$ এর গুণফল কত?

ক) $2-\sec^2\theta$ ✓

খ) $\sec^2\theta$

গ) $\tan^2\theta$

ঘ) $\cot^2\theta$

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$(1+\tan\theta)(1-\tan\theta) = 1^2 - \tan^2\theta = 1 - (\sec^2\theta - 1)$

$= 1 + 1 - \sec^2\theta = 2 - \sec^2\theta$

১১৬। $\sec^2\theta - \tan^2\theta + \dfrac{1}{2}$ এর মান কত?

ক) $-\dfrac{3}{2}$

খ) $-\dfrac{1}{2}$

গ) $\dfrac{1}{2}$

ঘ) $\dfrac{3}{2}$ ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\sec^2\theta - \tan^2\theta + \dfrac{1}{2} = 1 + \dfrac{1}{2}\ [\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1] = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2}$

১১৭। $\sin^2 A = \frac{1}{2}$ হলে, $\cos 2A =$ কত?

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ) $\frac{1}{2}$

গ) 1 ঘ) 0 ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\sin^2 A = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin A = \sin 45^\circ \Rightarrow A = 45^\circ$

$\therefore \cos 2A = \cos 2 \times 45^\circ = \cos 90^\circ = 0$

১১৮। θ এর কোন মানের জন্য $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ হয়-

ক) 45° খ) 60°

গ) 90° ঘ) যেকোনো মানের জন্য ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

θ এর যেকোনো মানের জন্য, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ সম্পর্কটি সত্য।

যেমনঃ $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = 1$; আবার, $\sin^2 100^\circ + \cos^2 100^\circ = 1$

১১৯। $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কত?

ক) $\frac{2}{5}$ ✓ খ) $\frac{3}{5}$

গ) $\frac{5}{6}$ ঘ) $\frac{4}{5}$

উত্তর: ক

১২০। যদি $\frac{\sec x + \tan x}{\sec x - \tan x} = 3$ হয়, তবে $\sin x$ এর মান কত?

ক) $-\frac{1}{2}$ খ) $\frac{1}{2}$ ✓

গ) 1 ঘ) 2

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$\frac{\sec x + \tan x}{\sec x - \tan x} = 3$

বা, $\frac{\sec x + \tan x + \sec x - \tan x}{\sec x + \tan x - \sec x + \tan x} = \frac{3+1}{3-1}$ [যোজন - বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sec x}{2\tan x} = \frac{4}{2}$ বা, $\frac{\frac{1}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} = 2 \left[\because \sec x = \frac{1}{\cos x}, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}\right]$

বা, $\frac{1}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x} = 2$ বা, $\frac{1}{\sin x} = 2 \quad \therefore \sin x = \frac{1}{2}$

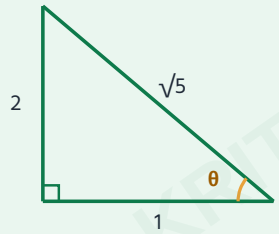
১২১। $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ **হলে,** $2\tan\theta$ **এর মান কত?**

ক) $\frac{1}{2}$ খ) 1

গ) 2 ঘ) 4 ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:



$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, (অতিভুজ)^2 = (সন্নিহিত বাহু)^2 + (বিপরীত বাহু)^2

বা, $(\sqrt{5})^2$ = (সন্নিহিত বাহু)$^2 + (2)^2$ বা, (সন্নিহিত বাহু)$^2 = 5 - 4$

$\therefore$ সন্নিহিত বাহু $= \sqrt{1} = 1$

$\therefore 2\tan\theta = 2 \times \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = 2 \times \frac{2}{1} = 4$

১২২। $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$ **হলে,** $\cos^4\theta - \sin^4\theta$ **এর মান কত?**

ক) 3 খ) 2

গ) 1 ঘ) $\frac{1}{3}$ ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\cos^4\theta - \sin^4\theta = (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2 = (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)\ [a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

$= 1 \times \frac{1}{3}\ [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1] = \frac{1}{3}$

১২৩। $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **হলে,** $\sin\theta =$ **কত?**

ক) $\frac{1}{2}$ খ) 0

গ) 1 ✓ ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $\cot(\theta - 30^\circ) = \cot 60^\circ \left[\because \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $(\theta - 30^\circ) = 60^\circ$ বা, $\theta = 90^\circ$ $\therefore \sin\theta = \sin 90^\circ = 1$

১২৪। $\tan^2 45^\circ,\ \sin^2 45^\circ,\ \cos^2 90^\circ$ **এর মান কত?**

ক) 0 ✓ খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

গ) 1 ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$\tan^2 45^\circ \times \sin^2 90^\circ \times \cos^2 90^\circ = 0$; কারন, $\cos 90^\circ = 0$

Note: শূন্য দ্বারা কোনো রাশিকে গুণ করলে তা শূন্য হয়।

১২৫। $\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ}$ **এর মান কত?**

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ) 2

গ) $\frac{1}{3}$ ✓ ঘ) 3

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$$\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

১২৬। $1 + \tan^2\theta$ **হলে,** θ **এর মান কত?**

ক) 0° খ) 30°

গ) 45° ঘ) 60° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$1 + \tan^2\theta = 4$ বা, $\tan^2\theta = 3$ বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$ $\therefore \theta = 60^\circ$

১২৭। $\cos A = \sin A$ **হলে,** $2\sin A.\cos A =$ **কত? (যেখানে A সূক্ষ্মকোণ)**

ক) 0 খ) $\frac{1}{2}$

গ) 1 ✓ ঘ) 2

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

এখানে, $\cos A = \sin A$ বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = 1$ বা, $\cot A = \cot 45^\circ \left[\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}; \cot 45^\circ = 1\right]$

$\therefore A = 45^\circ \quad \therefore 2\sin A \cos A = 2\sin 45^\circ . \cos 45^\circ = 2.\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

$= 2.\frac{1}{2} = 1$

১২৮। $\tan(\theta + 30^\circ) = \sqrt{3}$ **হলে,** θ **এর মান কত?**

ক) 0° খ) 60° ✓

গ) 60° ঘ) 90°

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে, $\tan(\theta + 30^\circ) = \sqrt{3}$ বা, $\tan(\theta + 30^\circ) = \tan 60^\circ \left[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}\right]$

বা, $\theta + 30^\circ = 60^\circ \quad \therefore \theta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

১২৯। $\cos 2\theta = 1/2$ **হলে,** $\sin^2 2\theta$ **= কত?**

ক) $1/4$ খ) $1/3$

গ) $3/4$ ✓ ঘ) 3

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$\cos 2\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\cos 2\theta = \cos 60^\circ \left[\cos 60^\circ = \frac{1}{2}\right]$ বা, $2\theta = 60^\circ \quad \therefore \theta = 30^\circ$

$\therefore \sin^2 2\theta = \{\sin(2 \times 30^\circ)\}^2 = (\sin 60^\circ)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

১৩০। $\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}$ **এর মান কত?**

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ) $\frac{1}{2}$ ✓

গ) 1 ঘ) 2

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4} = \cos 45^\circ . \sin 45^\circ . \tan 45^\circ \left[\because \frac{\pi}{4} = \frac{180}{4} = 45^\circ\right]$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 = \frac{1}{2}$

১৩১। ভূমি তলের উপর লম্ব এরূপ রেখাকে বলে-

i. ঊর্ধ্ব রেখা

ii. উল্লম্ব রেখা

iii. শয়ন রেখা

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii ✓ খ) i ও iii

গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

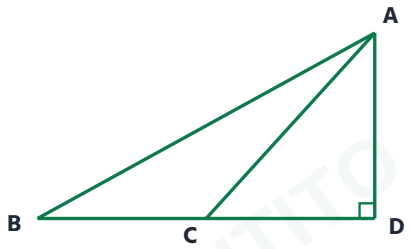
উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

ভূমি তলের উপর লম্ব এরূপ রেখাকে উর্ধ্বরেখা বলে। একে উল্লম্ব রেখাও বলা হয়ে থাকে।

অপরদিকে ভূরেখা বা শয়নরেখা হল ভূমি তলে অবস্থিত যেকোন সরলরেখা।

১৩২।



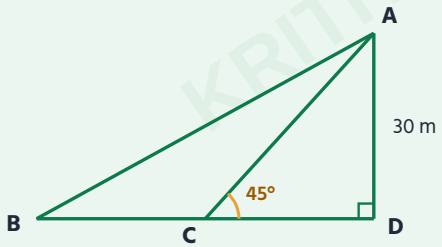
যদি $AD = 30$ মি. এবং $\angle ACD = 45^\circ$ হয় তবে $CD =$ কত?

ক) $10\sqrt{3}$ মি. **খ) 30 মি. ✓**

গ) $30\sqrt{3}$ মি. ঘ) 60 মি.

উত্তর: খ

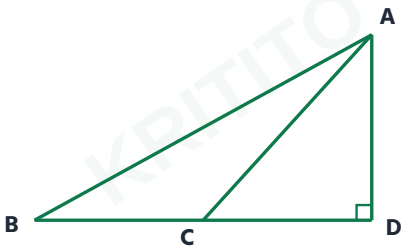
ব্যাখ্যা:



ΔACD হতে পাই, $\tan\angle ACD = \frac{AD}{DC}$ বা, $\tan 45^\circ = \frac{30}{DC}$

বা, $1 = \frac{30}{DC}$ $[\because \tan 45^\circ = 1]$ $\therefore DC = 30m$

১৩৩।



$AD = 7$ মি., $CD = 12$ মি. এবং $AB = 25$ মি. হলে $BC =$ কত?

ক) 24 মি.

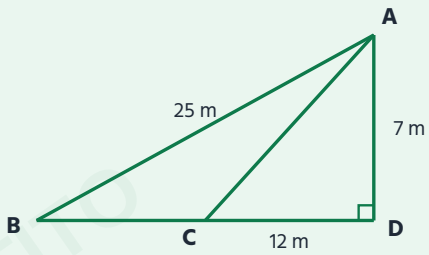
খ) 19 মি.

গ) 12 মি. ✓

ঘ) 6 মি.

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:



ΔABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24\,m$

$\therefore BC = BD - CD = 24 - 12 = 12\,m$

১৩৪। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:

i. 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে

ii. 45° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি = লম্ব হবে

iii. 60° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি লম্ব হবে

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

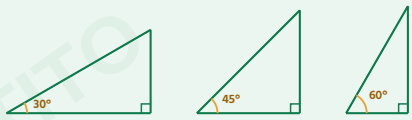
গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

বিভিন্ন-কোণের সমকোণী ত্রিভুজ আঁকার ক্ষেত্রে লম্ব ও ভূমির সম্পর্ক নিম্নরূপ:



(১) 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি > লম্ব হবে। (২) 45° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি = লম্ব হবে। (৩) 60° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে ভূমি < লম্ব হবে।

প্রকৃত অর্থে, কোণের মান $0^\circ < \theta < 45^\circ$ পর্যন্ত হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে ভূমি লম্ব হবে। কোণের মান $\theta = 45^\circ$ হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে ভূমি = লম্ব হবে। কোণের মান $45^\circ < \theta < 90^\circ$ পর্যন্ত হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কনে ভূমি < লম্ব হবে।

১৩৫। সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও অতিভুজের মধ্যকার কোণ কোনটি?

ক) সন্নিহিত কোণ

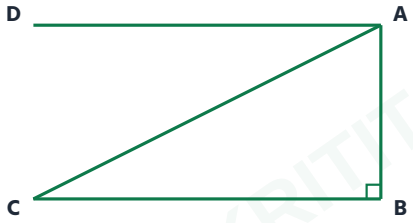
খ) উন্নতি কোণ ✓

গ) অবনতি কোণ

ঘ) সমকোণ

উত্তর: খ

১৩৬।



পাশের চিত্রে-

i. $\angle DAC$ অবনতি কোণ।

ii. $\angle ACB$ উন্নতি কোণ।

iii. $\angle DAC = \angle ACB$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

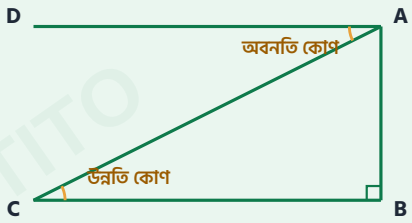
খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:



উন্নতি কোণ: ভূতলের উপরের কোন বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। প্রশ্নের ক্ষেত্রে $\angle ACB$ ভূতলের সাথে উপরের দিকে কোণ উৎপন্ন করায় এটি উন্নতি কোণ।

অবনতি কোণ: ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। প্রশ্নে, $\angle DAC$ ভূতলের সাথে নিচের দিকে কোণ উৎপন্ন করায় এটি অবনতি কোণ।

যেহেতু AD ও BC পরস্পর সমান্তরাল তাই একান্তর কোণদ্বয় $\angle DAC = \angle ACB$

১৩৭। ভূ-রেখার অপর নাম কী?

ক) লম্ব রেখা
খ) সমান্তরাল রেখা
গ) শয়ন রেখা ✓
ঘ) উর্ধ্বরেখা

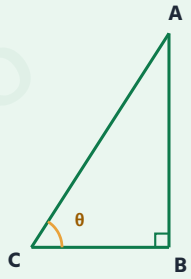
উত্তর: গ

১৩৮। একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3 : \sqrt{3}$ হলে, উন্নতি কোণ কত ডিগ্রি?

ক) $30°$
খ) $45°$
গ) $60°$ ✓
ঘ) $90°$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:



ধরি, গাছের দৈর্ঘ্য $= AB$, ছায়ার দৈর্ঘ্য $= BC$

প্রশ্নমতে, গাছের দৈর্ঘ্য : ছায়ার দৈর্ঘ্য $= 3 : \sqrt{3}$ বা, $\frac{\text{গাছের দৈর্ঘ্য}}{\text{ছায়ার দৈর্ঘ্য}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$ $\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

এখন, ABC ত্রিভুজে, উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$; $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \tan 60°$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

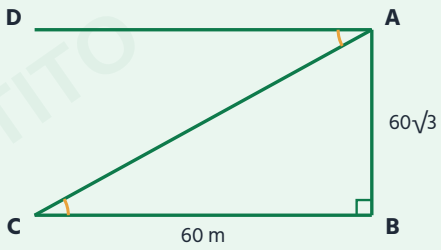
$\therefore \theta = 60°$ $\therefore$ উন্নতি কোণ $60°$

১৩৯। একটি মিনারের উচ্চতা $60\sqrt{3}$ মিটার এবং এর ছায়ার দৈর্ঘ্য 60 মিটার হলে অবনতি কোণ কত?

ক) $90°$
খ) $60°$ ✓
গ) $45°$
ঘ) $30°$

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:



ধরি, মিনারের দৈর্ঘ্য AB এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য BC, A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle DAC$

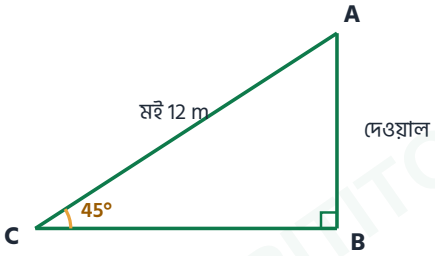
$\angle DAC = \angle ACB$ [একান্তর কোণগুলো পরস্পর সমান]

সমকোণী ΔABC থেকে পাই, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan\angle ACB = \frac{60\sqrt{3}}{60}$

বা, $\tan\angle ACB = \sqrt{3}$ বা, $\tan\angle ACB = \tan 60^\circ$ $\therefore \angle ACB = 60^\circ$

$\therefore$ অবনতি কোণ 60°

১৪০।



চিত্রে দেওয়ালটির উচ্চতা কত মিটার?

ক) 6 খ) $6\sqrt{2}$ ✓

গ) $9\sqrt{2}$ ঘ) $12\sqrt{2}$

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin 45^\circ = \frac{\text{দেয়ালের উচ্চতা}}{\text{মইয়ের দৈর্ঘ্য}} = \frac{AB}{BC}$

$\therefore$ দেয়ালের উচ্চতা $= \sin 45^\circ \times 12 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 12 = 6\sqrt{2}$

১৪১। $\cos A$ এর মান 0 শূন্য হলে, $A =$ কত?

ক) 30° খ) 60°

গ) 45° ঘ) 90° ✓

উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$\cos A = 0$ বা, $\cos A = \cos 90^\circ$ $[\because \cos 90^\circ = 0]$ $\therefore A = 90^\circ$

১৪২। $\frac{\sin 45^\circ}{\sec 45^\circ} =$ কত?

ক) 1 খ) 2

গ) $\frac{1}{2}$ ✓ ঘ) $\sqrt{2}$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sec 45^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\frac{1}{\cos 45^\circ}} = \sin 45^\circ . \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

১৪৩। নিচের কোনটির মান অসংজ্ঞায়িত?

ক) $\sin 90^\circ$ খ) $\cos 90^\circ$

গ) $\tan 90^\circ$ ✓ ঘ) $\tan 0^\circ$

উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

অসংজ্ঞায়িত ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো হলো- $\tan 90^\circ$, $\cot 0^\circ$, $\sec 90^\circ$ ও $\operatorname{cosec} 0^\circ$

Note: প্রশ্নটি পরীক্ষার জন্য খুব গুরুত্বপূর্ণ।

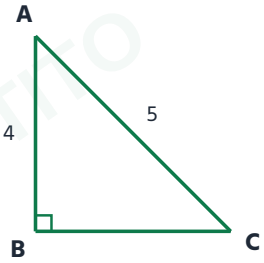
সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন (SQ) — অধ্যায় ৯ ১৯টি প্রশ্ন

প্রশ্ন ১। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ, বিপরীত বাহু ও সন্নিহিত বাহুর সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু বা সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে। সমকোণী ত্রিভুজের প্রদত্ত সূক্ষ্মকোণের বিপরীত যে বাহু থাকে তাকে বিপরীত বাহু বলে।

প্রদত্ত সূক্ষ্মকোণ সৃষ্টিকারী রেখাংশকে সন্নিহিত বাহু বলে।

প্রশ্ন ২। 

চিত্রের আলোকে $\sin A - \cos C$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AB = 4$ $AC = S$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \quad \therefore BC = \sqrt{9} = 3$

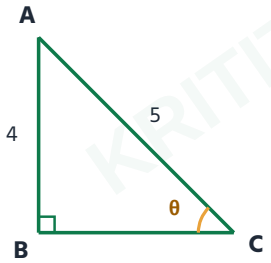
$\therefore \sin A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$ এবং $\cos C = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \sin A - \cos C = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} = 0$

নির্ণেয় মান 0.

প্রশ্ন ৩। θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো লেখ।

উত্তর:



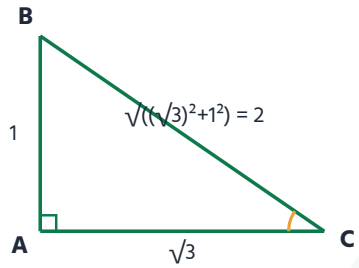
$\sin\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$, $\cos\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

$\tan\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$, $\cot\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$ এবং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

প্রশ্ন ৪। ABC **সমকোণী ত্রিভুজে ত্রিভুজে** $\angle A = 1$ **সমকোণ,** $AB = 1$ **একক এবং** $AC = \sqrt{3}$ **একক হলে,** $\frac{\sec B}{\tan C}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:



সমকোণী $\triangle ABC$ হতে পাই, $\sec B = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{1} = 2$ এবং $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\sec B}{\tan C} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

নির্ণেয় মান: $2\sqrt{3}$

প্রশ্ন ৫। $\cot\theta\sqrt{1-\cos^2\theta}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

প্রদত্ত রাশি $= \cot\theta\sqrt{1-\cos^2\theta} = \cot\theta\sqrt{\sin^2\theta}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$বা, $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$

$= \cot\theta \cdot \sin\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \sin\theta = \cos\theta$

নির্ণেয় মান $\cos\theta$.

প্রশ্ন ৬। **যদি** $\tan A = \frac{4}{3}$ **হয়, তাহলে** $\sqrt{\frac{1-\sin^2 A}{\sin^2 A}}$ **এর মান কত?**

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{4}{3}$

প্রদত্ত রাশি $= \sqrt{\frac{1-\sin^2 A}{\sin^2 A}} = \sqrt{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}}$ $[\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A]$

$= \sqrt{\cot^2 A} = \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

নির্ণেয় মান $\frac{3}{4}$.

প্রশ্ন ৭। $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{1}{\cos A} + 1} - \frac{\frac{1}{\cos A} - 1}{\frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{\sin A}{\cos A + 1} - \frac{1 - \cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A - 1 + \cos^2 A}{\sin A(\cos A + 1)} = \frac{1 - 1}{\sin A(\cos A + 1)} = 0.$

প্রশ্ন ৮। দেখাও যে, $\cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A$.

উত্তর:

বামপক্ষ $= \cot^2 A - \cos^2 A = \dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A} - \cos^2 A = \dfrac{\cos^2 A - \sin^2 A \cdot \cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \dfrac{\cos^2 A(1 - \sin^2 A)}{\sin^2 A} = \dfrac{\cos^2 A \cdot \cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \cos^2 A \dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \cot^2 A \cdot \cos^2 A =$ ডানপক্ষ

$\therefore \cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯। $\operatorname{cosec} A - \cot A = \dfrac{4}{3}$ **হলে, প্রমাণ কর যে,** $\operatorname{cosec} A + \cot A = \dfrac{3}{4}$.

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \dfrac{4}{3}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$ বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A) \times \dfrac{4}{3} = 1 \quad \therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \dfrac{3}{4}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০। $A = 30^\circ$ **হলে, প্রমাণ কর যে,** $\cos 2A = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$.

উত্তর:

দেওয়া আছে; $A = 30^\circ$

বামপক্ষ $= \cos 2A = \cos(2 \times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \dfrac{1 - (\tan 30^\circ)^2}{1 + (\tan 30^\circ)^2} = \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{1 - \dfrac{1}{3}}{1 + \dfrac{1}{3}} = \dfrac{\dfrac{3-1}{3}}{\dfrac{3+1}{3}} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \cos 2A = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১। $\sec A = \operatorname{cosec} B = 2$ **হলে,** $\sin(A - B)$ **এর মান নির্ণয় কর।**

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\sec A = \operatorname{cosec} B = 2$

$\therefore \sec A = 2$ বা, $\sec A = \sec 60^\circ \quad \therefore A = 60^\circ$

এবং $\operatorname{cosec} B = 2$ বা, $\operatorname{cosec} B = \operatorname{cosec} 30^\circ \quad \therefore B = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \sin(A - B) = \sin(60^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$

নির্ণেয় মান: $\dfrac{1}{2}$

প্রশ্ন ১২। $\tan B = 1$ **হলে,** $\sin B \cos B = ?$

উত্তর:

দেওয়া আছে; $\tan B = 1$ বা, $\tan B = \tan 45^\circ$ বা, $B = 45^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \sin B \cdot \cos B = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$

নির্ণেয় মান $\dfrac{1}{2}$.

প্রশ্ন ১৩। দেখাও যে, $\sin^2 2A = \cos^2 A$, যখন $A = 30°$।

উত্তর:

দেওয়া আছে, $A = 30°$

বামপক্ষ. $= \sin^2 \cdot 2A = (\sin 2A)^2 = (\sin 2 \times 30°)^2 = (\sin 60°)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

ডানপক্ষ $= \cos^2 A = (\cos A)^2 = (\cos 30°)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

$\therefore \sin^2 2A = \cos^2 A$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪। $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 3$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? (যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ)

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 3$

বা, $\tan^2\theta + 1 + \tan^2\theta = 3$ বা, $2\tan^2\theta = 3 - 1$ বা, $\tan^2\theta = \frac{2}{2} = 1$

বা, $\tan\theta = \sqrt{1} = 1$ বা, $\tan\theta = \tan 45°$ $\therefore \theta = 45°$

প্রদত্ত রাশি $= \operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 45° = \sqrt{2}$

নির্ণেয় মান: $\sqrt{2}$

প্রশ্ন ১৫। $1 + \tan^2\theta = 4$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর

উত্তর:

দেওয়া আছে, $1 + \tan^2\theta = 4$ বা, $\sec^2\theta = 4$ বা, $\sec\theta = \sqrt{4}$

বা, $\sec\theta = 2$ বা, $\sec\theta = \sec 60°$ $\therefore \theta = 60°$.

প্রশ্ন ১৬। $\sqrt{2}\cos(A - B) = 1$ এবং $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ হলে, A এর মান বের কর।

উত্তর:

এখানে, $\sqrt{2}\cos(A - B) = 1$ বা, $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$ $\therefore A - B = 45° \ldots (1)$

আবার, $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ বা, $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$ $\therefore A + B = 60° \ldots (2)$

(1) + (2) হতে পাই, $2A = 105°$ $\therefore A = 52\frac{1}{2}$

প্রশ্ন ১৭। $\tan(90° - A) = \sqrt{3}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে; $\tan(90° - A) = \sqrt{3}$

বা, $\cot A = \sqrt{3}$ বা; $\cot A = \cot 30°$. $\therefore A = 30°$

নির্ণেয় মান: $A = 30°$.

প্রশ্ন ১৮। $\sec(A + 30°) = \sqrt{2}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:

দেওয়া আছে, $\sec(A + 30°) = \sqrt{2}$ বা, $\sec(A + 30°) = \sec 45°$

বা, $A + 30° = 45°$ বা, $A = 45° - 30°$ $\therefore A = 15°$

নির্ণেয় মান: $A = 15°$.

প্রশ্ন ১৯। $\tan(A-30^\circ)=1$ **হলে, A এর মান নির্ণয় কর।**

> **উত্তর:**
> দেওয়া আছে, $\tan(A-30^\circ)=1$ বা, $\tan(A-30^\circ)=\tan 45^\circ$
> বা, $A-30^\circ=45^\circ$ বা, $A=45^\circ+30^\circ$ $\therefore A=75^\circ$
> নির্ণেয় মান: $A=75^\circ$.

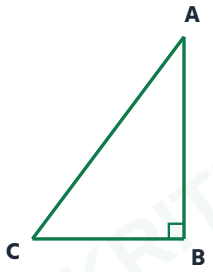
সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন (SQ) — অধ্যায় ১০

৩৪টি প্রশ্ন

প্রশ্ন ১। চিত্র এঁকে ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখার সংজ্ঞা দাও।

উত্তর:

ভূ-রেখা হলো ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা। একে শয়নরেখাও বলা হয়। ঊর্ধ্বরেখা হলো ভূমি তলের ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা। একে উলম্ব রেখাও বলে।

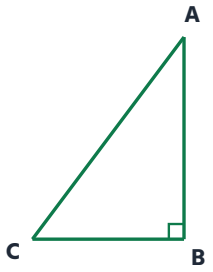


চিত্রে, CB রেখা হলো ভূ-রেখা এবং BA রেখা হলো ঊর্ধ্বরেখা।

প্রশ্ন ২। চিত্রসহ উলম্ব তল ব্যাখ্যা কর।

উত্তর:

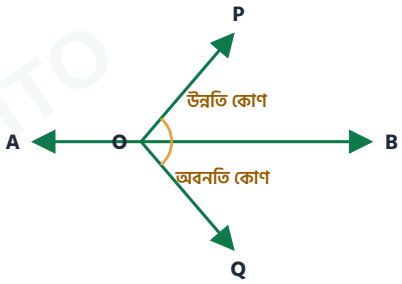
ভূমি তলের ওপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উলম্ব তল বলে। এখানে, ABC তলটি ভূমির ওপর লম্ব যা উলম্ব তল।



প্রশ্ন ৩। উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ ব্যাখ্যা কর।

উত্তর:

ভূমিতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে। চিত্রে O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর উন্নতি কোণ হচ্ছে $\angle POB$। ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে। চিত্রে O বিন্দুর সাপেক্ষে Q বিন্দুর অবনতি কোণ হচ্ছে $\angle QOB$।



প্রশ্ন ৪। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত 2: 3। ক্ষুদ্রতর সূক্ষ্মকোণটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত = 2: 3

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x; সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় $2x$ এবং $3x$

শর্তমতে, $2x + 3x = 90^\circ$ বা, $5x = 90^\circ$ বা, $x = \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ$

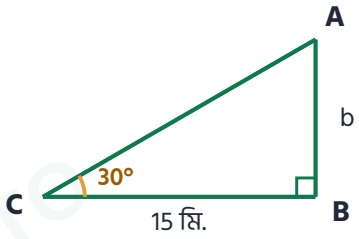
$\therefore$ ক্ষুদ্রতর সূক্ষ্মকোণ $= 2 \times 18^\circ = 36^\circ$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতর সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ 36°।

প্রশ্ন ৫। কোনো মিনারের শীর্ষ ভূমির কোনো বিন্দুতে উন্নতি $\angle 30^\circ$ উৎপন্ন করলে এবং মিনারের পাদদেশ থেকে ছায়ার দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে, মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার। C বিন্দুতে মিনারের শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 30^\circ$ এবং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = 15$ মিটার।



এখন, ত্রিভুজ ABC-এ, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$, বা, $\tan 30^\circ = \frac{h}{15}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{15}$

বা, $h\sqrt{3} = 15$ বা, $h = \frac{15}{\sqrt{3}} = 8.66$ মিটার (প্রায়)

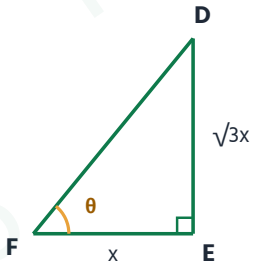
$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 8.66 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৬। একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $= \sqrt{3} : 1$; ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

$\therefore$ গাছের উচ্চতা, $DE = \sqrt{3}x$



গাছের ছায়া, $EF = x$ এবং গাছের উন্নতি কোণ $\angle DFE = \theta$

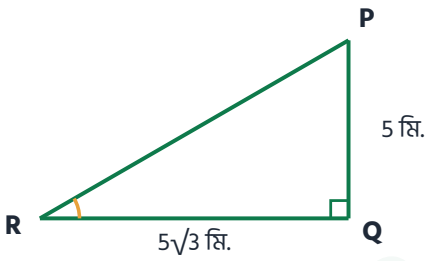
DEF সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle DFE = \frac{DE}{EF}$ বা, $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$ $\quad\therefore$ গাছের উন্নতি কোণ 60°।

প্রশ্ন ৭। 5 মিটার উচ্চতার একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, খুঁটির উচ্চতা $PQ = 5$ মিটার, খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $QR = 5\sqrt{3}$ মিটার এবং সূর্যের উন্নতি কোণ $\angle PRQ$।



এখন, PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$ বা, $\tan\angle PRQ = \frac{5}{5\sqrt{3}}$

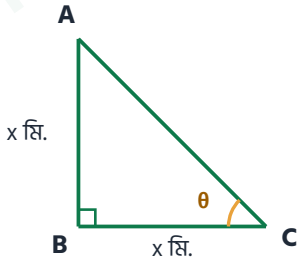
বা, $\tan\angle PRQ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $\tan\angle PRQ = \tan 30^\circ$ $\therefore \angle PRQ = 30^\circ$

$\therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 30°।

প্রশ্ন ৮। একটি টাওয়ারের উচ্চতা তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের সমান হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

মনে করি, টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x$ একক



টাওয়ারের উচ্চতা, $AB = x$ একক; উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \frac{x}{x} = 1 = \tan 45^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$ $\therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 45°।

প্রশ্ন ৯। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত 4: 5। ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় হলো যথাক্রমে $4x$ ও $5x$

শর্তমতে, $4x + 5x = 90^\circ$ বা, $9x = 90^\circ$ বা, $x = \frac{90^\circ}{9} = 10^\circ$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণ $= 4x = 4 \times 10^\circ = 40^\circ$।

প্রশ্ন ১০। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত 1: 2 হলে, বৃহত্তর সূক্ষ্মকোণটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$; $\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় হলো যথাক্রমে x ও $2x$

শর্তমতে, $x + 2x = 90^\circ$ বা, $3x = 90^\circ$ বা, $x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$

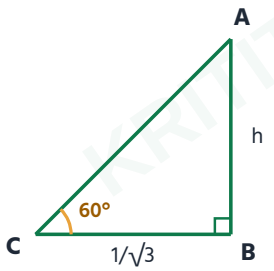
$\therefore$ বৃহত্তর সূক্ষ্মকোণ $= 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$।

প্রশ্ন ১১। কোনো খুঁটির শীর্ষ ভূমির কোনো বিন্দুতে উন্নতি কোণ 60° উৎপন্ন করলে এবং খুঁটির পাদদেশ থেকে খুঁটিটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $\frac{1}{\sqrt{3}}$ মিটার হলে, খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, খুঁটিটির উচ্চতা, AB = h মি.

C বিন্দুতে খুঁটির শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ এবং খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = \frac{1}{\sqrt{3}}$ মি.।



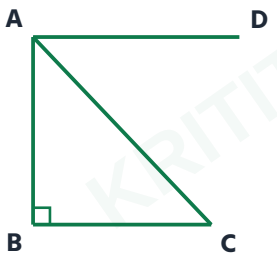
এখন, সমকোণী ΔABC-এ $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$ বা, $h = \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\therefore h = 1$

খুঁটিটির উচ্চতা 1 মিটার।

প্রশ্ন ১২। চিত্রে ভূ-রেখা, ঊর্ধ্বরেখা, উলম্বতল, উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ নির্দেশ কর।

উত্তর:



চিত্র হতে পাই, ভূ-রেখা = CB, ঊর্ধ্বরেখা = AB, উলম্বতল = ABC, উন্নতি কোণ = $\angle BCA$ এবং অবনতি কোণ = $\angle CAD$

প্রশ্ন ১৩। 3 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ মিটার হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

এখানে, গাছের উচ্চতা, $BC = 3$ মি. এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য, $AB = \sqrt{3}$ মি.।

সুতরাং ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

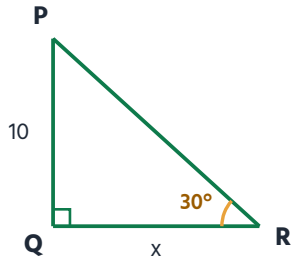
বা, $\sin 45^\circ = \frac{h}{25}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{25}$ বা, $h = \frac{25}{\sqrt{2}} = 17.678$ (প্রায়)

নির্ণয় উচ্চতা 17.678 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৪। একটি মিনারের উচ্চতা 10 মি. এবং সূর্যের উন্নতি কোণ 30° হলে, মিনারটির ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $QR = x$ মি.। এখানে, মিনারের উচ্চতা, $PQ = 10$ মি.।



সূর্যের উন্নতি কোণ, $\angle PRQ = 30^\circ$

এখন সমকোণী ΔPQR-এ $\tan\angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{10}{x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x}$

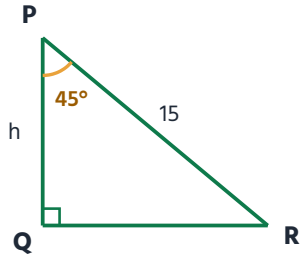
বা, $x = 10\sqrt{3} = 17.32$ $\therefore$ মিনারটির ছায়ার দৈর্ঘ্য 17.32 মি.।

প্রশ্ন ১৫। 15 মি. দৈর্ঘ্যের একটি মই দেওয়ালের শীর্ষের সাথে 45° কোণ তৈরি করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, দেওয়ালের উচ্চতা, $PQ = h$ মি.। এখানে, মইটির দৈর্ঘ্য, $PR = 15$ মি.।

দেওয়ালের শীর্ষের সাথে মইয়ের উৎপন্ন কোণ, $\angle QPR = 45^\circ$



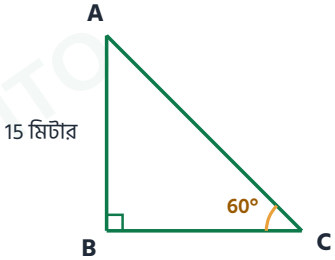
এখন, সমকোণী Δ PQR-এ $\cos 45^\circ = \frac{PQ}{PR}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{15}$ বা, $h = \frac{15}{\sqrt{2}} = 10.61$

নির্ণয় দেওয়ালটির উচ্চতা 10.61 মি.।

প্রশ্ন ১৬। কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য 15 মিটার ও উন্নতি কোণ 60° হলে, মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

চিত্রে মিনারের দৈর্ঘ্য, AB = 15 মিটার এবং $\angle ACB = 60^\circ$। মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, BC = ?



ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{15}{BC}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{BC}$

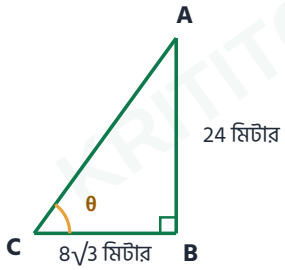
বা, $BC \times \sqrt{3} = 15$ বা, $BC = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$

$\therefore$ মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার।

প্রশ্ন ১৭। 24 মিটার লম্বা একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = 24 মিটার। AB খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = 8\sqrt{3}$ মিটার এবং C বিন্দুতে খুঁটির শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$।



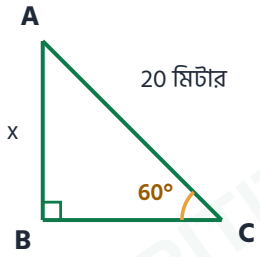
ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \frac{24}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$ $[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$ $\therefore \theta = 60^\circ$

অর্থাৎ, সূর্যের উন্নতি কোণ 60°।

প্রশ্ন ১৮। নিচের চিত্র হতে x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



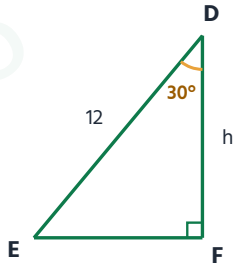
প্রদত্ত সমকোণী ΔABC হতে পাই, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$ বা, $\sin 60^\circ = \frac{x}{20}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{20}$ বা, $x = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17.32$

নির্ণেয় মান: $x = 17.32$ মি.।

প্রশ্ন ১৯। নিচের চিত্র হতে h এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



প্রদত্ত সমকোণী Δ DEF হতে পাই, $\cos\angle EDF = \frac{DF}{DE}$ বা, $\cos 30^\circ = \frac{h}{12}$

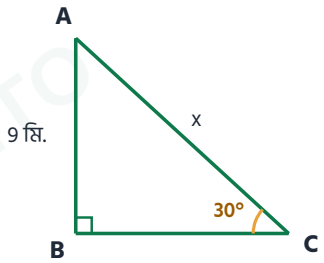
বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{12}$ বা, $h = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.39$

নির্ণেয় h এর মান 10.39 মি.।

প্রশ্ন ২০। একটি লাঠি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের সাথে মেলানো অবস্থায় রয়েছে। দেওয়ালের উচ্চতা 9 মি. হলে, লাঠিটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, লাঠিটির দৈর্ঘ্য, $AC = x$ মি.। এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা, $AB = 9$ মি.। $\angle ACB = 30^\circ$



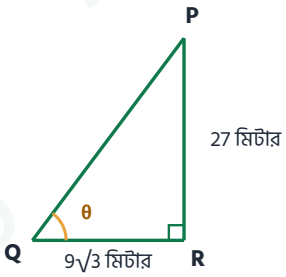
সমকোণী ΔABC থেকে পাই, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$ বা, $\sin 30^\circ = \frac{9}{x}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{9}{x}$ বা, $x = 18$

নির্ণেয় লাঠিটির দৈর্ঘ্য 18 মি.।

প্রশ্ন ২১। একটি স্তম্ভের উচ্চতা 27 মি. ও ছায়ার দৈর্ঘ্য $9\sqrt{3}$ মি. হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, সূর্যের উন্নতি কোণ, $\angle PQR = \theta$। এখানে, স্তম্ভের উচ্চতা $PR = 27$ মি. এবং স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য $QR = 9\sqrt{3}$ মি.।

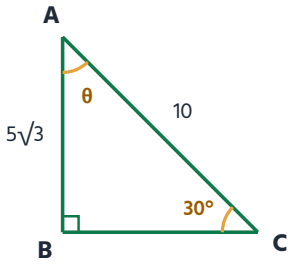


সমকোণী ΔPQR এ, $\tan\angle PQR = \frac{PR}{QR}$ বা, $\tan\theta = \frac{27}{9\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$; নির্ণেয় সূর্যের উন্নতি কোণ 60°।

প্রশ্ন ২২। নিচের চিত্র হতে θ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



প্রদত্ত সমকোণী ΔABC হতে পাই, $\cos\angle BAC = \frac{AB}{AC}$

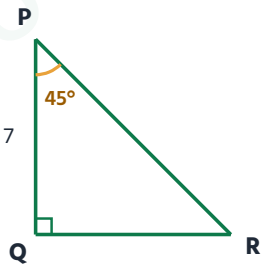
বা, $\cos\theta = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ \quad \therefore \theta = 30^\circ$

নির্ণেয় মান: $\theta = 30^\circ$।

প্রশ্ন ২৩। একটি টাওয়ারের উচ্চতা 7 মি. এবং টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে ছায়ার অবনতি কোণ 45° হলে, ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর:

ধরি, ছায়ার দৈর্ঘ্য, $QR = x$ মি.। এখানে, টাওয়ারের দৈর্ঘ্য, $PQ = 7$ মি.। অবনতি কোণ, $\angle QPR = 45^\circ$

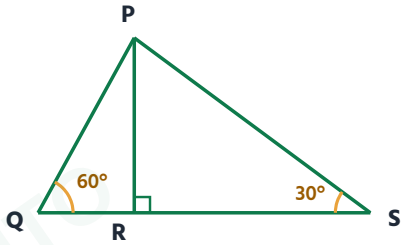


সমকোণী ΔPQR-এ $\tan\angle QPR = \frac{QR}{PQ}$ বা, $\tan 45^\circ = \frac{x}{7}$ বা, $1 = \frac{x}{7} \quad \therefore x = 7$ মি.

নির্ণেয় ছায়ার দৈর্ঘ্য 7 মি.।

প্রশ্ন ২৪। নিচের চিত্র হতে QR এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর:



প্রদত্ত সমকোণী ΔPRS-এ, $\tan\angle PSR = \frac{PR}{RS}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{PR}{\sqrt{3}}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{PR}{\sqrt{3}} \quad \therefore PR = 1$

আবার, সমকোণী ΔPQR-এ, $\tan\angle PQR = \frac{PR}{QR}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{1}{QR}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{1}{QR}$ বা, $QR = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান: $QR = \frac{1}{\sqrt{3}}$।

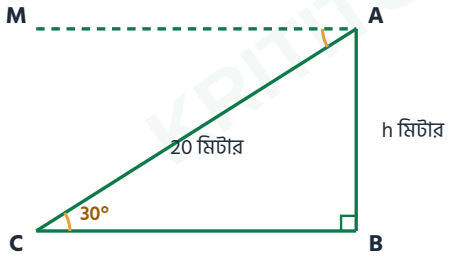
প্রশ্ন ২৫। একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

উত্তর:

মনে করি, ঘরটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং ঘরটির ছাদের শীর্ষবিন্দু A হতে AC = 20 মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle CAM = 30^\circ$

$\therefore \angle ACB = \angle CAM = 30^\circ$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

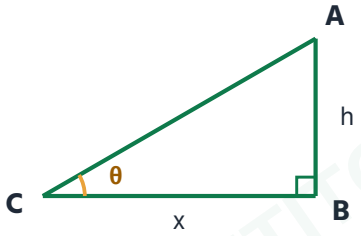


বা, $\sin 30^\circ = \frac{AB}{20}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{AB}{20}$ বা, $2AB = 20 \quad \therefore AB = 10$

নির্ণেয় ঘরটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ২৬। একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের বর্গ তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের বর্গের এক তৃতীয়াংশ হলে ছায়ার প্রান্তবিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:



ধরি, দণ্ডের দৈর্ঘ্য, $AB = h$ এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x$

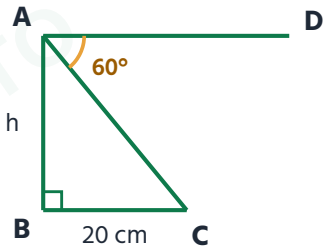
শর্তমতে, $h^2 = \frac{x^2}{3}$ বা, $h = \frac{x}{\sqrt{3}}$ বা, $x = \sqrt{3}h$

এখন, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \frac{h}{\sqrt{3}h} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ \quad \therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 30°।

প্রশ্ন ২৭। চিত্রে h এর মান কত?

উত্তর:



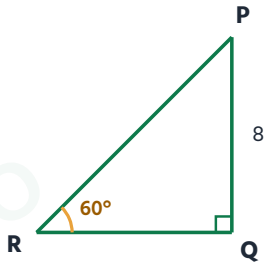
প্রদত্ত চিত্র হতে, Δ ABC-এ, $\angle ACB$ = একান্তর $\angle DAC = 60^\circ$

$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{25}$ $\quad \therefore h = 25\sqrt{3}$

নির্ণেয় h এর মান $25\sqrt{3}$ সে.মি.।

প্রশ্ন ২৮। PQR ত্রিভুজে $\angle Q = 1$ সমকোণ ও $\angle PRQ = 60^\circ$ এবং $PQ = 8$ সে. মি. হলে, $QR =$ কত?

উত্তর:



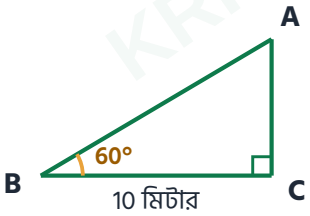
ΔPQR-এ, $PQ = 8, \angle PRQ = 60^\circ, \angle Q = 90^\circ$

$\therefore \tan \angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{8}{QR}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{8}{QR}$ $\quad \therefore QR = \frac{8}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় $QR = \frac{8}{\sqrt{3}}$ সে.মি.।

প্রশ্ন ২৯। চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

উত্তর:



চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য AC, $BC = 10$ মিটার এবং $\angle ABC = 60^\circ$

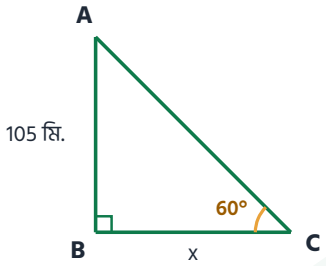
ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{AC}{10}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{AC}{10}$

বা, $AC = 10\sqrt{3}$ $\quad \therefore$ খুঁটির দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ মিটার।

প্রশ্ন ৩০। একটি গাছের উচ্চতা 105 মিটার। গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুর দূরত্ব কত মিটার?

উত্তর:

ধরি, গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুর দূরত্ব x মিটার



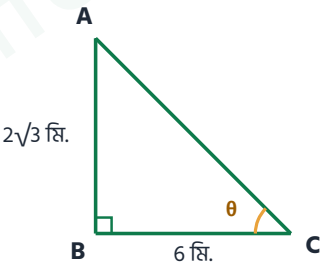
$\therefore \Delta ABC$-এ $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{105}{x}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{105}{x}$ বা, $x = \frac{105}{\sqrt{3}} = 61$

নির্ণেয় দূরত্ব 61 মি.।

প্রশ্ন ৩১। একটি গাছের উচ্চতা $2\sqrt{3}$ মিটার। গাছের গোড়া হতে 6 মিটার দূরে উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

এখানে, গাছের উচ্চতা, $AB = 2\sqrt{3}$ মিটার, গাছের গোড়া হতে $BC = 6$ মিটার দূরে উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$



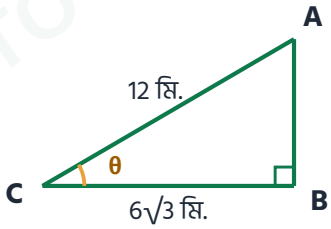
ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ $\therefore$ উন্নতি কোণ 30°।

প্রশ্ন ৩২। 12 মিটার দীর্ঘ একটি মই দেওয়াল থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। θ এর মান কত?

উত্তর:

এখানে, মইয়ের দৈর্ঘ্য, AC = 12 মিটার। মইটি AB দেওয়াল থেকে $BC = 6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে $\angle ACB = \theta$ কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে।



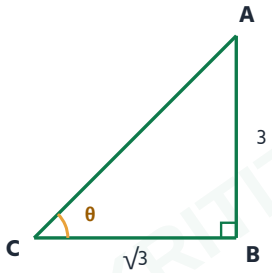
এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$ বা, $\cos\theta = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$; নির্ণেয় মান: $\theta = 30^\circ$।

প্রশ্ন ৩৩। একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3 : \sqrt{3}$ হলে, উন্নতি কোণ কত?

উত্তর:

গাছটির দৈর্ঘ্য $AB = 3$ এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = \sqrt{3}$



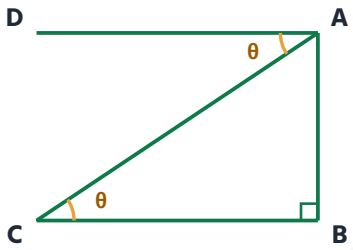
$\therefore \tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan\theta = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$; নির্ণেয় উন্নতি কোণ $\theta = 60^\circ$।

প্রশ্ন ৩৪। অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য ছায়ার দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুণ হবে?

উত্তর:

ধরি, খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x$ একক



$\therefore$ খুঁটি, $AB = \sqrt{3}x$ একক; অবনতি কোণ, $\angle CAD = \theta = \angle ACB$

$\therefore \Delta$ ABC-এ $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \quad \therefore \theta = 60^\circ$

নির্ণেয় অবনতি কোণ 60°।

সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ) — অধ্যায় ৯

৮টি প্রশ্ন

১ যশোর বোর্ড ২০২০

(i) $A = \sin\theta, B = \cos\theta$. (ii) $P = \cos A + \sin A$.

ক) $\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$ হলে; $\sin(x+y)$এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $P = \sqrt{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $A = 45^\circ$, ৪

গ) (i) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{A+1-B}{A-1+B} = \dfrac{B}{1-A}$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$; এখন, $\sec x = 2$ আবার, $\operatorname{cosec} y = 2$

বা, $\sec x = \sec 60^\circ$; বা, $\operatorname{cosec} y = \operatorname{cosec} 30^\circ \quad \therefore x = 60^\circ. \ \therefore y = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \sin(x+y) = \sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 1.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $P = \cos A + \sin A$; $P = \sqrt{2}$ হলে, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}$

বা, $\cos A = \sqrt{2} - \sin A$

বা, $\cos^2 A = (\sqrt{2} - \sin A)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2 A = (\sqrt{2})^2 - 2.\sqrt{2}.\sin A + \sin^2 A$

বা, $\cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$

বা, $1 - \sin^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$

বা, $2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A - 1 + \sin^2 A = 0$

বা, $2\sin^2 A - 2\sqrt{2}\sin A + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin A)^2 - 2.\sqrt{2}\sin A.1 + 12 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin A - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin A - 1 = 0$ [বর্গমূল করে] বা, $\sqrt{2}\sin A = 1$

বা, $\sin A = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ \quad \therefore A = 45^\circ$. (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $A = \sin\theta, B = \cos\theta$

বামপক্ষ $= \dfrac{A+1-B}{A-1+B} = \dfrac{\sin\theta + 1 - \cos\theta}{\sin\theta - 1 + \cos\theta}$

$= \dfrac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta}}$ [লব ও হরকে $\cos\theta$ দ্বারা ভাগ করে]

$= \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}$ [$\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$]

$= \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{(\tan\theta - \sec\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)} = \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{-(\sec\theta - \tan\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}$

$$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta - 1)} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{1}{\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{1}{\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$$

ডানপক্ষ $= \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} = \frac{B}{1-A}$ $\therefore \frac{A+1-B}{A-1+B} = \frac{B}{1-A}$ (প্রমাণিত)

২

ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২২

$\cos\theta + \cot\theta = p, \cot\theta - \cos\theta = q$ এবং $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = M$

ক) $\cot(A - 25^\circ) = 1$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) প্রমাণ কর: $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$ ৪

গ) $M = 3$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। [যখন $0^\circ < \theta < 90^\circ$] ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cot(A - 25^\circ) = 1$ বা, $\cot(A - 25^\circ) = \cot 45^\circ$ [$\because \cot 45^\circ = 1$]

বা, $A - 25^\circ = 45^\circ$ বা, $A = (45^\circ + 25^\circ)$ $\therefore A = 70^\circ$

নির্ণেয় মান: $A = 70^\circ$.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cos\theta + \cot\theta = p; \cot\theta - \cos\theta = q$

বামপক্ষ $= p^2 - q^2 = (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2 \cos\theta$ [$\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$]

$= 4\sqrt{\cot^2\theta\cos^2\theta} = 4\sqrt{\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta\sin^2\theta} = 4\sqrt{\cot^2\theta - \left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)\sin^2\theta}$

$\left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right] 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$ [$\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$]

$= 4\sqrt{pq}$ = ডানপক্ষ $\therefore p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$. (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = M$ হলে, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3; \ < \theta < 90^\circ$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta = 3\ in^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 02\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$ বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয় $\cos\theta - 1 = 0$ বা, $\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = \cos 0^\circ$ [$\because \cos 0^\circ = 1$] $= 0^\circ$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কেননা, $0^\circ < \theta < 90^\circ$ $\therefore \theta = 60^\circ$

অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\cos\theta = \cos 60^\circ$ $\left[\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2}\right]$ $\therefore \theta = 60^\circ$

∴ নির্ণেয় মান, $\theta = 60^\circ$

৩ বরিশাল বোর্ড ২০২৩

$p = \cos A, q = \sin A$

ক) $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ হলে, $\cos(x+y)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $p^2 + p^4 = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1.$ ৪

গ) $p - q = \sqrt{5}q$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4q + p = \sqrt{5}p.$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ ∴ $\tan x = \sqrt{3}$ বা, $\tan x = \tan 60^\circ$ ∴ $x = 60^\circ$

এবং $\cot y = \sqrt{3}$ বা, $\cot y = \cot 30^\circ$ ∴ $y = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \cos(x+y) = \cos(60^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0$

নির্ণেয় মান: 0.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p^2 + p^4 = 1$ হলে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$ বা, $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$ বা, $\cos^4 A = \sin^2 A$

বামপক্ষ $= \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \frac{\sin^2 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$ $[\because \cos^4 A = \sin^2 A] = \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{1 - \cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1 =$ ডানপক্ষ

∴ $\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1.$ (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p - q = \sqrt{5}q$ হলে, $\cos A - \sin A = \sqrt{5}\sin A$

বা, $\cos A = \sqrt{5}\sin A + \sin A$ বা, $\cos A = \sin A(\sqrt{5}+1)$ বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{5}+1$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$ বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

বা, $4\sin A = \sqrt{5}\cos A - \cos A$ বা, $4\sin A + \cos A = \sqrt{5}\cos A$

অর্থাৎ: $4q + p = \sqrt{5}p.$ (প্রমাণিত)

৪ কুমিল্লা বোর্ড ২০২৩

$p = \tan\beta, q = \cot\beta$ এবং $r = \sec\theta - \tan\theta$.

ক) $A = 30^\circ$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos 2A = \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$. ২

খ) প্রমাণ কর যে, $\dfrac{p}{1-q} + \dfrac{q}{1-p} = \sec\beta\,\text{cosec}\,\beta + 1$. ৪

গ) $r = \dfrac{1}{a}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta = \dfrac{2a}{a^2-1}$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $A = 30^\circ$

বামপক্ষ $= \cos 2A = \cos(2\times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = \dfrac{1-(\tan 30^\circ)^2}{1+(\tan 30^\circ)^2} = \dfrac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \left(\dfrac{2}{3}\right)\times\left(\dfrac{3}{4}\right) = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \cos 2A = \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$. (প্রমাণিত)

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \tan\beta$ এবং $q = \cot\beta$

বামপক্ষ $= \dfrac{p}{1-q} + \dfrac{q}{1-p} = \dfrac{\tan\beta}{1-\cot\beta} + \dfrac{\cot\beta}{1-\tan\beta} = \dfrac{\tan\beta}{1-\frac{1}{\tan\beta}} + \dfrac{\frac{1}{\tan\beta}}{1-\tan\beta}$

$= \tan\beta\times\dfrac{\tan\beta}{\tan\beta-1} + \dfrac{1}{\tan\beta}\times\dfrac{1}{1-\tan\beta} = \dfrac{\tan^2\beta}{\tan\beta-1} - \dfrac{1}{\tan\beta(\tan\beta-1)}$

$= \dfrac{\tan^3\beta-1}{\tan\beta(\tan\beta-1)} = \dfrac{(\tan\beta-1)(\tan^2\beta+\tan\beta+1)}{\tan\beta(\tan\beta-1)} = \dfrac{\tan^2\beta+\tan\beta+1}{\tan\beta}$

$= \tan\beta + 1 + \dfrac{1}{\tan\beta} = \tan\beta + \cot\beta + 1 = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} + \dfrac{\cos\beta}{\sin\beta} + 1 = \dfrac{\sin^2\beta+\cos^2\beta}{\sin\beta\cos\beta} + 1$

$= \dfrac{1}{\sin\beta\cdot\cos\beta} + 1 = \sec\beta\,\text{cosec}\,\beta + 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{p}{1-q} + \dfrac{q}{1-p} = \sec\beta\,\text{cosec}\,\beta + 1$. **(প্রমাণিত)**

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $r = \sec\theta - \tan\theta$; $r = \dfrac{1}{a}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta = \dfrac{1}{a}$

বা, $\dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{a}$ বা, $\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{a}$

বা, $\left(\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{a}\right)^2$ [বর্গ করে] বা, $\dfrac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \dfrac{1}{a^2}$

বা, $\dfrac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = \dfrac{1}{a^2}$ বা, $\dfrac{(1-\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} = \dfrac{1}{a^2}$ বা, $\dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = \dfrac{1}{a^2}$

বা, $\dfrac{1-\sin\theta+1+\sin\theta}{1-\sin\theta-1-\sin\theta} = \dfrac{1+a^2}{1-a^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\sin\theta} = \frac{1+a^2}{1-a^2}$ বা, $-\frac{1}{\sin\theta} = \frac{1+a^2}{1-a^2}$ বা, $-\operatorname{cosec}\theta = \frac{1+a^2}{1-a^2}$

বা, $(-\operatorname{cosec}\theta)^2 = \left(\frac{1+a^2}{1-a^2}\right)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2}$ বা, $1+\cot^2\theta = \frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2} - 1 = \frac{(1+a^2)^2-(1-a^2)^2}{(1-a^2)^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{4a^2}{(1-a^2)^2} = \frac{(2a)^2}{(a^2-1)^2}$

বা, $\cot\theta = \frac{2a}{a^2-1}$ [বর্গমূল করে] $\therefore \cot\theta = \frac{2a}{a^2-1}$ (প্রমাণিত)

৫ বরিশাল বোর্ড ২০২৩

$p = \cos A, q = \sin A$

ক) $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ হলে, $\cos(x+y)$এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) $p^2 + p^4 = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1.$ ৪

গ) $p - q = \sqrt{5}q$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4q + p = \sqrt{5}p.$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$; $\tan x = \sqrt{3}$ বা, $\tan x = \tan 60^\circ$ $\therefore x = 60^\circ$

এবং $\cot y = \sqrt{3}$ বা, $\cot y = \cot 30^\circ$ $\therefore y = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \cos(x+y) = \cos(60^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0$

নির্ণেয় মান: 0.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p^2 + p^4 = 1$ হলে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$ বা, $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$ বা, $\cos^4 A = \sin^2 A$

বামপক্ষ $= \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \frac{\sin^2 A}{\sin^4 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$ [$\because \cos^4 A = \sin^2 A$] $= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{1-\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1$ (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $p = \cos A$ এবং $q = \sin A$

$p - q = \sqrt{5}q$ হলে, $\cos A - \sin A = \sqrt{5}\sin A$

বা, $\cos A = \sqrt{5}\sin A + \sin A$ বা, $\cos A = \sin A\left(\sqrt{5}+1\right)$ বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{5}+1$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$ [ব্যস্তকরণ করে] বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{5-1}$ বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

বা, $4\sin A = \sqrt{5}\cos A - \cos A$ বা, $4\sin A + \cos A = \sqrt{5}\cos A$

$\therefore 4q + p = \sqrt{5}p$ **(প্রমাণিত)**

৬ ঢাকা বোর্ড ২০২৪

$A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$.

ক) $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ) প্রমাণ কর যে, $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$ ৪

গ) $B - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যখন $0^\circ \le \theta \le 90^\circ$. ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$ [$\because \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$] বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{3}$ $\left[\because \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$

$\therefore \sin\theta = \frac{3}{5}$ [বিপরীতকরণ করে]; নির্ণেয় মান: $\frac{3}{5}$.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$

বামপক্ষ $= \sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ [$\because \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ এবং $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$]

$= \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \sqrt{\left(\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2} = \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}}$ [$\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}} = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ = ডানপক্ষ

$\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$ (প্রমাণিত)

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $B = 1 - \sin\theta$; এখন, $B - \cos\theta = 0$ হলে, $1 - \sin\theta - \cos\theta = 0$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = 1$ বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (1)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 1$ বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

বা, $2\sin^2\theta\cos\theta = 0$ বা, $\sin\theta \cdot \cos\theta = 0$

হয়, $\sin\theta = 0$; বা, $\sin\theta = \sin 0^\circ$ [$\because \sin 0^\circ = 0$]

অথবা, $\cos\theta = 0$ বা, $\cos\theta = \cos 90^\circ$ [$\because \cos 90^\circ = 0$] $\therefore \theta = 90^\circ$

নির্ণেয় মান: $\theta = 0^\circ, 90^\circ$.

৭ কুমিল্লা বোর্ড ২০২৪

$\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

ক) $\theta = 60^\circ$ হলে, $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ন নির্ণয় কর। ২

খ) $\frac{m}{n} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ) প্রমাণ কর যে, $(m^2 - n^2)^2 = 16mn$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\theta = 60^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta = 3\sin 60^\circ - 4(\sin 60^\circ)^3$

$= 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \left[\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 3\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\cdot\frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

নির্ণেয় মান: 0.

খ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

$\frac{m}{n} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$ বা, $\frac{\cot\theta}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)\cdot\left(\frac{1}{\cos\theta}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ [ব্যস্তানুপাত করে] বা, $\sin\theta = \sin 60^\circ \quad \therefore \theta = 60^\circ$

প্রদত্ত রাশি $= \tan\theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$; নির্ণেয় মান: $\sqrt{3}$.

গ) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

বামপক্ষ $= (m^2 - n^2)^2 = \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

$= (4\cot\theta\cdot\cos\theta)^2 = 16\cot^2\theta\cdot\cos^2\theta$

$= 16\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)\ [\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta] = 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta\cdot\sin^2\theta)$

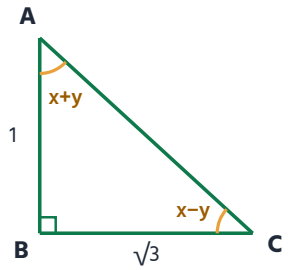
$= 16\left(\cot^2\theta - \left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)\sin^2\theta\right)\left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right] = 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$

$= 16(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta) = 16mn =$ ডানপক্ষ

$\therefore (m^2 - n^2)^2 = 16mn$. (প্রমাণিত)

৮

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে,



ক) AC এর পরিমাণ কত? ২

খ) $\tan A + \tan C$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ) x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

চিত্র হতে পাই, $\angle B = 1$ সমকোণ $\angle A = x + y$; $\angle C = x - y$

অতএব, C বা $(x - y)$ কোণের বিপরীত বাহু, $AB = 1$ সন্নিহিত বাহু, $BC = \sqrt{3}$

অতিভুজ, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 3} = 2$

খ) এর উত্তর

'ক' হতে পাই, $\tan C = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

আবার, A বা $(x + y)$ কোণের বিপরীত বাহু, $BC = \sqrt{3}$ সন্নিহিত বাহু, $AB = 1$

$\therefore \tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

এখন, $\tan A + \tan C = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} = \frac{3 + 1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান, $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

গ) এর উত্তর

(খ) হতে পাই, $\tan A = \tan(x + y) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(x + y) = \tan 60^\circ,\ x + y = 60^\circ \ldots\ldots (1)$

আবার, $\tan C = \tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(x - y) = \tan 30^\circ,\ x - y = 30^\circ \ldots\ldots (2)$

এখন, (1) নং ও (2)নং যোগ করে পাই, $x + y + x - y = 60^\circ + 30^\circ$ বা, $2x = 90^\circ$ বা, $x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

আবার, (1) থেকে (2) বিয়োগ করে পাই, $x + y - x + y = 60^\circ - 30^\circ$ বা, $2y = 30^\circ$ বা, $y = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$

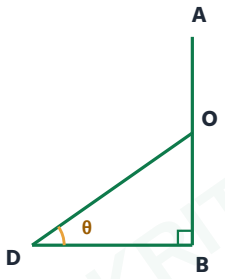
অতএব, নির্ণেয় মান $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$.

সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ) — অধ্যায় ১০

৭টি প্রশ্ন

১ ঢাকা বোর্ড ২০২০

একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে।



ক) কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে. মি. ও 12 সে. মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30°। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ) দেখাও যে, $\left(\frac{DO}{BO}-\frac{BD}{BO}\right)^2=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$. ৪

গ) $BD=10\sqrt{3}$ মিটার এবং $\theta=30^\circ$ হলে সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

এখানে, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a=7$ সে.মি. ও $b=12$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta=30^\circ$।

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক $=\frac{1}{2}\times7\times12\times\sin30^\circ$ বর্গ সে. মি.

$=\frac{1}{2}\times7\times12\times\frac{1}{2}$ বর্গ সে. মি. $=21$ বর্গ সে. মি.

নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 21 বর্গ সে.মি.।

খ) এর উত্তর

এখানে, AB গাছ ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে $\angle ODB=\theta$ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

BOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\frac{DO}{BO}=\operatorname{cosec}\theta$ এবং $\frac{BD}{BO}=\cot\theta$

বামপক্ষ $=\left(\frac{DO}{BO}-\frac{BD}{BO}\right)^2=(\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta)^2=\left(\frac{1}{\sin\theta}-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2=\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

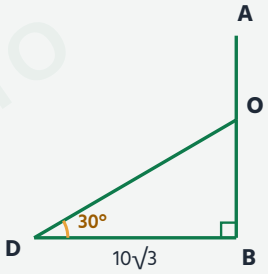
$=\frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}=\frac{(1-\cos\theta)^2}{(1-\cos^2\theta)}\ [\because \sin^2\theta=1-\cos^2\theta]$

$=\frac{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}=$ ডানপক্ষ

$\therefore\left(\frac{DO}{BO}-\frac{BD}{BO}\right)^2=\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$ (দেখানো হলো)

গ) এর উত্তর

এখানে, গাছ $AB=AO+BO$, $AO=DO$, $BD=10\sqrt{3}$ মিটার এবং $\angle ODB=\theta=30^\circ$



BOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle ODB = \frac{BO}{BD}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$ $\left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\sqrt{3}BO = 10\sqrt{3}$ বা, $BO = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\therefore BO = 10$

আবার, BOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle ODB = \frac{BD}{DO}$ বা, $\cos 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{DO}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{DO}$

$\left[\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

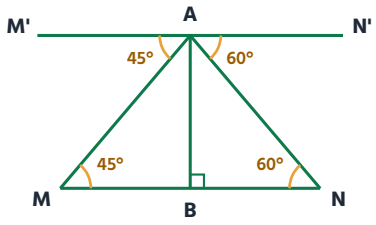
বা, $\sqrt{3}DO = 20\sqrt{3}$ বা, $DO = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 20$ $\therefore AO = DO = 20$ মিটার

সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $= AO + BO = (20 + 10)$ মিটার $= 30$ মিটার

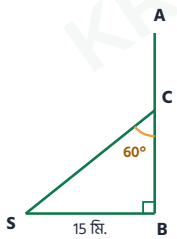
নির্ণেয় সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার।

২

ঢাকা বোর্ড ২০২৪



চিত্র ১ : M'N' ∥ MN , MN = 1500 মি.



চিত্র ২

ক) একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় করো। ২

খ) ১নং চিত্র হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

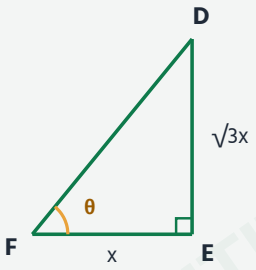
গ) ২নং চিত্র হতে PQ খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

এখানে, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $= \sqrt{3} : 1$; ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি $= x$

$\therefore$ গাছের উচ্চতা, $DE = \sqrt{3}x$; গাছের ছায়া, $EF = x$ এবং গাছের উন্নতি কোণ $\angle DFE = \theta$



DEF সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle DFE = \frac{DE}{EF}$ বা, $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$ $\therefore$ গাছের উন্নতি কোণ 60°।

খ) এর উত্তর

এখানে, $MN = 1500$ মি. $M'N' \parallel MN; \angle MAM' = 45^\circ, \angle NON' = 60^\circ$

$\therefore \angle AMB = \angle MAM' = 45^\circ$ [একান্তর কোণ] এবং $\angle ANB = \angle NAN' = 60^\circ$ [একান্তর কোণ]

ধরি, $BM = x$ মি. $\therefore BN = MN - BM = (1500 - x)$ মি.

ABM সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle AMB = \frac{AB}{BM}$ বা, $\tan 45^\circ = \frac{AB}{x}$ বা, $1 = \frac{AB}{x}$ $\therefore AB = x$

আবার, ABN সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle ANB = \frac{AB}{BN}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{x}{1500 - x}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{x}{1500 - x}$

বা, $x = 1500\sqrt{3} - \sqrt{3}x$ বা, $x + \sqrt{3}x = 1500\sqrt{3}$ বা, $x(1 + \sqrt{3}) = 1500\sqrt{3}$

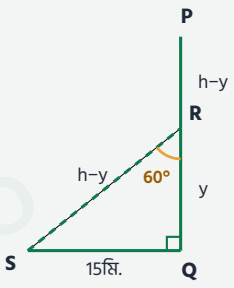
বা, $x = \frac{1500\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ $\therefore x = 950.96$ (প্রায়)

$\therefore AB = x = 950.96$ মি. (প্রায়); নির্ণেয় AB এর দৈর্ঘ্য 950.96 মি. (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

ধরি, খুঁটির উচ্চতা, $PQ = h$ এবং $QR = y$ $\therefore RS = PR = PQ - QR = h - y$

এখানে, $QS = 15$ মি. এবং $\angle QRS = 60^\circ$



QRS সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle QRS = \frac{QS}{QR}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{15}{y}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{y}$ বা, $y = \frac{15}{\sqrt{3}}$ $\therefore y = 5\sqrt{3}$

আবার, QRS সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\angle QRS = \frac{QS}{RS}$ বা, $\sin 60^\circ = \frac{15}{h - y}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{h - 5\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}h - 15 = 30$ বা, $\sqrt{3}h = 30 + 15$ বা, $\sqrt{3}h = 45$ বা, $h = \frac{45}{\sqrt{3}}$

বা, $h = 15\sqrt{3}$ $\therefore h = 25.98$ (প্রায়) $\therefore PQ = h = 25.98$ মি. (প্রায়)

নির্ণেয় PQ খুঁটির উচ্চতা 25.98 মি. (প্রায়)।

৩ বরিশাল বোর্ড ২০২০

(i) 86 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করে।

(ii) ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 52 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের উন্নতি কোণ 30° হয়।

ক) $\sin\theta = \sqrt{2^{-1}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ) গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ) দালানের উচ্চতা নির্ণয় করো। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

দেওয়া আছে, $\sin\theta = \sqrt{2^{-1}}$ বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1}{2}}$ বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

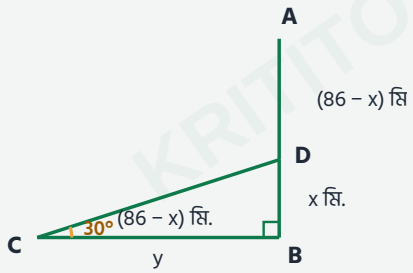
বা, $\sin\theta = \sin 45^\circ \left[\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ $\therefore \theta = 45^\circ$

নির্ণেয় মান : $\theta = 45^\circ$.

খ) এর উত্তর

এখানে, $AB = 86$ মিটার লম্বা একটি গাছ $BD = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করে।

$CD = AD = AB - BD = (86 - x)$ মিটার



BCD সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$ বা, $\sin 30^\circ = \frac{x}{86-x}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{86-x}$

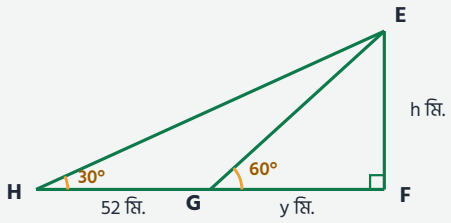
বা, $2x = 86 - x$ বা, $2x + x = 86$ বা, $3x = 86$ বা, $x = \frac{86}{3}$; $x = 28.66667$ মিটার (প্রায়)

গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $= (86 - x)$ মিটার $= (86 - 28.66667)$ মিটার $= 57.333$ মিটার (প্রায়)

∴নির্ণেয় গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 57.333 মিটার (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

এখানে, দালানের উচ্চতা $EF = h$ মিটার, শীর্ষের উন্নতি $EGF = 60^\circ$ এবং G স্থান থেকে $GH = 52$ মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle EHF = 30^\circ$ হয়।



$GF = y$ মিটার; $FH = FG + GH = (y + 52)$ মিটার

EFG সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle EGF = \frac{EF}{GF}$ বা, $\tan 60^\circ = \frac{h}{y}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{y}$ $\therefore y = \frac{h}{\sqrt{3}}$

আবার, EFH সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle EHF = \frac{EF}{FH}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{h}{y+52}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{y+52}$

বা, $\sqrt{3}h = y + 52$ বা, $\sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 52$ বা, $3h = h + 52\sqrt{3}$ বা, $3h - h = 52\sqrt{3}$ বা, $2h = 52\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{52\sqrt{3}}{2} = 26\sqrt{3} = 45.033$ (প্রায়)

∴নির্ণেয় দালানের উচ্চতা 45.033 মিটার (প্রায়)।

৪

চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২৪

63 মিটার লম্বা একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $21\sqrt{3}$ মিটার। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

ক) $(1 - \tan^2 60^\circ) + (1 + \cot^2 30^\circ) + \cos^2 30^\circ$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ) গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল নির্ণয় করো। ৪

গ) গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

প্রদত্ত রাশি $= (1 - \tan^2 60^\circ) + (1 + \cot^2 30^\circ) + \cos^2 30^\circ$

$= \{1 - (\tan 60^\circ)^2\} + \{1 + (\cot 30^\circ)^2\} + (\cos 30^\circ)^2 = \{1 - (\sqrt{3})^2\} + \{1 + (\sqrt{3})^2\} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

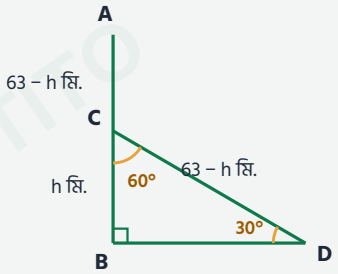
$= (1 - 3) + (1 + 3) + \frac{3}{4} = -2 + 4 + \frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$

নির্ণেয় মান $= \frac{11}{4}$

খ) এর উত্তর

এখানে, গাছের সম্পূর্ণ উচ্চতা, $AB = 63$ মিটার। গাছটি ঝড়ে $BC = h$ মিটার উচ্চতার C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

$CD = AC = AB - BC = (63 - h)$ মিটার



এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$ বা, $\cos 60^\circ = \frac{h}{63-h}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{63-h}$

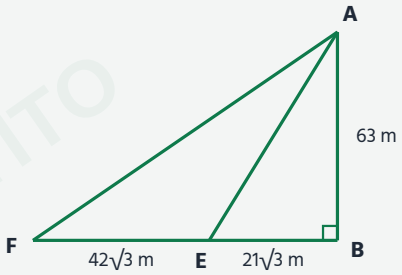
বা, $2h = 63 - h$ বা, $2h + h = 63$ বা, $3h = 63$ বা, $h = \frac{63}{3}$ $\therefore h = 21$

$\therefore$ গাছটি ভূমি হতে 21 মিটার উঁচুতে ভেঙেছিল।

গ) এর উত্তর

এখানে, গাছের সম্পূর্ণ উচ্চতা, $AB = 63$ মিটার, গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BE = 21\sqrt{3}$ মিটার এবং গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle AEB$। গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $EF = 42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পেলে উন্নতি কোণ $\angle AFB$.

$BF = BE + EF = (21\sqrt{3} + 42\sqrt{3})$ মিটার $= 63\sqrt{3}$ মিটার



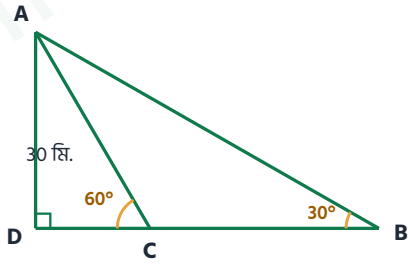
এখন, ABE সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle AEB = \frac{AB}{BE} = \frac{63}{21\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$ $\therefore \angle AEB = 60^\circ$

আবার, ABF সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan\angle AFB = \frac{AB}{BF} = \frac{63}{63\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$ $\therefore \angle AFB = 30^\circ$

$\therefore$ গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ হ্রাস পায় $= 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\therefore$ গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে।

৫ সকল বোর্ড ২০১৮



ক) $\angle BAC$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ) AD ও CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ) ΔABC -এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

এখানে, $\angle ABC = 30°, \angle ACD = 60°; \angle ACB = 180° - \angle ACD = 180° - 60° = 120°$

ΔABC এ, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $180°$]

বা, $\angle BAC + 30° + 120° = 180°$ বা, $\angle BAC + 150° = 180°$ $\therefore \angle BAC = 180° - 150° = 30°$

$\therefore \angle BAC$ এর মান $30°$।

খ) এর উত্তর

এখানে, ΔADC এর $\angle ACD = 60°$ এবং $AC = 30$ মিটার

ΔADC-এ, $\sin\angle ACD = \frac{AD}{AC}$ বা, $\sin 60° = \frac{AD}{30}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{30}$ বা, $2AD = 30\sqrt{3}$ বা, $AD = \frac{30\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔADC এ $\cos\angle ACD = \frac{CD}{AC}$ বা, $\cos 60° = \frac{CD}{30}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{CD}{30}$ বা, $2CD = 30$ বা, $CD = \frac{30}{2} = 15$ মিটার

$\therefore AD$ এর দৈর্ঘ্য $15\sqrt{3}$ মিটার এবং CD এর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

গ) এর উত্তর

এখানে, $AC = 30$ মিটার। ΔABD এর $\angle ABD = 30°$। খ হতে পাই, $AD = 15\sqrt{3}$ মিটার এবং $CD = 15$ মিটার

ΔABD এ, $\sin\angle ABD = \frac{AD}{AB}$ বা, $\sin 30° = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$ $\therefore AB = 30\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔABD এ, $\tan\angle ABD = \frac{AD}{BD}$ বা, $\tan 30° = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$ বা, $BD = 15\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $\therefore$ $BD = 45$ মিটার

$BC = BD - CD = (45 - 15)$ মিটার $= 30$ মিটার

ΔABC এর পরিসীমা $= AB + BC + AC = (30\sqrt{3} + 30 + 30)$ মিটার $= (60 + 30\sqrt{3})$ মিটার $= 111.96$ মিটার (প্রায়)

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা 111.96 মিটার (প্রায়)।

৬

একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করলো। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

ক) উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

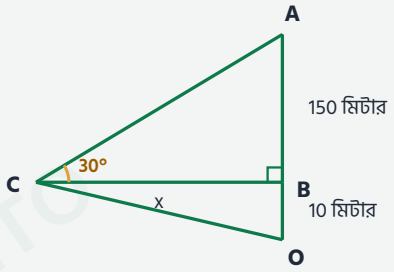
খ) নদীর বিস্তার নির্ণয় করো। ৪

গ) লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর

মনে করি, নদীর দুই তীরের বিন্দুদ্বয় C ও B। B বিন্দুতে AB গাছের উচ্চতা 150 মিটার এবং C বিন্দুর গাছটির শীর্ষে উন্নতি $\angle ACB = 30^\circ$



ধরি, লোকটি অপর তীরে O বিন্দুতে পৌঁছল যা গাছ হতে 10 মিটার দূরে। অর্থাৎ $OB = 10$ মিটার।

খ) এর উত্তর

ধরি, নদীটির বিস্তার $BC = x$ মিটার

ΔABC হতে, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$ বা, $\tan 30^\circ = \frac{150}{x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x}$

বা, $x = 150\sqrt{3} = 259.808$ মিটার (প্রায়) $\quad \therefore$ নদীটির বিস্তার 259.808 মিটার (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

ধরি, লোকটির যাত্রার স্থান হতে গন্তব্য স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $OC = S$ মিটার।

ΔOBC এর $\angle OBC$ সমকোণ, $\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই, $OC^2 = OB^2 + BC^2$

বা, $S^2 = (10)^2 + (259.808)^2$ [খ নং হতে $BC = 259.808$ মি.]

বা, $S^2 = 100 + 67500 = 67600$ বা, $S = \sqrt{67600} = 260$

$\therefore$ গন্তব্য স্থানের দূরত্ব 260 মিটার (প্রায়)।

৭

16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেওয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলো।

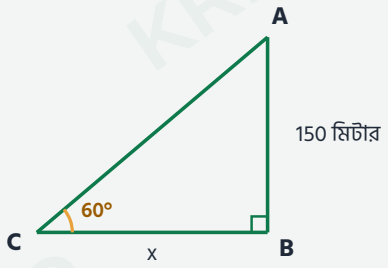
ক) উদ্দীপক অনুসারে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন করো। ২

খ) দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ৪

গ) দেওয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এর উত্তর



এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা AB, মই এর দৈর্ঘ্য $AC = 16$ মিটার এবং মইটি ভূমি BC এর সাথে $\angle ACB = 60^\circ$ উৎপন্ন করে।

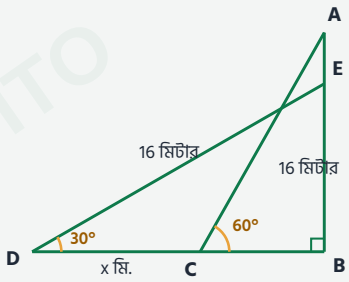
খ) এর উত্তর

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$ বা, $\sin 60^\circ = \frac{AB}{16}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{16}$

বা, $AB = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} = 13.856$ (প্রায়) $\therefore$ দেওয়ালটির উচ্চতা 13.856 মিটার (প্রায়)।

গ) এর উত্তর

মনে করি, মইটিকে দেওয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় C বিন্দু থেকে ভূমি বরাবর $CD = x$ মিটার দূরে সরালে মইটি ভূমির সাথে $\angle BDE = 30^\circ$ উৎপন্ন করে।



এখানে, $AC = DE = 16$ মিটার; $\angle ACB = 60°$; $BD = BC + CD = BC + x$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$ বা, $\cos 60° = \frac{BC}{16}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{16}$ বা, $BC = \frac{16}{2}$ $\therefore BC = 8.$

BDE সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos \angle BDE = \frac{BD}{DE}$ বা, $\cos 30° = \frac{BC + x}{16}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $16 + 2x = 16\sqrt{3}$ বা, $2x = 16\sqrt{3} - 16$ বা, $2x = 16(\sqrt{3} - 1)$

বা, $x = \frac{16(\sqrt{3} - 1)}{2} = 8(\sqrt{3} - 1) = 5.856$ (প্রায়)

$\therefore$ মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 5.856 মিটার (প্রায়) সরাতে হবে।